VISIT…

LANZAROTE
Caliente.COM

С. С. Кутателадзе

ТЕПЛОПЕРЕДАЧА И ГИДРО-ДИНАМИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

СПРАВОЧНОЕ ПОСОБИЕ

Энергоатомиздат

С. С. Кутателадзе

ТЕПЛОПЕРЕДАЧА И ГИДРО-ДИНАМИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

СПРАВОЧНОЕ ПОСОБИЕ



МОСКВА
ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ
1990

Scanned by Me
foRFree

ББК 31.31
К 95
УДК 621.1.016(035.5)

Рецензент А. И. Леонтьев

Редактор издательства Т. И. Мушинска

Ответственный редактор Л. М. Берзина

Кутателадзе С. С.

К 95 Теплопередача и гидродинамическое сопротивление: Справочное пособие. — М.: Энергоатомиздат, 1990. — 367 с.: ил.

ISBN 5-283-00061-3

В сжатой форме приведены фундаментальные уравнения теории теплообмена, гидрогазодинамики, магнитогидродинамики, соответствующие числа подобия и их физическая интерпретация. Основное внимание уделено расчетным формулам теплопередачи и гидродинамического сопротивления, наиболее широко встречающимся в инженерных расчетах.

Для инженерно-технических работников различных отраслей промышленности, занимающихся расчетами и проектированием энергетического и теплообменного оборудования.

К $\frac{2203020000\text{-}096}{051(01)\text{-}90}$ 187-89 ББК31.31

ISBN 5-283-00061-3

© Энергоатомиздат, 1990

ПРЕДИСЛОВИЕ

Справочное пособие академика С. С. Кутателадзе «Теплопередача и гидродинамическое сопротивление» готовилось к печати уже после кончины автора. Известно, что С. С. Кутателадзе гордился справочником по теплопередаче, написанным совместно с В. М. Боришанским. В последние годы жизни С. С. Кутателадзе много энергии и труда вложил в реализацию своих планов по созданию нового справочника. Идею создания книги автор вынашивал много лет, понимая важность и необходимость систематизации многочисленных новых результатов исследований. Такое обстоятельство естественным образом определялось стилем научной деятельности академика С. С. Кутателадзе, характеризующимся предпочтительным отношением в его исследованиях к приближенным, однако достаточно эффективным методам оптимального описания физических процессов в области термогазодинамики и тепломассообмена. При этом центральное место в его методологии отводится простой формуле, критериальному соотношению, вытекающему из теории физического подобия, либо простейшим элементарным связям, следующим из предельных либо экстремальных ситуаций исследуемых физических явлений. Идеология такого стиля творчества была связана с твердой убежденностью академика С. С. Кутателадзе в неоценимой роли глубокой физической интуиции в деятельности ученого-физика и инженера-физика. Следует отметить, что сам он обладал такой интуицией в исключительной мере. И поэтому только С. С. Кутателадзе мог позволить себе такое широкое развитие и практическое применение всевозможных приближенных, асимптотических закономерностей в разнообразных областях такой обширной по своему физическому содержанию науки, какой является теплофизика. Порою в шутку С. С. Кутателадзе любил повторять фразу: «Я хочу, чтобы мой справочник был настолько прозрачным и простым, чтобы его могли использовать в своей практической деятельности и садовники».

Болезнь и последующая преждевременная кончина не позволили С. С. Кутателадзе внести в справочник последние штрихи по совершенствованию его содержания. Многочисленные ученики академика С. С. Кутателадзе, члены Ученого совета Института теплофизики Сибирского отделения АН СССР, которым он руководил бессменно на протяжении более 20 лет, ограничились рутинной работой по оформлению справочника — намеренно, дабы донести до читателя не только его содержание, но и дух творчества академика С. С. Кутателадзе.

Ученики и коллеги

ОТ АВТОРА

Специализированный «Справочник по теплопередаче» был написан мною совместно с В. М. Боришанским около 30 лет тому назад (Госэнергоиздат, Л.-М., 1959) и получил признание инженеров-практиков. Книга переиздавалась в США (1962 г.), ЧССР (1962 г.), Великобритании (1966 г.). Многочисленные пожелания о новом издании этого справочника не удалось выполнить сперва вследствие моей большой занятости после переезда в Сибирское отделение Академии наук СССР, а затем из-за безвременной кончины профессора В. М. Боришанского.

Как и предшествующая, данная книга по своей структуре во многом соответствует моему курсу основ теории теплообмена — теперь его пятому изданию (М., Атомиздат, 1979 г.). Основным ее содержанием являются формулы — относительно простые и имеющие наибольшие области практических приложений. Роль формул с развитием вычислительной технологии не только не уменьшилась, но и возросла, особенно в крупномасштабных программах. При небольшом объеме задач, решаемых на миникомпьютерах, формулы просто незаменимы. Фундаментальным и непреходящим достоинством для инженера и исследователя является также их обозримость при качественном анализе и оценках предельных ситуаций.

Однако в виде более или менее простых математических соотношений удается выразить закономерности только ряда стационарных и весьма ограниченного числа нестационарных процессов с четко определяемыми условиями на границах соприкасающихся сред. Нестационарные процессы, и особенно так называемые сопряженные задачи термогидродинамики, в большинстве случаев крайне индивидуализированы. Как правило, их решения приходится представлять в виде таблиц и графиков. Это обстоятельство, естественно, ограничивает набор таких задач в руководстве, рассчитанном на широкий круг читателей. Приводимые ссылки, в большей части на достаточно доступные специальные монографии и журнальные статьи, позволяют найти решения проблем, не рассматриваемых в этой книге, а также номограммы, программы и другие вспомогательные данные для массовых стандартных расчетов.

При отборе материала, не совсем однозначного, т. е. зависимостей полуэмпирических, я ориентировался на формулы, наиболее устоявшиеся в литературе и апробированные за многие годы в научных и инженерных коллективах, с которыми я работал. Там, где это было возможно, материалы взяты из авторитетных справочников или ведомственных нормативов.

Вычислительная техника индивидуального пользования позволяет, как правило, отказаться от большого числа номограмм и расчетных графиков в справочном пособии общего характера. Отказался я и от приведения подробных справочных данных о физических свойствах рабочих тел и конструкционных материалов.

В настоящее время термогидродинамические расчеты входят составной частью чуть ли не во все существующие конструкторские и технологические разработки. Используемые в современном производстве материалы и вещества разнообразны, а издания справочной литературы по их свойствам имеют систематический характер. Поэтому эти данные вполне доступны, сведения о ряде соответствующих изданий приводятся в книге и могут служить источником для большинства практических расчетов и для нахождения ссылок на более специализированные пособия.

Содержащиеся в книге примеры расчетов имеют чисто иллюстративное значение и поэтому крайне просты по задаваемым условиям. Тем не менее они, по-видимому, все же полезны.

Нумерация глав одночисленная, параграфов — двухчисленная (номер главы и номер параграфа), формул — трехчисленная (номер главы, параграфа и формулы в данном параграфе). Литература (без повторений) приводится в конце книги и имеет двухчисленную нумерацию.

Основные обозначения вынесены в начало книги. Каждая новая величина, вводимая в тексте, определяется сразу же перед или за соответствующей формулой, независимо от ее наличия в перечне основных обозначений. В дальнейшем без особой необходимости уже использовавшиеся обозначения не объясняются.

Объем книги ограничен по соображениям компактности отбора материала именно для большого круга инженеров-практиков и студентов различных специализаций.

С общим состоянием фундаментальных проблем теплопередачи в англоязычной и частично западноевропейской литературе можно ознакомиться по обширному справочному изданию [1.13].

По просьбе автора гл. 15 написана доктором техн. наук, профессором Н. А. Рубцовым. В работе над отдельными фрагментами рукописи принимали участие Н. И. Ярыгина, Л. М. Зысина-Моложен, Н. А. Рубцов, М. Ф. Жуков, А. К. Ребров, Е. М. Хабахпашева, В. А. Мухин, И. И. Гогонин, Е. А. Чиннов, В. В. Саломатов.

Академик С. С. Кутателадзе

ОСНОВНЫЕ ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

a — коэффициент диффузии теплоты (коэффициент температуропроводности), м²/с
a — поглощательная способность
a_* — скорость звука, м/с
B — магнитная индукция, Тл
C — массовая концентрация
c — скорость света, м/с
c — удельная теплоемкость, Дж/(кг·К): c_p — при постоянном давлении; c_V — при постоянном объеме
c_f — коэффициент сопротивления трения
D — диаметр, м
D — коэффициент диффузии вещества, м²/с
$D_э$ — электрическая индукция, Кл/м²
d — пропускательная способность
E — напряженность электрического поля, В/м
E — плотность потока энергии излучения, Вт/м²
F — площадь, м²
F — сила, Н
F_V — объемная сила, Н/м³
G — массовый расход, кг/с
g — ускорение (в частности, ускорение свободного падения), м/с²
H — напряженность магнитного поля, А/м
h — постоянная Планка, Дж/с
h — энтальпия, Дж/кг
h^* — энтальпия торможения, Дж/кг
I — интенсивность излучения, Вт/(м²·ср)
I — сила тока, А
J — удельная сила излучения, Вт/(м²·ср)
j — плотность потока массы (массовая скорость), кг/(м²·с)
j — плотность электрического тока, А/м²
k — коэффициент теплопередачи, Вт/(м²·К)
k — коэффициент ослабления излучения средой, 1/м
L — характерный линейный размер, м
l — длина, мм
$\langle l \rangle$ — длина свободного пробега, пути смешения, м
m — масса, кг

M — относительная молекулярная масса
n — частота вращения, 1/с
P — периметр, м
p — давление, Па
Q^* — количество теплоты, Дж
Q — тепловой поток, Вт
q — плотность теплового потока, Вт/м^2
R — газовая постоянная, Дж/(моль·К)
R_0 — удельная газовая постоянная, Дж/(кг·К)
R — радиус, м
R_α — термическое сопротивление, (м^2·К)/Вт
r — скрытая теплота фазового перехода первого рода, теплота реакции, Дж/кг
r — отражательная способность
r — коэффициент восстановления температуры
T — температура, К
T^* — температура торможения, К
t — время, с
U — характерная скорость течения, м/с
u — скорость течения, м/с
u, v, w — компоненты вектора скорости течения по координатам x, y, z, м/с
u', v', w' — пульсационные компоненты скорости течения, м/с
V — разность потенциалов, В
V — объем, м^3
v^* — динамическая скорость (скорость касательного напряжения), м/с
x, y, z — координаты, м
x^* — массовое газо(паро)содержание
α — коэффициент теплоотдачи, Вт/(м^2·К)
α — коэффициент поглощения излучения средой, 1/м
β — коэффициент рассеяния излучения средой, 1/м
β — коэффициент объемного расширения, 1/К
β — расходное объемное газосодержание смеси
$\gamma = c_p/c_V$ — показатель адиабаты
δ — толщина (пленки, пограничного слоя и др.), м
δ^* — толщина вытеснения, м
δ^{**} — толщина потери импульса, м
$\delta_т^{**}$ — толщина потери энергии, м
ε_a — диэлектрическая проницаемость среды (абсолютная), Ф/м
ε — степень черноты (интегральный коэффициент теплового излучения)
ζ — коэффициент гидродинамического сопротивления
η — плотность потока объемного излучения, Вт/м^2
$\eta = v_{ст}{}^* y/\nu$ — безразмерное расстояние от стенки в теории турбулентного пограничного слоя
θ — угол, рад

λ — длина волны, м
λ — теплопроводность, Вт/(м·К)
μ — динамическая вязкость, Па·с
$\mu_а$ — магнитная проницаемость среды (абсолютная), Гн/м
ν — кинематическая вязкость, $м^2/с$
ν — частота, Гц
ρ — плотность среды, $кг/м^3$
ρ_e — объемная плотность заряда, $Кл/м^3$
σ — коэффициент поверхностного натяжения, Н/м
σ — нормальное напряжение, Па
$\sigma_э$ — удельная электрическая проводимость среды, См/м
σ_0 — постоянная Стефана — Больцмана, $Вт/(м^2 \cdot К^4)$
τ — касательное напряжение, Па
φ — истинное объемное газосодержание смеси
Ω — площадь поперечного сечения, $м^2$
Ω — телесный угол, ср
ω — угловая скорость, рад/с

Глава первая

УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ЭНЕРГИИ И МАССЫ; ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ЧИСЛА ПОДОБИЯ

1.1. ТРИ МЕХАНИЗМА ПЕРЕНОСА ТЕПЛОТЫ

Тепловым потоком называется поток внутренней энергии, самопроизвольно возникающий в вещественной среде с неоднородным температурным полем. В простейшем случае, когда нет физико-химических превращений, взаимной диффузии разнородных веществ, больших скоростей течения и т. п., тепловой поток направлен из области с более высокой температурой в область с низкой температурой.

В сложных ситуациях это определение можно сохранить, вводя специально сконструированные эффективные температуры — например, при больших скоростях течения вводится температура торможения.

Различают три процесса переноса теплоты:

1) *теплопроводность* (кондукция) — процесс распространения энергии только вследствие взаимодействия структурных частиц вещества (молекул, ионов, атомов, свободных электронов). В чистом виде теплопроводность имеет место в твердых телах и неподвижных слоях жидкости и газа;

2) *перемешивание* (конвекция) — процесс переноса теплоты вследствие перемещения относительно больших масс вещества в неоднородном поле температур, что имеет место в движущихся квазисплошных средах (жидкостях, газах, сыпучих средах, плазме);

3) *излучение* (радиация) — процесс переноса энергии, выделившейся вследствие теплового движения в веществе, в виде электромагнитных волн через полностью или частично прозрачную для них среду.

Сложным теплообменом называются процессы переноса теплоты одновременно несколькими способами. Процессы конвективного теплопереноса всегда связаны с теплопроводностью внутри перемещающихся значительных (молярных) элементов потока вещества. Радиационный теплообмен может сочетаться как с кондукцией, так и с конвекцией.

1.2. ТЕПЛООТДАЧА И ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

Теплоотдачей называется процесс теплообмена (теплопереноса) между средами, разделенными отчетливой границей (твердая стенка — текучая среда, поверхность раздела газ — жидкость или двух несмешивающихся жидкостей).

Теплопередачей называется процесс теплообмена между средами, разделенными некоторой перегородкой.

Для практических расчетов стационарных процессов теплообмена с не очень сложными граничными условиями исторически установились формулы:

$$Q^* = Qt = \alpha(T_{ст} - T_0)Ft; \tag{1.2.1}$$

$$Q^* = Qt = k(T_{01} - T_{02})Ft, \tag{1.2.2}$$

где Q^* — количество теплоты, отданной или полученной данной средой, Дж; Q — тепловой поток, Вт; $T_{ст}$, T_0 — некоторым образом осредненная температура поверхности тела (стенки) и характерная температура окружающей среды (например, температура газа на бесконечном удалении от погруженного в него тела или средняя по сечению канала температура жидкости), К; T_{01}, T_{02} — характерные температуры греющей и обогреваемой сред, разделенных перегородкой (неподвижной или подвижной), К; F — расчетная площадь поверхности теплообмена, м^2; t — время протекания процесса, с.

Множители пропорциональности α и k, Вт/(м^2·К), называются соответственно коэффициентами теплоотдачи и теплопередачи. Формулы (1.2.1) и (1.2.2) в основном отражают тот важный факт, что не имеющие прямого физического смысла α и k значительно слабее зависят от разности температур и размеров поверхности теплообмена, чем собственно тепловой поток Q.

В ряде сложных ситуаций, например при сильно меняющейся температуре стенки, величина α теряет свои расчетные достоинства и может приобретать на отдельных участках поверхности нагрева отрицательное значение при неизменном направлении теплового потока.

В гидродинамике аналогом коэффициента теплоотдачи является коэффициент сопротивления трения

$$c_f = 2\tau_{ст}/\rho_0 U^2, \tag{1.2.3}$$

где $\tau_{ст}$ — касательные напряжения на поверхности (стенке), обтекаемой жидкостью, Па; ρ_0 — плотность жидкости в характерной области течения, кг/м^3; U — характерная скорость течения, м/с.

В процессах диффузии таким же аналогом является расчетная величина, называемая коэффициентом массоотдачи (см. § 1.4).

Величины, обратные коэффициентам α и k, называют термическим сопротивлением

$$R_\alpha = \Delta T/q, \tag{1.2.4}$$

где ΔT — характерный температурный напор, К; q — плотность теплового потока, Вт/м^2.

Термическое сопротивление сложной системы

$$R_k = \sum_{i=1}^{n} R_{\alpha_i}. \tag{1.2.5}$$

1.3. УРАВНЕНИЯ ТЕРМОГАЗОДИНАМИКИ

Реологические, т. е. текучие, среды различаются по своим физическим свойствам и композиции. Однородные по химическому и фазовому составу реологические среды распадаются на два основных класса: гидрогазодинами-

ческие, физические свойства которых зависят только от термодинамических и электродинамических параметров состояния, и собственно реологические, те или иные свойства которых зависят от механического движения, т. е. меняются в зависимости от полей скоростей течения и напряжений.

Идеальные гидрогазодинамические среды (жидкости Ньютона) характеризуются двумя механическими свойствами — плотностью ρ и динамической вязкостью μ. В них возможны только касательные напряжения. Многие динамические свойства таких сред в некотором отдалении от твердой поверхности хорошо описываются моделью идеальной жидкости (жидкости Эйлера), у которой есть только одно свойство — плотность.

Движение ньютоновской жидкости описывается уравнением Навье — Стокса

$$\mathbf{F}_V + \mathbf{g}\rho + 2\operatorname{div}(\mu\dot{S}) - \operatorname{grad}(p + (2/3)\mu \operatorname{div}\mathbf{u}) = \rho\frac{D\mathbf{u}}{dt} \qquad (1.3.1)$$

и уравнением сплошности

$$\partial\rho/\partial t + \operatorname{div}(\rho\mathbf{u}) = 0. \qquad (1.3.2)$$

Здесь $\mathbf{F}_V$ — объемные силы, действующие на поток, кроме отдельно выделенной силы тяжести $\mathbf{g}\rho$, Н/м³; $\mathbf{g}$ — ускорение, м/с²; p — давление, Па; $\dot{S}$ — тензор скоростей деформации, 1/с.

В декартовых координатах для оси x уравнение движения имеет вид

$$\rho\frac{du}{dt} = F_{V_x} + g_x\rho - \frac{\partial p}{\partial x} + 2\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right] +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)\right] - \frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)\right]. \qquad (1.3.3)$$

Для несжимаемой среды с постоянной вязкостью ($\rho = \text{const}$, $\mu = \text{const}$) движение ньютоновской жидкости описывается уравнениями:

$$\mathbf{F}_V + \mathbf{g}\rho - \operatorname{grad} p + \mu\nabla^2\mathbf{u} = \rho d\mathbf{u}/dt; \quad \operatorname{div}\mathbf{u} = 0. \qquad (1.3.4)$$

Уравнение теплопроводности Фурье — Кирхгофа для изотропной среды имеет вид

$$q_V + \mu \operatorname{Diss} F(\mathbf{u}) + \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) = c_p\rho DT/dt - dp/dt, \qquad (1.3.5)$$

Здесь q_V — плотность всех объемных источников тепловыделения, Вт/м³, кроме теплоты от механической работы потока, которая выражается через диссипативную функцию $\mu \operatorname{Diss} F(\mathbf{u})$:

$$\operatorname{Diss} F(\mathbf{u}) = 2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2\right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 +$$

$$+ \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)^2;$$

λ — теплопроводность, Вт/(м·К); c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении, Дж/(кг·К).

При малых значениях скорости течения и вязкости имеем

$$q_V + \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) = c_p\rho dT/dt. \qquad (1.3.6)$$

Для неподвижной среды

$$q_V + \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) = c_p \rho \partial T / \partial t. \tag{1.3.7}$$

Это уравнение параболического типа, описывающее процессы с бесконечной скоростью распространения возмущения. В большинстве практических приложений такое приближение можно считать приемлемым, поскольку скорость распространения теплового возмущения определяется средней скоростью движения структурных частиц тела, которая достаточно велика.

При необходимости учесть конечную скорость распространения теплового возмущения следует переходить к уравнению гиперболического типа, в которое входит скорость движения фронта тепловой волны.

Для неподвижной среды такое уравнение в определенном приближении имеет вид

$$q_V + \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) = c_p \rho (\partial T / \partial t + t_r \partial^2 T / \partial t^2), \tag{1.3.8}$$

где t_r — время тепловой релаксации, с.

Тогда скорость распространения теплового возмущения

$$u_T = \sqrt{a / t_r}, \tag{1.3.9}$$

где $a = \lambda / (c\rho)$ — коэффициент диффузии теплоты (коэффициент температуропроводности).

Оценки дают для азота $t_r \approx 10^{-9}$ с; для алюминия $t_r \approx 10^{-11}$ с.

1.4. УРАВНЕНИЯ ДИФФУЗИИ

Плотность потока массы i-го компонента смеси

$$\mathbf{j}_i = \rho_i (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}). \tag{1.4.1}$$

Здесь и далее без индекса записываются параметры смеси в целом.

Уравнения сохранения массы имеют вид:

$$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{j}_i = 0, \quad \sum_{i=1}^{n} j_{Vi} = 0; \quad \rho = \sum_{i=1}^{n} \rho_i; \quad \partial \rho / \partial t + \operatorname{div} \rho \mathbf{u} = 0, \tag{1.4.2}$$

где j_{Vi} — плотности внутренних источников и стоков массы, кг/(м^3·с).

Уравнение переноса массы записывается следующим образом:

$$\partial \rho_i / \partial t + \mathbf{u} \operatorname{grad} \rho_i = -\operatorname{div} \mathbf{j}_i - \rho_i \operatorname{div} \mathbf{u} + j_{Vi}, \tag{1.4.3}$$

а в градиентном приближении (аналогично закону теплопроводности Био—Фурье и закону трения Ньютона)

$$\mathbf{j}_i = -\rho D_i \left(\nabla \bar{\rho}_i + \frac{K_T}{T} \nabla T + \frac{K_p}{p} \nabla p \right). \tag{1.4.4}$$

Здесь D_i — коэффициент диффузии, м^2/с; $\bar{\rho}_i = \rho_i / \rho$ — относительная плотность (массовая концентрация) i-го компонента; K_T — термодиффузионный коэффициент; K_p — бародиффузионный коэффициент. При $K_T = K_p = 0$ имеет место закон Фика

$$\mathbf{j}_i = -D_i \rho \nabla \bar{\rho}_i. \tag{1.4.5}$$

Между процессами тепло- и массоотдачи существует аналогия, если: а) подобны геометрия системы и задание краевых условий по температурам (тепловым потокам) и концентрациям (потокам массы); б) парциальное давление диффундирующего вещества мало по сравнению с давлением в смеси (в этом случае поток массы практически не влияет на термогидродинамику); в) отношение коэффициентов диффузии теплоты и массы (число Льюиса — Лыкова) равно единице. Тогда, если определить поток массы аналогично тепловому потоку в (1.2.1),

$$j_i = \beta_\rho \Delta\rho, \tag{1.4.6}$$

где β_ρ — коэффициент массоотдачи, определенный по отношению к разности плотностей (концентраций) диффундирующего вещества и смеси, м/с.

Для газов удобно использовать в расчетах разности парциальных давлений Δp_i в характерных областях системы:

$$j_i'' = \beta_p \Delta p_i, \tag{1.4.7}$$

где β_p — коэффициент массоотдачи, имеющий размерность с/м.

Условие равенства коэффициентов диффузии массы и теплоты при определении массоотдачи по формуле (1.4.6) имеет вид $D_i = a$; при определении по формуле (1.4.7) $D_{pi} = aR_{0i}T$, где $[D_{pi}] = \text{м}^4/\text{с}^3$, R_{0i} — удельная газовая постоянная, Дж/(кг·К).

Соответственно:

$$\alpha = c\rho\beta_\rho; \quad \alpha = c\rho R_{0i} T \beta_p. \tag{1.4.8}$$

Поэтому при выполнении указанных выше условий «а»—«в» массоотдачу можно рассчитывать по приводимым далее формулам для коэффициентов теплоотдачи.

Подробнее об уравнениях переноса с учетом сложных взаимодействий см. [1.1, 1.9, 1.11, 1.12].

1.5. УРАВНЕНИЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Взаимодействие электромагнитных полей с полями скоростей течения и температур в проводящих средах рассматривается особой частной наукой — электротермогидродинамикой, являющейся одним из фундаментальных разделов современной динамики сплошных сред. В этих случаях к уравнениям переноса энергии, массы и импульса присоединяются уравнения Максвелла, связывающие характеристики электрических и магнитных полей:

$$\text{rot}\,\mathbf{H} = \partial \mathbf{D}_э/\partial t + \mathbf{j}; \quad \text{rot}\,\mathbf{E} = -\partial \mathbf{B}/\partial t; \quad \text{div}\,\mathbf{D}_э = \rho_e; \quad \text{div}\,\mathbf{B} = 0. \tag{1.5.1}$$

Уравнение сохранения заряда аналогично уравнению неразрывности (сохранения массы) в гидродинамике

$$\partial\rho_e/dt + \text{div}\,\mathbf{j} = 0, \tag{1.5.2}$$

где $\mathbf{H}$ — напряженность магнитного поля, А/м; $\mathbf{D}_э = \varepsilon_a \mathbf{E}$ — электрическая индукция, Кл/м^2; ρ_e — объемная плотность заряда, Кл/м^3; $\mathbf{j}$ — плотность тока, А/м^2; $\mathbf{E}$ — напряженность электрического поля, В/м; $\mathbf{B} = \mu_a \mathbf{H}$ — магнитная индукция, Тл; ε_a — диэлектрическая проницаемость среды, Ф/м; μ_a — магнитная проницаемость среды, Гн/м.

В проводящих жидкостях плотность тока и напряженность электрического поля связаны обобщенным законом Ома

$$\mathbf{j}=\sigma_э(\mathbf{E}+[\mathbf{u},\ \mathbf{B}]), \tag{1.5.3}$$

где $\sigma_э$ — удельная электрическая проводимость среды, См/м; $\mathbf{u}$ — скорость течения среды, м/с.

Связь между магнитным полем и движущимся проводником описывается уравнением индукции

$$\partial\mathbf{B}/\partial t=\mathrm{rot}[\mathbf{u},\ \mathbf{B}]+\nabla^2\mathbf{B}/\mu_a\sigma_э. \tag{1.5.4}$$

Величина $\nu_м=(\mu_a\sigma_э)^{-1}$ имеет смысл коэффициента диффузии магнитной индукции, м²/с. Часто эту величину называют также магнитной вязкостью.

В потоке проводящей среды возникают объемная сила

$$\mathbf{F}_{Vм}=[\mathbf{j},\ \mathbf{B}] \tag{1.5.5}$$

и внутренний источник теплоты (джоулева теплота)

$$q_{Vэ}=j^2/\sigma_э. \tag{1.5.6}$$

Кроме того, можно выделить следующие аналоги по размерности: $p_м=\mu_a H^2$ имеет смысл магнитного давления; $u_м=E/B$ имеет размерность скорости.

1.6. ЗАКОНЫ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЧЕРНОГО ТЕЛА

Абсолютно черным называется тело, полностью поглощающее все падающее на него электромагнитное излучение. Тепловое излучение в основном концентрируется в инфракрасной и световой областях спектра электромагнитных волн (табл. 1.1).

В большинстве современных технологий основная доля лучистой энергии приходится на ближнюю инфракрасную область.

Распределение интенсивности излучения абсолютно черного тела описывается формулой Планка

$$I_{0\lambda}=d^2E_0/d\lambda d\Omega=c_1/[\lambda^5\pi(e^{c_2/\lambda T}-1)], \tag{1.6.1}$$

где $c_1=3{,}7418\cdot10^{-16}$ Вт·м²; $c_2=1{,}4388\cdot10^{-2}$ м·К; $I_{0\lambda}$ — спектральная интенсивность излучения, т. е. отношение плотности потока энергии монохроматического полусферического излучения E_0 к данному интервалу телесного угла Ω и длин волн λ, Вт/(м³·ср).

Таблица 1.1. **Диапазоны волн теплового излучения и соответствующих температур абсолютно черного тела**

Излучение	Длина волны $\lambda\cdot10^6$, м	Температура T, К
Видимый свет	0,3—0,72	>4144
Ближнее инфракрасное	0,72—1,50	4144—1922
Среднее инфракрасное	1,50—5,6	1922—533
Дальнее инфракрасное	5,6—1000	533—273
Миллиметровые волны	>1000	<273

Из формулы Планка следуют частные законы черного излучения:
формула Рэлея — Джинса (при $\lambda T > c_2$)

$$I_{0\lambda} = c_3 T \lambda^{-4}, \tag{1.6.2}$$

где $c_3 = c_1/c_2 = 2{,}6 \cdot 10^{-14}$ Вт·м/К;
формула Вина (при $\lambda T < c_2$)

$$I_{0\lambda} = c_1 \lambda^{-5} e^{-c_2/\lambda T}; \tag{1.6.3}$$

закон смещения Вина

$$\lambda_m T = 2{,}8978 \cdot 10^{-3} \text{ м·К}, \tag{1.6.4}$$

где λ_m — длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности потока поверхностного излучения абсолютно черного тела (виновская длина волны)

$$I_{0\lambda_m} = c_4 T^5, \quad c_4 = 1{,}2862 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/(м}^3\text{·К}^5\text{)}; \tag{1.6.5}$$

закон Стефана — Больцмана, описывающий полную, или интегральную, плотность потока энергии, излучаемой абсолютно черной поверхностью,

$$E_0 = \int_0^\infty \pi I_{0\lambda} d\lambda = \sigma_0 T^4, \tag{1.6.6}$$

где $\sigma_0 = 5{,}670 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4).

Физической моделью абсолютно черного тела является малое отверстие в полой изотермической сфере. Проникающее через него излучение многократно отражается на стенках полости и практически полностью ими поглощается. Так же излучение, возникающее внутри равномерно нагретой сферы, выходит из отверстия соответственно закону Планка.

Реальные тела могут иметь непрерывный спектр излучения или прерывистый (селективный), при котором излучение энергии происходит в определенных интервалах длин волн. Интегральная плотность потока излучения реальных тел всегда меньше, чем черного тела.

Таким образом, тепловое излучение связано с температурой тела существенно нелинейно, в то время как в теории теплопроводности вещественных сред линейное приближение во многих практически важных случаях хорошо описывает процесс распространения теплоты.

1.7. КРАЕВЫЕ УСЛОВИЯ К УРАВНЕНИЯМ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И ГИДРОГАЗОДИНАМИКИ

Строго говоря, краевыми условиями являются величины, фиксированные при постановке задачи в математической форме или достаточно независимо устанавливаемые экспериментатором. Они могут задаваться в виде полей температур, скоростей, давлений, тепловых потоков и т. п. на контурах рассматриваемой области (или в ее характерных точках) в определенные моменты времени или в виде известных функций времени, например начальное поле температур в некотором теле при внезапном изменении условий теплообмена на его поверхности. Такие краевые условия называются

управляемыми. Существуют следующие основные способы задания краевых условий к уравнению теплопроводности:

1) задается распределение температур или плотности теплового потока на поверхности тела как функция координат и времени: $T_{ст}(x, y, z, t)$; $q_{ст}(x, y, z, t)$;

2) задаются условия сопряжения тепловых потоков и температур соприкасающихся сред на границе раздела: $q_{гр-0}=q_{гр+0}$, $T_{гр-0}=T_{гр+0}$ (если одна из сред является разреженным газом, то возможен кнудсеновский скачок температуры и тогда $T_{гр-0}=T_{гр+0}+\delta T$, т. е. температуры сред на границе отличаются на величину δT, обусловленную механизмом взаимодействия структурных частиц в разреженном газе; формально аналогичный скачок температур можно ввести при недостаточно плотном контакте);

3) задаются условия сопряжения тепловых потоков на границе неподвижной среды (например твердого тела) с текучей средой (например жидкостью) через коэффициент теплоотдачи α, который считается известным: $-\lambda(\partial T/\partial n)_{гр}=\alpha(T_{гр}-T_0)$, где n — нормаль к поверхности тела в данной ее точке; T_0 — расчетная температура массы жидкости.

При сложных *сопряженных задачах* необходимо учитывать влияние теплообмена на изменение условий взаимодействия на границах раздела в связи с их сильной зависимостью от температуры и плотности теплового потока, например при значительном лучистом теплообмене, фазовых переходах, интенсивной термогравитационной конвекции и т. п. К сопряженным задачам следует отнести и проблему локальной тепловой нестационарности, возникающей в окрестности поверхности твердого тела под влиянием интенсивных пульсаций температуры омывающего ее турбулентного потока жидкости или газа.

К уравнениям газодинамики краевые условия задаются в виде распределений скоростей, статических давлений, касательных напряжений по контурам рассматриваемой системы или на ее характерных границах (например, стандартное рассмотрение течения вязкой жидкости в трубе предполагает, что на входе, т. е. при $x=0$, выполняются условия $p=\text{const}$, $u=\text{const}$, а на внутренней стенке трубы $u=0$ вследствие эффекта прилипания).

Аналогично задаются и краевые условия к уравнениям электродинамики по электромагнитным полям и потокам.

В неоднородных многофазных системах существуют границы раздела фаз, условия взаимодействия на которых определяются параметрами самого процесса. Границы раздела могут быть дискретными, замкнутыми и разомкнутыми, площадь поверхности и число дискретных элементов могут меняться вследствие процессов дробления, разрыва, коагуляции и т. п. Можно четко сформулировать условия взаимодействия на элементарных площадках таких границ, но нельзя волею экспериментатора независимо управлять ими в любом месте системы. Такие условия иногда называются неуправляемыми.

В качестве примера можно привести условия равновесия на границах раздела двух несмешивающихся текучих сред (например, вода — ртуть, газожидкостная система).

Условия механического взаимодействия имеют вид:

$$\sigma'_{гр} = \sigma''_{гр}; \quad \tau'_{гр} = \tau''_{гр}, \tag{1.7.1}$$

где $\sigma'^{('')}_{гр}$ — нормальные напряжения, Па; $\tau'^{('')}_{гр}$—касательные напряжения, Па; индекс $'$ характеризует более тяжелую фазу, индекс $''$ — более легкую.

Специфическим проявлением таких взаимодействий является свободная энергия границы раздела. В системах газ — жидкость, жидкость — жидкость она обычно характеризуется коэффициентом поверхностного натяжения σ, Н/м. В частности, скачок давления на границе раздела фаз определяется формулой Лапласа

$$\Delta p_\sigma = \sigma(1/R_1 + 1/R_2), \tag{1.7.2}$$

где R_1 и R_2 — главные радиусы кривизны границы раздела в данной точке.

Свободная энергия диспергированного твердого тела влияет на его физико-химическую активность, в частности на коагуляцию первичных частиц в комки, на взрывоопасность пыли и т. п. Эта энергия определяет минимальную работу, затрачиваемую на дробление твердых и жидких тел.

1.8. ФИЗИЧЕСКОЕ ПОДОБИЕ

Физические процессы могут быть разделены на классы по небольшому числу общих фундаментальных признаков.

Первым из таких признаков является аксиоматически определенная «общая физическая природа», например течение маловязких жидкостей со скоростями, существенно меньшими скорости распространения в них звука.

Следующим фундаментальным признаком класса является физико-математическая абстракция физических свойств среды, например представление об идеальной жидкости Эйлера, которая обладает только одним динамическим физическим свойством — плотностью.

Третьим обязательным признаком служит геометрическая конфигурация системы, в которой протекают рассматриваемые явления, например теплопроводность в сфере или полуограниченном массиве.

Кроме того, используются какие-то другие существенные общие признаки, например ламинарный или турбулентный режим течения.

В развитых физико-математических моделях класс явлений определяется системой уравнений, полностью описывающих его наиболее общие закономерности. Например, класс ламинарных течений с постоянной вязкостью и плотностью жидкости описывается уравнениями (1.3.4).

В неразвитых физико-математических моделях уравнения полностью или частично заменяются перечнем величин, существенных для описания данного явления. Например, при рассмотрении дробления капли невязкой жидкости в несущем потоке газа можно выделить следующие величины: начальный диаметр, плотности газа и жидкости, коэффициент поверхностного натяжения, характерную относительную скорость капли.

Внутри класса можно выделить множество явлений, у которых поля одноименных величин отличаются на определенный множитель преобразования. Их принято называть группой подобных явлений.

Например, ламинарные течения в протяженных цилиндрических каналах, для которых скорости жидкости в геометрически сходственных точках соотносятся так же, как и характерные их значения ($R/R_0=\text{idem}$, $u_1/u_2=$ $=\langle u_1\rangle/\langle u_2\rangle$. Здесь R_0 — радиус канала; u_1 и u_2 — скорости сопоставляемых течений на одном и том же относительном радиусе).

Иначе говоря, физически подобны процессы, у которых безразмерные поля характеризующих их одноименных величин тождественны.

Выделение групп подобных процессов является также отражением общего и ясного соображения о том, что описание законов природы и решение конкретных физических задач не зависит от выбора системы мер. От системы мер может зависеть только число размерных и безразмерных фундаментальных констант и переводные коэффициенты (например, при использовании в технической системе мер разных единиц для механической работы и количества теплоты необходимо ввести так называемый тепловой эквивалент работы 1 ккал=427 кгс·м) [1.1—1.3, 1.5, 1.6].

1.9. АНАЛИЗ РАЗМЕРНОСТЕЙ

Если составлен перечень из m размерных величин, совокупность которых однозначно (в рамках принятой физической модели) характеризует рассматриваемое явление, то максимальное число безразмерных величин, которые можно из них составить, определяется формулой Бэкингема

$$p=m-n, \tag{1.9.1}$$

где n — число первичных (независимых) размерностей, из которых составлены размерности величин m.

Безразмерные характеристики данного процесса (явления) называются числами, или критериями, подобия. В зависимости от способа их образования различают симплексы и комплексы. Симплексы представляют собой отношение текущего значения данной величины к ее значению в некоторой масштабной пространственно-временной точке (области) или к другому характерному масштабу той же природы.

Пример 1. Текущую координату x, направленную по оси трубы, можно представить в безразмерной форме $\bar{x}=x/D$, где D — внутренний диаметр трубы.

Пример 2. Разность температур в заданной точке охлаждаемого тела T и охлаждающей среды на большом удалении от тела T_0 может быть представлена безразмерной величиной $\overline{\Delta T}=(T-T_0)/(T_1-T_0)$, где T_1 — температура в заданной точке в момент времени t_0. D и $\Delta T_0=T_1-T_0$ в данных примерах являются масштабами рассматриваемого параметра.

Комплексы образуются путем комбинирования нескольких разноименных величин, характеризующих процесс.

Пример 1. Гидродинамический режим изотермического потока ньютоновской жидкости характеризуется совокупностью четырех величин — масштабом скорости течения U, м/с, масштабом линейных размеров L, м, плотностью жидкости ρ, кг/м^3, и вязкостью жидкости μ, Па·с. Число рассматриваемых величин $m=4$, и они имеют четыре размерности {м, с, кг, Па}.

Однако размерность напряженности — паскаль относится только к одной из величин, а именно к вязкости. Поэтому в такой форме получить безразмерное соотношение с другими тремя величинами, размерности которых составлены из первичных в системе СИ размерностей {кг, м, с}, нельзя, и в данном случае необходимо написать размерность μ через эти первичные размерности, т. е. раскрыть значение Па=кг/(с^2·м). Таким образом, четырем рассматриваемым физическим величинам сопоставляются три размерности, содержащиеся явно во всех четырех единицах.

Из формулы (1.9.1) следует, что в данном случае можно составить только одно число подобия

$$\mathrm{Re}=UL/\nu, \tag{1.9.2}$$

где $\nu=\mu/\rho$ — производное физическое свойство, называемое кинематической вязкостью, м^2/с.

Пример 2. Коэффициент теплоотдачи α, Вт/(м^2·К), жидкости, текущей в круглой гладкой трубе диаметром D, м, и длиной L, м, зависит от среднерасходной скорости течения U, м/с, динамической вязкости жидкости μ, Па·с, массовой теплоемкости c, Дж/(кг·К), теплопроводности λ, Вт/(м·К), плотности ρ, кг/м^3. Здесь $m=8$, а число первичных размерностей $n=4$ (м, с, кг, К). Соответственно число возможных безразмерных комбинаций $p=8-4=4$. Их каноническая форма (с учетом того, что $\lambda/(c\rho)=a$):

$$\{\mathrm{Nu}=\alpha D/\lambda;\ \mathrm{Re}=UD/\nu;\ \mathrm{Pr}=\nu/a;\ \bar{L}=L/D\}. \tag{1.9.3}$$

Следует обратить внимание на то, что число подобия Pr представляет собой комбинацию физических свойств, которая характеризует соотношение масштабов распространения процессов диффузии импульса и теплоты.

Из этих примеров видно, что когда количество размерных величин не очень велико, переход к их безразмерным комбинациям существенно сокращает число естественных переменных данной физико-математической модели.

Исторически сложилось так, что наиболее распространенные (фундаментальные) числа подобия называют по имени их автора или ученого, внесшего существенный вклад в данную проблему. Символами чисел подобия выбирают первые буквы соответствующего имени. Так, в рассмотренных примерах Re — число Рейнольдса (1883 г.), Pr — число Прандтля (1910 г.), Nu — число Нуссельта (1909 г.). В скобках указан год публикации соответствующего числа подобия тем ученым, именем которого оно впоследствии было названо.

1.10. АНАЛИЗ РАЗВИТЫХ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Если задана система уравнений и краевых условий, однозначно формулирующая данную физико-математическую проблему, то переход к ее безразмерной форме является естественным как при численном, так и при физическом моделировании, в результате чего постановка проблемы приобретает универсальный характер, не связанный с конкретными значениями размерных величин.

Пример. Процесс стационарной теплоотдачи при свободной конвекции определяется системой уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &a\nabla^2 T = (\mathbf{u},\ \operatorname{grad} T); \\ &-g\rho\beta\Delta T - \operatorname{grad} p_д + \mu\nabla^2\mathbf{u} = \rho(\mathbf{u},\ \operatorname{grad})\,\mathbf{u}; \\ &\operatorname{div}\mathbf{u} = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (1.10.1)$$

Здесь принято, что с температурой меняется только плотность среды ρ; β — коэффициент объемного расширения жидкости, 1/К; $p_д$ — динамическая составляющая давления; $g\rho\beta\Delta T$ — гидростатическая составляющая давления; влиянием переменности плотности на уравнение сплошности пренебрегают [1.7]. Эта система уравнений может быть представлена в безразмерном виде с учетом канонических форм соответствующих чисел подобия:

$$\left.\begin{aligned} &\nabla^2\bar{T} = \mathrm{Pe}(\bar{u},\ \operatorname{grad}\bar{T}); \\ &\mathrm{Gr} - \operatorname{grad}\bar{p}_д + \mathrm{Re}\,\nabla^2\bar{u} = \mathrm{Re}^2(\bar{u},\ \operatorname{grad})\bar{u}; \\ &\operatorname{div}\bar{u} = 0, \end{aligned}\right\} \qquad (1.10.2)$$

где $\bar{T} = (T - T_0)/(T_{ст} - T_0)$; $\bar{u} = \mathbf{u}/U$; $\bar{p}_д = p_д L^2/\rho\nu^2$; $\mathrm{Pe} = UL/a$ — число Пекле; $\mathrm{Gr} = g\beta(T_{ст} - T_0)L^3/\nu^2$ — число Грасгофа; $\mathrm{Re} = UL/\nu$ — число Рейнольдса; L — характерный линейный размер; $\bar{x}_i = x_i/L$ — безразмерные координаты. Здесь видно, что безразмерные комплексы (числа подобия) могут выступать и в качестве переменных величин, входящих под знаки операторов (в данном примере $\operatorname{grad}\bar{p}_д$), и в качестве постоянных коэффициентов, построенных по масштабам размерных переменных и их физическим свойствам (в данном примере числа Pe, Gr, Re). Этот пример иллюстрирует и определение: подобными называются физические процессы, у которых поля одноименных безразмерных параметров геометрически тождественны.

Определяющими числами подобия (собственно критериями подобия) называются безразмерные комплексы, составленные только из условий однозначности, т. е. из краевых условий, совокупности характерных для данного процесса физических свойств, геометрических параметров рассматриваемой системы. Определяющие числа подобия суть независимые безразмерные переменные процесса.

Неопределяющие (определяемые) числа подобия состоят из некоторой искомой размерной переменной и обезразмеривающих ее величин, входящих в условия однозначности. Определяемые числа подобия суть зависимые безразмерные переменные процесса. Например, в выражении (1.9.3) число Nu — зависимая переменная, числа Pr, Re, $\bar{L}$ — независимые переменные.

Отсюда следуют: *основное правило теории подобия* (Нуссельта— Афанасьевой) — каждое из неопределяющих чисел подобия является функцией совокупности определяющих чисел подобия; *основное правило моделирования* (Кирпичева — Гухмана) — подобными являются процессы одной физической природы, имеющие подобные условия однозначности и численно равные определяющие критерии.

Приведение уравнений к безразмерному виду, как и соответствующее комбинирование перечня заданных величин при анализе размерностей, не

имеет однозначного алгоритма. Поэтому первый набор таких комбинаций может носить случайный, незавершенный характер. Необходимо из первичного смешанного набора безразмерных комплексов выделить все определяющие числа (критерии) подобия:

$$\{\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, ..., \Pi_n\}. \qquad (1.10.3)$$

Этой системе эквивалентна любая другая, составленная из комбинаций чисел Π_i так, чтобы их общее число n оставалось неизменным. Таким образом, можно выделить максимальное для данного набора число критериев, составленных только из условий однозначности, равное разности между числом независимых размерных переменных данного процесса и числом определяющих их первичных размерностей.

Пример. Эквивалентными являются наборы чисел подобия для теплообмена при вынужденной конвекции несжимаемой жидкости:

$$\{Nu, Pe, Re\};\ \{Nu, Pr, Re\};\ \{St, Pr, Re\}, \qquad (1.10.4)$$

где $St = \alpha/c\rho u_0 = Nu/Pe$ — число Стентона (как и число Nu, являющееся одной из безразмерных форм коэффициента теплоотдачи).

1.11. ВНУТРЕННИЕ МАСШТАБЫ ПРОЦЕССОВ

Наряду с характерными масштабами, задаваемыми условиями однозначности, можно конструировать внутренние (собственные) характерные масштабы физических взаимодействий [1.6]. Так, линейными масштабами толщины гидродинамического пограничного слоя вязкой несжимаемой жидкости, возникающего на поверхности обтекаемого тела, являются интегральные характеристики поля скоростей течения вида:

$$\delta^* = \int_0^\infty (1 - \bar{u})dy; \quad \delta^{**} = \int_0^\infty \bar{u}(1 - \bar{u})dy, \qquad (1.11.1)$$

называемые толщиной вытеснения и толщиной потери импульса.

Линейным масштабом вязкостно-гравитационного взаимодействия является

$$\delta_{\nu g} = \left(\frac{\nu^2}{g\,\overline{\Delta\rho}}\right)^{1/3}. \qquad (1.11.2)$$

Линейный масштаб капиллярно-гравитационного взаимодействия обычно представляется в форме постоянной Лапласа

$$\delta_{\sigma g} = \left(\frac{\sigma}{g\Delta\rho}\right)^{1/2}, \qquad (1.11.3)$$

а масштаб скорости распространения капиллярно-гравитационных возмущений можно записать в форме

$$u_{\sigma g} = \left(\frac{g\sigma\overline{\Delta\rho}}{\rho'}\right)^{1/4}. \qquad (1.11.4)$$

Здесь σ — коэффициент поверхностного натяжения, Н/м.

Характерное время распространения диффузионных возмущений можно определить следующим образом: $t_D = L^2/D$, где D — коэффициент диффузии при массопереносе или кинематическая вязкость ν при переносе импульса в потоке текучей среды, или коэффициент температуропроводности a при переносе теплоты молекулярной теплопроводностью. Такого рода величины можно вводить в фундаментальные числа подобия, придавая им более содержательную форму при рассмотрении тех или иных конкретных процессов.

Подробнее такого рода масштабы определяются в последующих главах.

1.12. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ЧИСЛА ПОДОБИЯ

Теплопроводность. Критерий тепловой гомохронности (Фурье, 1824 г.) $\mathrm{Fo} = at/L^2$ характеризует сходственные временные моменты, отсчитываемые собственным масштабом времени $t_a = L^2/a$.

Критерий конвективно-кондуктивного подобия (число Био) $\mathrm{Bi} = \alpha L/\lambda_{\text{ст}}$ характеризует соотношение кондуктивного и конвективного термических сопротивлений на границе твердое тело — жидкость.

Критерий внутренних источников теплоты $\bar{q}_V = q_V L^2/(\lambda\Delta T)$ характеризует соотношение теплового потока, создаваемого внутренними источниками, и интенсивности теплопроводности.

Термогидродинамика. Критерий динамического подобия (Рейнольдс, 1883 г.) $\mathrm{Re} = UL/\nu$ характеризует соотношение сил вязкого трения и инерции потока. Модификации по характерному линейному размеру:

$$\mathrm{Re}_\delta = U\delta/\nu;\quad \mathrm{Re}^* = U\delta^*/\nu;\quad \mathrm{Re}^{**} = U\delta^{**}/\nu;\quad \mathrm{Re}_{\text{т}} = U\delta_{\text{т}}^{**}/\nu;$$

$$\mathrm{Re}_{\text{пл}} = \frac{1}{\nu}\int\limits_0^\delta u\,dy;\quad \eta = \frac{y}{\mu}\sqrt{\rho\tau} = \frac{yU}{\nu}\sqrt{\frac{c_f}{2}}.$$

Критерий диффузионных взаимодействий (Прандтль, 1910 г.) характеризует взаимодействие двух диффузионных процессов, являясь некоторой особой физической характеристикой текучей среды. Термогидродинамическое число (собственно число Прандтля) $\mathrm{Pr} = \nu/a$; диффузионно-гидродинамическое число $\mathrm{Pr}_D = \nu/D$.

Критерий взаимодействия объемных и динамических сил в потоке $\bar{F}_V = \rho U^2/F_V L$. Число гравитационно-гидродинамического взаимодействия (собственно число Фруда) $\mathrm{Fr} = U^2/gL$. Число взаимодействия архимедовой силы и динамического напора (обобщенное число Фруда) $\mathrm{Fr} = U^2/(gL\overline{\Delta\rho})$, где $\overline{\Delta\rho} = 1 - (\rho''/\rho')$. Одной из градиентных форм обобщенного критерия гравитационно-гидродинамического взаимодействия является число Ричардсона $\mathrm{Ri} = \dfrac{\partial\rho}{\partial y}\dfrac{g}{\rho}\left(\dfrac{\partial u}{\partial y}\right)^{-2}$.

Критерии такого типа существенны для гидродинамики стратифицированных сред. Критерий подобия полей давления (число Эйлера) $\mathrm{Eu} = \Delta p/\rho U^2$. При подстановке разности давлений в невозмущенном потоке

жидкости и в возникающей парогазовой каверне Eu характеризует кавитационные эффекты. Характерное число кавитации принято записывать как $\sigma_* = 2\mathrm{Eu}$. При подстановке масштаба капиллярного давления σ/L принимает форму числа Вебера $\mathrm{We}^{-1} = \sigma/\rho U^2 L$, характеризующего устойчивость дискретных элементов фаз (капель, пленок, пузырей) при совместном движении газа и жидкости или двух жидкостей.

Критерий подобия полей свободного течения (число Галилея) $\mathrm{Ga} = \mathrm{Re}^2/\mathrm{Fr} = \rho F_V L^3/\mu^2$. В форме числа Архимеда $\mathrm{Ar} = gL^3\overline{\Delta\rho}/\nu^2$ характеризует взаимодействие архимедовой силы, обусловленной разностью плотностей среды, и сил вязкого трения; в форме числа Грасгофа $\mathrm{Gr} = \frac{gL^3}{\nu^2}\beta\Delta T$ – термогравитационную конвекцию; в форме числа Рэлея $\mathrm{Ra} = \mathrm{GrPr}$ — термогравитационную конвекцию в средах с $\mathrm{Pr} \gg 1$; в форме GrPr^2 — термогравитационную конвекцию в средах с $\mathrm{Pr} \ll 1$.

Критерий гидродинамической гомохронности $\mathrm{Ho} = Ut/L$, $\mathrm{Ho}_\nu = \nu t/L^2 = \mathrm{Ho}/\mathrm{Re}$ характеризует сходственные гидродинамические ситуации в нестационарных режимах.

Критерий взаимодействия конвективного и молекулярного переносов теплоты в потоке (число Пекле) $\mathrm{Pe} = UL/a = \mathrm{RePr}$ характеризует тепловое подобие в текучих средах.

Критерий теплоотдачи (число Нуссельта, 1909 г.) $\mathrm{Nu} = \alpha L/\lambda$ характеризует взаимодействие интегральной теплоотдачи с теплопроводностью в пристенном слое текучей среды.

Критерий теплоотдачи (число Стентона) $\mathrm{St} = \alpha/(c\rho U)$ характеризует взаимодействие интегральной теплоотдачи с конвективным переносом теплоты по течению среды.

Критерий (параметр) проницаемости стенки $b = 2j_{\text{ст}}/c_{f_0}\rho U$ характеризует воздействие на течение импульса, вносимого в поток средой, проникающей через обтекаемую поверхность.

Симплексы подобия физических свойств (точно при экспоненциальной или линейной температурной функции):

$$\bar{\rho} = \rho_1/\rho_2;\ \bar{\mu} = \mu_1/\mu_2;\ \bar{\lambda} = \lambda_1/\lambda_2 \text{ и др.},$$

где индексы «1» и «2» соответствуют характерным геометрическим местам системы (например, «1» — параметры на стенке, «2» — параметры в невозмущенном потоке).

Газодинамика. Критерий сжимаемости (число Маха — Маиевского) $M = U/a_*$. Для идеального газа $M = U/\sqrt{(\gamma-1)c_pT}$.

Критерий адиабаты (или показатель степени адиабаты Пуассона) $\gamma = c_p/c_V$.

Критерий континуальности течения (число Кнудсена) $\mathrm{Kn} = \langle l\rangle/L$ характеризует влияние соизмеримости геометрического масштаба течения с внутренней структурой среды — длиной свободного пробега молекул.

Температурный фактор $\psi = T_{\text{ст}}/T_0$ характеризует подобие физических свойств газа при неизотермическом течении.

Кинетический температурный фактор $\psi^*=1+r\,\frac{\gamma-1}{2}\,M^2$ характеризует вклад в неизотермичность потока эффекта сжимаемости газа (здесь r — коэффициент восстановления температуры).

Газожидкостные системы. Тепловой критерий физико-химического перехода первого рода[1] (Кутателадзе, 1936 г.) $K=r/\Delta i$ характеризует соотношение теплоты реакции (фазового перехода) и дефекта или избытка теплосодержания рассматриваемой фазы относительно характерной температуры реакции (фазового перехода). В форме числа Якоба $\mathrm{Ja}=\left(K\,\frac{\rho''}{\rho'}\right)^{-1}$ он характеризует те же соотношения в объемных единицах.

В форме $\bar{U}_ф=q/(r\rho U)=\mathrm{Nu}/(K\mathrm{Pe})$ является мерой отношения скорости фазового перехода $U_ф=q/r\rho$ к характерной скорости течения.

В форме $qL/(r\mu)=\mathrm{Nu}/(K\mathrm{Pr})$ является числом Рейнольдса пленочного течения, возникающего при фазовом переходе (например, при пленочной конденсации пара).

Критерий капиллярно-гравитационной устойчивости газожидкостной структуры[1] (Кутателадзе, 1950 г.) $k=U''_{кр}\sqrt{\rho''}/\sqrt[4]{\sigma g(\rho'-\rho'')}$ характеризует взаимодействие динамического напора генерируемой фазы (например, газ, барботируемый в жидкость через пористую поверхность, пузырьковое кипение) с капиллярным давлением и архимедовой силой. В форме $k=q_{кр}/[r\sqrt{\rho''}\sqrt[4]{\sigma g(\rho'-\rho'')}]$ он характеризует устойчивость режима кипения в большом объеме жидкости.

Критерий взаимодействия капиллярных сил и молекулярного трения $F_{\sigma\mu}=\mu U/\sigma$. В форме числа Марангони характеризует термокапиллярные эффекты на свободной поверхности жидкости: $\mathrm{Ma}=[\Delta TL/(\mu a)]\partial\sigma/\partial T$.

Критерий теплового подобия при барботаже и кипении (модифицированное число Пекле) $\mathrm{Pe}_*=\rho''U''\delta_{\sigma g}c'/\lambda'$ характеризует импульс, вносимый в жидкость газом (паром), и его влияние на конвекцию жидкости в пристенной области. Линейный масштаб $\delta_{\sigma g}=\sqrt{\sigma/(g\Delta\rho)}$ является мерой капиллярно-гравитационного взаимодействия. В форме $\mathrm{Pe}_{**}=c'j''\delta_{\sigma a}/\lambda'$ характеризует процесс, автомодельный относительно ускорения системы (например, относительно ускорения свободного падения на Земле g). Линейный масштаб $\delta_{\sigma a}=\sigma/(\rho' a_*''^2)$ характеризует капиллярно-акустические взаимодействия фаз.

Критерий гравитационно-капиллярно-вязкостного взаимодействия (модифицированное число Архимеда) $\mathrm{Ar}_*=g\delta^3_{\sigma g}\overline{\Delta\rho}/\nu^2$.

Критерий капиллярно-акустического взаимодействия (модифицированное число Маха — Маиевского, введен Кутателадзе, 1967 г.) $M_*=$ $=\sqrt[4]{g(\rho'-\rho'')\sigma}/(\sqrt{\rho'}a''_*)$.

Критерии теплоотдачи, построенные по внутренним масштабам гравита-

[1] В отечественной и зарубежной научной литературе критерии подобия K и k называются числами Кутателадзе. (*Прим. ред.*)

ционно-вязкостного, гравитационно-капиллярного и капиллярно-акустического взаимодействия: $\mathrm{Nu}^*=\alpha\delta_{\nu g}/\lambda'$ (Киркбрайт, Кольборн, 1934 г.); $\mathrm{Nu}_*=\alpha\delta_{\sigma g}/\lambda'$ (Якоб и Линке, 1933 г.); $\mathrm{Nu}_{**}=\alpha\delta_{\sigma a}/\lambda'$ (Кутателадзе, 1958 г.). Линейный масштаб $\delta_{\nu g}=[\nu^2/(g\overline{\Delta\rho})]^{1/3}$ характеризует гравитационно-вязкостное взаимодействие.

Концентрационные симплексы — истинное объемное газосодержание φ, расходное объемное газосодержание β, относительная плотность фаз (компонентов) $\bar{\rho}$ и производные от них относительные осредненные скорости течения фаз (компонентов) и массовые концентрации.

Симплексы подобного соотношения физических свойств фаз (компонентов) потока: $\bar{\rho}=\rho''/\rho'$; $\bar{\mu}=\mu''/\mu'$; $\bar{\lambda}=\lambda''/\lambda'$ и др.

Критерий зарождения новой фазы, например для генерации пара на микровпадине радиуса δ_i, $\mathrm{K_т}=(T_{\text{ст},0}-T'')r\rho''\delta_i/(T''\sigma)$ характеризует начальную метастабильность (перегрев стенки против температуры насыщения) жидкости перед закипанием.

Дисперсные системы. Критерий витания $\mathrm{Fr}_0=\zeta\rho'' u_0^2/[gR(\rho'-\rho'')]$ характеризует отношение гидродинамического сопротивления в относительном движении частицы к действию силы тяжести.

Концентрационные симплексы — объемная (массовая) концентрация, расходная и истинная.

Относительные значения физических свойств: $\bar{\rho}=\rho'/\rho''$; $\bar{\lambda}=\lambda'/\lambda''$; $\bar{c}=c'/c''$.

Прочностные характеристики типа $\bar{\sigma}=\sigma/(\rho U^2)$, где σ — напряжение разрушения.

Лучистый теплообмен. Числа Планка $I_{0\lambda}\lambda^5/(hc^2)$; $hc/(kT\lambda)$ характеризуют интенсивность спектрального излучения и влияние на нее температуры излучающего тела.

Относительная интенсивность излучения и относительная длина волны $\bar{I}_\lambda=I_\lambda/I_{\lambda m}$; $\bar{\lambda}=\lambda/\lambda_m$, где λ_m — длина волны максимальной интенсивности.

Безразмерный лучистый поток энергии $\bar{E}=E/(\sigma_0 T^4)$.

Безразмерная длина хода луча (число Бугера) $\mathrm{Bu}=\varkappa L$.

Критерий конвективно-радиационного теплообмена (число Больцмана) $\mathrm{Bo}=\rho U(h_1-h_2)/[\sigma_0(T_1^4-T_2^4)]$ характеризует отношение продольного конвективного переноса энтальпии к потоку лучистой энергии.

Магнитная гидродинамика. Магнитное число Прандтля $\mathrm{Pr_м}=\nu\mu_a\sigma_э$ характеризует соотношение диффузий импульса и магнитного поля в магнитогидродинамических ситуациях.

Магнитное число Рейнольдса $\mathrm{Re_м}=UL\mu_a\sigma_э=\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr_м}$.

Магнитное число Эйлера $\mathrm{Eu_м}=\mu_a H^2/(\rho U^2)$ является мерой взаимодействия магнитного давления и динамического напора в потоке.

Критерий взаимодействия тока и магнитного поля (число Ампера) $\mathrm{Am}=jL/H$.

Критерий проводимости (число Ома) $\mathrm{Om}=\sigma_э E/j$.

Критерий магнитовязкого взаимодействия (Гартман, 1937 г.) $\mathrm{Ha}=BL(\sigma_э/\mu)^{1/2}$ характеризует взаимодействие магнитной индукции, проводимости и молекулярной вязкости в потоке проводящей среды.

Критерий магнитодинамической гомохронности $\mathrm{Ho_м}=t/(\sigma_э\mu_a L^2)$.

Критерий электротеплового взаимодействия $\bar{q}_{Vэ}=j^2L^2/(\sigma_э\lambda\Delta T)$ характеризует воздействие джоулевой теплоты, генерируемой в потоке проводящей среды.

Конвективный критерий электротеплового взаимодействия $\mathrm{K_э}=j^2L/(\sigma_э\rho U\Delta i)$.

Глава вторая

СТАЦИОНАРНЫЙ ТЕПЛОВОЙ ПОТОК В НЕПОДВИЖНОЙ СРЕДЕ

2.1. УРАВНЕНИЕ СТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Уравнение теплопроводности в неподвижной изотропной среде для установившегося (стационарного) теплового состояния может быть приведено к виду [2.1]

$$\nabla^2\Phi+q_V=0;\qquad \Phi=\int\limits_0^T\lambda dT. \tag{2.1.1}$$

Отсюда следует, что изотермам при $\lambda=\mathrm{const}$ соответствуют изолинии функции Φ, а тепловой поток в среде с переменной теплопроводностью описывается решением для случая $\lambda=\mathrm{const}$ при подстановке в него среднего коэффициента теплопроводности

$$\langle\lambda\rangle=\int\limits_{T_1}^{T_2}\lambda dT/(T_2-T_1),$$

где T_1 и T_2 — характерные температуры в данной задаче. Краевые условия к уравнению (2.1.1) задаются в форме условий I—IV рода (см. § 1.7).

Феноменологическая теория теплопроводности в неподвижных средах является детально разработанной областью научного знания. При правильном задании необходимых физических свойств среды и корректной формулировке краевых условий конкретные задачи теплопроводности решаются средствами вычислительной математики. Имеющаяся литература позволяет ориентироваться во всех разделах теории теплопроводности и в ее вычислительных методах.

В этой и следующей главах приводятся только наиболее простые и широко распространенные в инженерной практике задачи теплопроводности в изотропных телах канонических конфигураций без учета торцевых эффектов. При этом решения даются для постоянной теплопроводности λ и постоянных по поверхностям тела температур. Пересчет на случай $\lambda(T)$ осуществляется через функцию Кирхгофа — Варшавского Φ [см. (2.1.1)].

Вначале приводятся формулы для тел без внутренних источников теплоты ($q_V=0$), а затем для тел с равнораспределенными источниками ($q_V=\mathrm{const}$).

Решения одномерных задач теплопроводности для пластины, цилиндра, шара восходят к работам Фурье (1824 г.). Современное изложение см., например, в [1.6].

2.2. ПЛОСКАЯ СТЕНКА

Плотность теплового потока через многослойную плоскопараллельную стенку:

$$q = k(T_{01} - T_{02}); \quad k = \left(1/\alpha_1 + \sum_{i=1}^{n} \delta_i/\lambda_i + 1/\alpha_2\right)^{-1}. \qquad (2.2.1)$$

Температуры на внешних поверхностях стенки

$$T_{ст1} = T_{01} - q/\alpha_1; \quad T_{ст2} = T_{02} + q/\alpha_2. \qquad (2.2.2)$$

Температура на стыке m-го и $(m+1)$-го слоев

$$T_{ст(m+1)} = T_{01} - q\left(1/\alpha_1 + \sum_{i=1}^{m} \delta_i/\lambda_i\right). \qquad (2.2.3)$$

В этих формулах q — плотность теплового потока, Вт/м^2; k — коэффициент теплопередачи через единицу площади поверхности, Вт/(м^2·К); T_{01}, T_{02} — характерные температуры сред, омывающих поверхности стенки (принимается, что $T_{01} > T_{02}$); α_1, α_2 — коэффициенты теплоотдачи на соответствующих внешних поверхностях, Вт/(м^2·К); n — число слоев стенки; λ_i — теплопроводность i-го слоя стенки, Вт/(м·К); δ_i — толщина i-го слоя стенки, м.

2.3. ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ СТЕНКА

Тепловой поток в данном случае удобно относить к единице длины цилиндра (например, трубы в многослойной цилиндрической изоляции, где индекс $i=1$ относится к стенке трубы):

$$q^* = 2\pi(T_{01} - T_{02})\left[1/(\alpha_1 R_1) + \sum_{i=1}^{n} (1/\lambda_i)\ln(R_{i+1}/R_i) + 1/(\alpha_2 R_{n+1})\right]^{-1}. \qquad (2.3.1)$$

Соответственно:

$$T_{ст(m+1)} = T_{01} - (q^*/(2\pi))\left[1/(\alpha_1 R_1) + \sum_{i=1}^{m} (1/\lambda_i)\ln(R_{i+1}/R_i)\right]; \qquad (2.3.2)$$

$$T_{ст1} = T_{01} - q^*/(2\pi\alpha_1 R_1); \quad T_{ст2} = T_{02} + q^*/(2\pi\alpha_2 R_{n+1}). \qquad (2.3.3)$$

На плоской стенке всякое ее дополнительное утолщение, в том числе и более теплопроводным материалом, всегда уменьшает тепловой поток при неизменных прочих условиях. Цилиндрическая изоляция уменьшает тепловой поток, только если

$$\lambda_{из}/\alpha < R_{из}. \qquad (2.3.4)$$

При невыполнении этого условия тепловой поток от трубопровода возрастает. В этих формулах R_i — радиус соответствующего слоя, м (R_1, R_2 — внутренний и внешний радиусы собственно трубы; R_{n+1} — внешний радиус многослойной изоляции); индекс «из» означает величины, относящиеся к однослойной изоляции трубопровода.

Наибольший поток теплоты через цилиндрическую изоляцию имеет место при условии $\lambda_{из}=\alpha_2 R_{из}$.

2.4. СФЕРИЧЕСКАЯ СТЕНКА

Полный тепловой поток через многослойную сферическую стенку, Вт,

$$Q = 4\pi(T_{01} - T_{02})\left[1/(\alpha_1 R_1^2) + \sum_{i=1}^{n}(R_{i+1} - R_i)/(\lambda_i R_i R_{i+1}) - 1/(\alpha_2 R_{n+1}^2)\right]^{-1}. \quad (2.4.1)$$

Особенностью теплопроводности сферы (радиуса R_1) является то, что при погружении в неограниченную однородную среду ($R_2 \to \infty$) с невозмущенной температурой $T \to T_{02}$ стационарный тепловой поток имеет конечное значение

$$Q = 4\pi R_1 \lambda (T_{ст1} - T_{02}). \quad (2.4.2)$$

Отсюда следует, что коэффициент теплоотдачи поверхности сферы, помещенной в неконвектирующую неограниченную среду,

$$\alpha = \lambda / R_1, \quad (2.4.3)$$

где λ — теплопроводность среды.

2.5. ОДИНОЧНЫЙ ГОРИЗОНТАЛЬНЫЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ ТРУБОПРОВОД В ПОЛУОГРАНИЧЕННОМ МАССИВЕ

Тепловой поток с единицы длины трубы радиуса R, расположенной параллельно свободной поверхности полуограниченного однородного массива, и температурное поле в массиве определяются формулами Форхгеймера (1888 г.):

$$q^* = 2\pi\lambda(T_{ст} - T_0)/\ln\left[h/R + \sqrt{(h/R)^2 - 1}\right]; \quad (2.5.1)$$

$$(T - T_0)/(T_{ст} - T_0) = \left\{\ln\left[x^2 + (y + \sqrt{h^2 - R^2})^2\right] - \right.$$
$$\left. - \ln\left[x^2 + (y - \sqrt{h^2 - R^2})^2\right]\right\} / \left\{2\ln\left[h/R + \sqrt{(h/R)^2 - 1}\right]\right\}. \quad (2.5.2)$$

В этих формулах принято, что ось x лежит в сечении, перпендикулярном оси цилиндра, и совпадает с поверхностью массива; ось y перпендикулярна поверхности массива и направлена в его глубину через ось цилиндра в данном сечении; h — глубина залегания оси цилиндра; λ — теплопроводность массива; $T_{ст}$ — температура на поверхности цилиндра; T_0 — невозмущенная температура массива, т. е. температура на его поверхности ($y=0$) и на бесконечном удалении от зоны теплового возмущения ($x \to \pm\infty$, $y \to \infty$), так что $T(x,0) = T(x,\infty) = T_0 = \text{const}$.

Для трубы в цилиндрической изоляции при $h > 4R_{из}$

$$q^* \approx 2\pi (T_{01} - T_{02}) \left[\frac{1}{(\alpha_1 R)} + \frac{1}{\lambda_{из}} \ln \frac{R_{из}}{R} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{2(h + \lambda/\alpha_2)}{R_{из}} \right]^{-1}. \quad (2.5.3)$$

Здесь T_{01}, T_{02} — характерные температуры среды, текущей в трубе, и среды, омывающей поверхность массива; индекс «из» означает параметры изоляционного слоя между поверхностью трубы и массивом; труба считается тонкостенной, теплопроводной и ее термическое сопротивление здесь не учтено. При многослойной изоляции надо вводить $\sum_{i=1}^{n} (1/\lambda_{из\ i}) \ln(R_{из(i+1)}/R_{из\ i})$ и в последнем члене знаменателя $R_{из(n+1)}$.

Температурное поле в массиве определяется в этом случае формулой (2.5.2) при подстановке в нее внешнего радиуса изоляции, расчетной температуры на ее поверхности

$$T = T_{01} - q^* [1/(\alpha_1 R) - (1/\lambda_{из}) \ln(R_{из}/R)]/(2\pi), \quad (2.5.4)$$

расчетной глубины залегания $h^* = h + \lambda/\alpha_2$, а система координат сдвигается относительно поверхности массива на $\Delta y = \lambda/\alpha_2$. Распределение температуры на поверхности массива будет соответствовать распределению, полученному для $y = \lambda/\alpha_2$.

2.6. ДВА ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРА В ПОЛУОГРАНИЧЕННОМ МАССИВЕ

Два цилиндра имеют радиусы контакта с массивом R_1 и R_2; глубины залегания осей, параллельных друг другу и поверхности массива, h_1 и h_2; расстояние по горизонтали между осями цилиндров s; температуры на поверхностях контакта $T_{ст1}$ и $T_{ст2}$; температура на поверхности массива и в его невозмущенной области T_0 ($T(x, 0) = T(x, \infty) = T_0 = \mathrm{const}$). Ось x, как и ранее, направлена по поверхности массива в сечении, перпендикулярном осям цилиндров; ось y проходит перпендикулярно поверхности массива через ось цилиндра большего диаметра (принято, что $R_1 \gg R_2$).

Тепловой поток с 1 м длины i-го цилиндра определяется формулой Е. П. Шубина [2.6]

$$q_i^* = 2\pi\lambda (T_{ст\ i} - T_0)(\ln \bar{h}_j - \overline{\Delta T}_{ji} \ln \bar{s}_0)/(\ln \bar{h}_i \ln \bar{h}_j - \ln^2 \bar{s}_0), \quad (2.6.1)$$

где индекс j относится к соседнему цилиндру; $\bar{h}_i = h_i/R_i + \sqrt{(h_i/R_i)^2 - 1}$; $\overline{\Delta T}_{ji} = (T_{ст\ j} - T_0)/(T_{ст\ i} - T_0)$; $\bar{s}_0 = \sqrt{[s^2 + (h_1 + h_2)^2]/[s^2 + (h_1 - h_2)^2]}$.

Если $\overline{\Delta T}_{ji} \ln \bar{s}_0 > \ln \bar{h}_j$, то i-й цилиндр нагревается от j-го цилиндра. При $\overline{\Delta T}_{ji} \bar{s}_0 = \ln \bar{h}_j$ тепловой поток от i-го цилиндра в массив равен нулю, т. е. если это труба, то тепловой режим протекающей по ней среды в таком случае адиабатичен.

Температурное поле определяется формулой

$$T = T_0 + (q_1 \ln \bar{s}_1 + q_2 \ln \bar{s}_2)/(2\pi\lambda), \quad (2.6.2)$$

где

$$\bar{s}_1=\sqrt{[x^2+(y+h_1)^2]/[x^2+(y-h_1)^2]};$$

$$\bar{s}_2=\sqrt{[(x-s)^2+(y+h_2)^2]/[(x-s)^2+(y-h_2)^2]}.$$

Для труб в цилиндрической изоляции термическое сопротивление учитывается так же, как и для одиночной трубы, т. е. как в формуле (2.5.4) для труб радиуса соответственно R_1 и R_2. При этом в формулу (2.6.1), учитывающую термическое сопротивление массива, следует подставлять значения разностей температур $\Delta T_{i(j)}=T_{\text{из}i(j)}-T_0$.

Для практически наиболее важного случая двух труб одного радиуса R_1 с одинаковой однослойной изоляцией с внешним радиусом $R_{\text{из}}$, расположенных на одной глубине h, расчетные формулы для тепловых потоков имеют вид

$$q_i=2\pi[(T_i-T_0)Z_1-(T_j-T_0)Z_2]/(Z_1^2-Z_2^2), \qquad (2.6.3)$$

где при $h>4R_{\text{из}}$ приближенно $Z_1=(1/\lambda_{\text{из}})\ln(R_{\text{из}}/R_1)+(1/\lambda_{\text{м}})\ln(2h/R_{\text{из}})$; $Z_2=(1/\lambda_{\text{м}})\ln\sqrt{1+(2h/s)^2}$; $\lambda_{\text{из}}$, $\lambda_{\text{м}}$ — теплопроводности изоляции и массива; T_i, T_j — температуры труб, практически равные температурам теплоносителей, если ими являются жидкость или достаточно плотный газ.

Пример. На глубине $h=1{,}5$ м расположены нефтепровод радиусом $R_1=0{,}2$ м и водопровод радиусом $R_2=0{,}1$ м, не покрытые термоизоляцией. Температура нефти $T_1=293$ К, воды $T_2=283$ К. Температура грунта на данной глубине по многолетним наблюдениям в наиболее холодное время $T_0=276$ К.

Требуется определить расстояние между трубопроводами s, при котором водопровод не отнимает теплоты нефтепровода.

Условие нейтральности ($q_{1,2}=0$) выполняется при $\ln\bar{s}_0=\ln\bar{h}_1/\overline{\Delta T}_{1,2}$, т. е.

$$\ln\sqrt{[s^2+(2\cdot1{,}5)^2]/s^2}\approx[\ln(2\cdot1{,}5/0{,}2)]/[(293-276)/(283-276)]=1{,}12;$$

$$s=1{,}04 \text{ м}.$$

2.7. РЯД ТРУБ В МАССИВЕ

Тепловой поток в адиабатной ячейке ряда цилиндров одинакового диаметра, расположенных параллельно друг другу и поверхности массива на одной глубине h, имеющих одинаковую температуру $T_{\text{ст}}$ на своей поверхности радиуса R, при расстоянии между осями цилиндров s определяется формулой О. Е. Власова (1933 г.)

$$q^*=2\pi\lambda(T_{\text{ст}}-T_0)/\ln[(s/\pi R)\,\mathrm{sh}(2\pi h/s)]. \qquad (2.7.1)$$

Внешнее термическое сопротивление учитывается введением эффективной глубины $h^*=h+\lambda/\alpha_2$. Для теплопроводов (например, при почвенном обогреве теплиц) температура стенки трубы обычно совпадает с температурой теплоносителя (чаще всего теплой воды) вследствие высоких коэффициентов теплоотдачи α_1. В случае необходимости следует вводить дополнительное термическое сопротивление $1/\alpha_1 R$.

Температурное поле в адиабатной ячейке ($-s/2 \leqslant x \leqslant s/2$) описывается формулой И. А. Иоффе [2.2]

$$T = T_0 + (T_{ст} - T_0)\{\ln[\mathrm{ch}\, 2\pi(\bar{y}_0 + \bar{y}) - \cos 2\pi\bar{x}] - \ln[\mathrm{ch}\, 2\pi(\bar{y}_0 - \bar{y}) - \cos 2\pi\bar{x}]\}/\{2\ln[(\bar{s}/\pi)\,\mathrm{sh}(2\pi\bar{h})]\}, \qquad (2.7.2)$$

где $\bar{y} = y/s$; $\bar{x} = x/s$; $\bar{h} = h/s$; $\bar{y}_0 = \sqrt{\bar{h}^2 - 1/\bar{s}^2}$; $\bar{s} = s/R$.

Формулы для рядов труб, заложенных в монолиты, см. в [2.5].

2.8. ТЕРМИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ТЕЛ РАЗЛИЧНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ

В табл. 2.1 приведены формулы термического сопротивления тел различных конфигураций, полученные для постоянной теплопроводности ($\lambda = \mathrm{const}$) и постоянных температур на контурах ($T_{ст1} = \mathrm{const}$; $T_{ст2} = \mathrm{const}$). В общем виде термическое сопротивление, К/Вт,

$$R^* = (T_{ст1} - T_{ст2})/Q, \qquad (2.8.1)$$

где Q — полный тепловой поток со всей поверхности тела (например, сферы или диска) или с 1 м длины (например, трубы).

В последнем случае термическое сопротивление, К·м/Вт:

$$R_1^* = (T_{ст1} - T_{ст2})L/Q, \qquad (2.8.2)$$

где L — длина тела.

Полное термическое сопротивление определяется по формуле

$$R_\Sigma^* = (T_{01} - T_{02})/Q, \qquad (2.8.3)$$

где T_{01}, T_{02} — температуры греющей и нагреваемой сред.

2.9. ОТВОД ТЕПЛОТЫ ПО РЕБРАМ И СТЕРЖНЯМ

Ребра и стержни различной формы, выполненные из достаточно теплопроводного материала, служат для развития поверхностей теплообмена со средой, имеющей относительно низкие тепловоспринимающие свойства. Температура по поперечному сечению таких устройств практически постоянна и меняется только по мере удаления рассматриваемого сечения ребра от его основания.

Призматический стержень длиной L с охлаждаемым периметром P и площадью поперечного сечения Ω имеет в сечении, отстоящем на расстоянии x от основания, температуру

$$T_x = T_0 + (T_1 - T_0) Z_1/Z_2, \qquad (2.9.1)$$

где $Z_1 = \mathrm{ch}[m(L-x)] + n\,\mathrm{sh}[m(L-x)]$; $Z_2 = \mathrm{ch}(mL) + n\,\mathrm{sh}(mL)$; $m = \sqrt{\alpha P/(\lambda\Omega)}$; $n = \alpha_L/(\lambda m)$; T_1 — температура основания стержня; T_0 — температура окружающей среды; α — коэффициент теплоотдачи от боковой поверхности стержня; α_L — коэффициент теплоотдачи от торца стержня.

Тепловой поток от стержня в окружающую среду, Вт,

$$Q = \lambda\Omega m(T_1 - T_0)[\mathrm{sh}(mL) + n\,\mathrm{ch}(mL)]/[\mathrm{ch}(mL) + n\,\mathrm{sh}(mL)]. \qquad (2.9.2)$$

Таблица 2.1. **Термическое сопротивление тел различной формы**

Форма тела и расположение	Расчетная схема	Термическое сопротивление тела, К/Вт	Полное термическое сопротивление с учетом теплоотдачи на контурах, К/Вт
Плоская протяженная стенка	T_{01}, α_1, δ, λ, T_{02}, α_2, a	$R^* = \frac{\delta}{\lambda L a}$	$R_\Sigma^* = \frac{1}{La}\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}\right)$
Цилиндрическая протяженная стенка	α_2, α_1, R_1, R_2, T_{01}, T_{02}	$R^* = \frac{1}{2\pi L\lambda} \ln \frac{R_2}{R_1}$	$R_\Sigma^* = \frac{1}{2\pi L}\left(\frac{1}{\alpha_1 R_1} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{\alpha_2 R_2}\right)$
Полый шар	R_1, λ, α_2, T_{01}, α_1, R_2, T_{02}	$R^* = \frac{1}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$	$R_\Sigma^* = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{1}{\alpha_1 R_1^2} + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 R_2^2}\right]$

Форма тела и расположение	Расчетная схема	Термическое сопротивление тела, К/Вт	Полное термическое сопротивление с учетом теплоотдачи на контурах, К/Вт
Труба в квадратной изоляции		$R^* = \frac{1}{2\pi L\lambda} \ln 0{,}54 \frac{a}{R}$	$R^*_\Sigma \approx \frac{1}{2\pi L}\left(\frac{1}{\alpha_1 R} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{0{,}54a}{R} + \frac{\pi}{2\alpha_2 a}\right)$
Труба, эксцентрично расположенная в круглой изоляции		$R^* = \frac{1}{2\pi\lambda L} \ln \frac{P_1 + P_2}{P_1 - P_2}$, $P_1 = \sqrt{(R_2^2 + R_1^2) - s^2}$, $P_2 = \sqrt{(R_2^2 - R_1^2) - s^2}$	$R^*_\Sigma = \frac{1}{2\pi L}\left(\frac{1}{\alpha_1 R_1} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{P_1 + P_2}{P_1 - P_2} + \frac{1}{\alpha_2 R_2}\right)$

Форма тела и расположение	Расчетная схема	Термическое сопротивление тела, К/Вт	Полное термическое сопротивление с учетом теплоотдачи на контурах, К/Вт
Одиночная труба в полуограниченном массиве[1]		$R^* = \frac{1}{2\pi L\lambda} \ln \left[\frac{h}{R} + \sqrt{\left(\frac{h}{R}\right)^2 - 1}\right]$	
		При $h > 4R$	
		$R^* \approx \frac{1}{2\pi L\lambda} \ln \frac{2h}{R}$	$R_\Sigma^* \approx \frac{1}{2\pi L}\left[\frac{1}{\alpha_1 R} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{2}{R}\left(h + \frac{\lambda}{\alpha_2}\right)\right]$ При наличии цилиндрической изоляции $R_\Sigma^* \approx \frac{1}{2\pi L}\left[\frac{1}{\alpha_1 R} + \frac{1}{\lambda_{из}} \ln \frac{R_{из}}{R} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{2}{R_{из}}\left(h + \frac{\lambda}{\alpha_2}\right)\right]$

[1] Здесь и далее: а) термическое сопротивление стенки трубы считается пренебрежимо малым; б) под температурой T_0 понимается температура среды над поверхностью массива. Температура массива на бесконечном удалении от источника теплового потока также равна T_0; L — длина тела.

Форма тела и расположение	Расчетная схема	Термическое сопротивление тела, К/Вт	Полное термическое сопротивление с учетом теплоотдачи на контурах, К/Вт
Две трубы в полуограниченном массиве, $4R_1 < h_1 \leqslant h_2$		Для неизолированной трубы $R_1^* = \frac{1}{2\pi L\lambda}\left[\ln\frac{2h_1}{R_1}\ln\frac{2h_2}{R_2} - \left(\ln\sqrt{\frac{s^2+(h_1+h_2)^2}{s^2+(h_1-h_2)^2}}\right)^2\right] \times \left[\ln\frac{2h_2}{R_2} - \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \times \ln\sqrt{\frac{s^2+(h_1+h_2)^2}{s^2+(h_1-h_2)^2}}\right]^{-1}$; $\Delta T_1 = T_1 - T_0$; $\Delta T_2 = T_2 - T_0$	При $\alpha_1 R_{\Sigma 1}^* \gg 1$ для изолированной трубы $R_{\Sigma 1}^* = \frac{Z_1}{2\pi L\lambda Z_2}$; $Z_1 = \left(\frac{\lambda}{\lambda_{из}}\ln\frac{R_{из2}}{R_2} + \ln\frac{2h_2}{R_{из2}}\right) \times \left(\frac{\lambda}{\lambda_{из}}\ln\frac{R_{из1}}{R_1} + \ln\frac{2h_1}{R_{из1}}\right) - \left(\ln\sqrt{\frac{s^2+(h_1+h_2)^2}{s^2+(h_1-h_2)^2}}\right)^2$; $Z_2 = \frac{\lambda}{\lambda_{из}}\ln\frac{R_{из2}}{R_2} + \ln\frac{2h_2}{R_{из2}} - \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\ln\sqrt{\frac{s^2+(h_1+h_2)^2}{s^2+(h_1-h_2)^2}}$ Для трубы 2 индексы «1» и «2» меняются местами
Ряд труб одинакового диаметра с одной и той же температурой в полуограниченном массиве		Для одной из труб $R^* = \frac{1}{2\pi L\lambda}\ln\left[\frac{s}{\pi R}\operatorname{sh}\left(2\pi\frac{h}{s}\right)\right]$	$R_\Sigma^* \approx \frac{1}{2\pi L}\left\{\frac{1}{\alpha_1 R} + \frac{1}{\lambda}\ln\left[\frac{s}{\pi R}\operatorname{sh}\left(2\pi\frac{h+\frac{\lambda}{\alpha_2}}{s}\right)\right]\right\}$

Продолжение табл. 2.1

Форма тела и расположение	Расчетная схема	Термическое сопротивление тела, К/Вт	Полное термическое сопротивление с учетом теплоотдачи на контурах, К/Вт
То же в массиве, ограниченном двумя параллельными плоскостями		Для одной из труб $R^* = \frac{1}{2\pi\lambda L} \ln \left[\frac{s}{\pi R} \operatorname{sh} \left(\frac{\pi a}{2s} \right) \right]$	$R_\Sigma^* = \frac{1}{4\pi L} \left\{ \frac{1}{\alpha_1 R} + \frac{2}{\lambda} \left[\frac{s}{\pi R} \operatorname{sh} \left(\pi \frac{a/2 + \lambda/\alpha_2}{s} \right) \right] \right\}$
Прямоугольный канал большой протяженности в полуограниченном массиве		$R^* = \frac{1}{L\lambda \left(5,7 + \frac{b}{2a} \right)} \times \ln \frac{3,5h}{b^{0,25} a^{0,75}}$	Термическое сопротивление на поверхности массива учитывается заменой h на $h + \lambda/\alpha$

Продолжение табл. 2.1

Форма тела и расположение	Расчетная схема	Термическое сопротивление тела, К/Вт	Полное термическое сопротивление с учетом теплоотдачи на контурах, К/Вт
Протяженная тонкая пластина в полуограниченном массиве	α; λ; h; a	$0{,}5 < \frac{h}{a} < 12$ Вертикальная пластина $R^* \approx \frac{0{,}42}{L\lambda}\left(\frac{h}{a}\right)^{0{,}24}$ Горизонтальная пластина $R^* = \frac{0{,}34}{L\lambda}\left(\frac{h}{a}\right)^{0{,}32}$	Термическое сопротивление на поверхности массива учитывается заменой h на $h + \lambda/\alpha$
Шар в полуограниченном массиве	α; λ; h; $2R$	$R^* = \frac{1}{4\pi R\lambda}\left(1 - \frac{R}{2h}\right)$	То же

Продолжение табл. 2.1

Форма тела и расположение	Расчетная схема	Термическое сопротивление тела, К/Вт	Полное термическое сопротивление с учетом теплоотдачи на контурах, К/Вт
Вертикальный цилиндр с изолированным верхним торцом в полуограниченном массиве		$R^* = \frac{1}{2\pi h\lambda} \ln \frac{2h}{R}$	$R_\Sigma^* = \frac{1}{\pi h}\left[\frac{1}{\alpha_1 R(2+R/h)} + \frac{1}{2\lambda}\ln\frac{2(h+\lambda/\alpha_2)}{R}\right]$
Круглое кольцо в полуограниченном массиве		$R_1 \ll h \ll R_2$ $R^* = \frac{1}{4\pi^2\lambda R_2}\ln\frac{8R_2}{R_1} \times \left(1 + \frac{\ln\frac{4R_2}{h}}{\ln\frac{8R_2}{R_1}}\right)$	Для поверхности массива величина h заменяется суммой $h + \lambda/\alpha$
Шар, наполовину заглубленный в полуограниченный массив. Весь тепловой поток направлен в массив		$R^* = \frac{1}{2\pi R\lambda}$	—

Продолжение табл. 2.1

Форма тела и расположение	Расчетная схема	Термическое сопротивление тела, К/Вт	Полное термическое сопротивление с учетом теплоотдачи на контурах, К/Вт
Круглая пластина на поверхности полуограниченного массива. Тепловой поток направлен в массив		$R^* = \frac{1}{4R\lambda}$	—
Прямоугольная пластина на поверхности полуограниченного массива. Тепловой поток направлен в массив		$R^* = \frac{1}{\pi a\lambda} \ln \frac{4a}{b}$	—
Круглая пластина в неограниченном массиве		$R^* = \frac{1}{8R\lambda}$	—

Продолжение табл. 2.1

Форма тела и расположение	Расчетная схема	Термическое сопротивление тела, К/Вт	Полное термическое сопротивление с учетом теплоотдачи на контурах, К/Вт
Прямоугольная пластина в неограниченном массиве	a, b	$R^* = \frac{1}{2\pi a\lambda} \ln \frac{4a}{b}$	—
Концентрические длинные стержни квадратного сечения	T_1, T_2, D, H	$R^* = \frac{1}{2\pi L\lambda} (0,93 \ln (H/D) - 0,0502)$, если $H/D > 1,4$; $R^* = \frac{1}{2\pi L\lambda} 0,785 \ln (H/D)$, если $H/D < 1,4$	—
Единичный шар в неограниченном массиве	R, T_1, T_{02}	$R^* = \frac{1}{4\pi R\lambda}$	—

Форма тела и расположение	Расчетная схема	Термическое сопротивление тела, К/Вт	Полное термическое сопротивление с учетом теплоотдачи на контурах, К/Вт
Отрезок цилиндрического стержня	T_1, $2b$, $2r$, T_{02}	b/r — $4\pi r\lambda R^*$: 0 — 1,57 0,25 — 1,19 0,5 — 1,045 1,0 — 0,838 2,0 — 0,666 4,0 — 0,452	—
Проволока, расположенная по оси стержня с прямоугольным сечением	$2r$, T_1, T_2, $2H$, $2D$	$R^* = \frac{1}{2\pi L\lambda}\left[\ln\frac{4D}{\pi r} - C\right]$, где $C = C(H/D)$ H/D — C: 1,00 — 0,1658 1,25 — 0,0793 1,50 — 0,0356 2,0 — 0,0075 2,5 — 0,0016 3,0 — 0,0003 4,0 — $1{,}4\cdot10^{-5}$ $r \leqslant 0{,}1\,D$	—

Продолжение табл. 2.1

Форма тела и расположение	Расчетная схема	Термическое сопротивление тела, К/Вт	Полное термическое сопротивление с учетом теплоотдачи на контурах, К/Вт
Проволока в центре стержня с сечением в виде равностороннего многоугольника		$R^* = \frac{1}{2\pi L\lambda}\left[\ln\left(\frac{R}{r}\right) - C_1\right]$, где $C_1 = C_1(n)$, n — число углов n — C_1: 3 — 0,5696 4 — 0,2708 5 — 0,1606 6 — 0,1067 7 — 0,0761 8 — 0,0570 9 — 0,0442 10 — 0,0354 ∞ — 0 $r \leqslant 0,1R$ для $n = 3$; $r = R$ для $n = \infty$	—

Форма тела и расположение	Расчетная схема	Термическое сопротивление тела, К/Вт	Полное термическое сопротивление с учетом теплоотдачи на контурах, К/Вт
Две бесконечные трубы одинакового радиуса		$R^* = \frac{1}{\pi L\lambda} \ln\left(\frac{A}{2R} + \sqrt{\left(\frac{A}{2R}\right)^2 - 1}\right)$	—
n бесконечных проволок, расположенных концентрически по отношению к оболочке цилиндрической трубы		$R^* = \frac{1}{2\pi L\lambda}\left[\ln\frac{R}{R_1} - \frac{1}{n}\ln\frac{nr}{R_1}\right]$ для $r \ll R_1$, $n \gg 1$	—

Продолжение табл. 2.1

Форма тела и расположение	Расчетная схема	Термическое сопротивление тела, К/Вт	Полное термическое сопротивление с учетом теплоотдачи на контурах, К/Вт
Проволока в неограниченной пластине	T_1, T_2, A, $2r$, $2D$	$R^* = \frac{1}{2\pi L\lambda}\left[\ln \operatorname{ctg}\frac{\pi(D+A)}{4D} + \ln\left(\frac{4D}{\pi r}\right)\right]$, если $r \ll D$; $R^* = \frac{1}{2\pi L\lambda}\ln\frac{4D}{\pi r}$, если $A = 0$, $r \ll D$	—
Проволочное кольцо	T_1, 2ρ, $2R$, T_0	$R^* = \frac{\ln(8R/\rho)}{4\pi^2 R\lambda}$, если $R/\rho > 20$	—

Продолжение табл. 2.1

Форма тела и расположение	Расчетная схема	Термическое сопротивление тела, К/Вт	Полное термическое сопротивление с учетом теплоотдачи на контурах, К/Вт
Два шара на большом расстоянии друг от друга	T_1, R, A, T_2	$R^* = \frac{(1 - R/A)}{2\pi R\lambda}$, если $A \geqslant 5R$	—
Два отрезка проволоки, расположенных параллельно	$2l$, T_1, A, $2r$, T_2	$R^* = \frac{1}{2\pi l\lambda}\left[\ln\frac{2l}{r} - \ln\frac{A}{\sqrt{(A^2 + l^2)} - l}\right]$, если $A \geqslant 5r$, $r \ll l$	—

Продолжение табл. 2.1

Форма тела и расположение	Расчетная схема	Термическое сопротивление тела, К/Вт	Полное термическое сопротивление с учетом теплоотдачи на контурах, К/Вт
Два отрезка проволоки, расположенных последовательно		$R^* = \frac{1}{2\pi l\lambda}\left[\ln\frac{2l}{r} - \ln\sqrt{\left(\frac{A+l}{A-l}\right)}\right]$ при $(A - 2l) \geqslant 5r$, $r \ll l$	—

Продолжение табл. 2.1

Форма тела и расположение	Расчетная схема	Термическое сопротивление тела, К/Вт	Полное термическое сопротивление с учетом теплоотдачи на контурах, К/Вт
Два тонких диска в параллельных плоскостях	2r; T_1; T_2; A	$R^* = \frac{1}{2\pi r\lambda}\left[\frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}\, r/A\right]$ при $A \geqslant 5r$	—

Продолжение табл. 2.1

Форма тела и расположение	Расчетная схема	Термическое сопротивление тела, К/Вт	Полное термическое сопротивление с учетом теплоотдачи на контурах, К/Вт
Два проволочных кольца в параллельных плоскостях		$R^* = \frac{1}{2\pi r\lambda}\left[\frac{1}{\pi}\ln\frac{8r}{\rho} - \frac{K(k)}{\sqrt{(2r)^2 + A^2}}\right]$ при $A \geqslant 5\rho$, $r > 20\rho$, где $k^2 = \frac{1}{1-(A/2r)^2}$, $K(k)$ — полный эллиптический интеграл	—

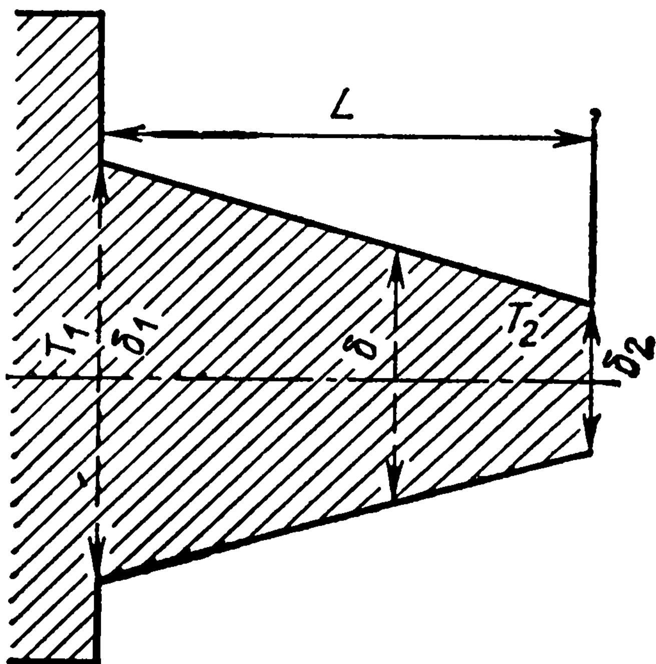


Рис. 2.1. Схема трапециевидного ребра

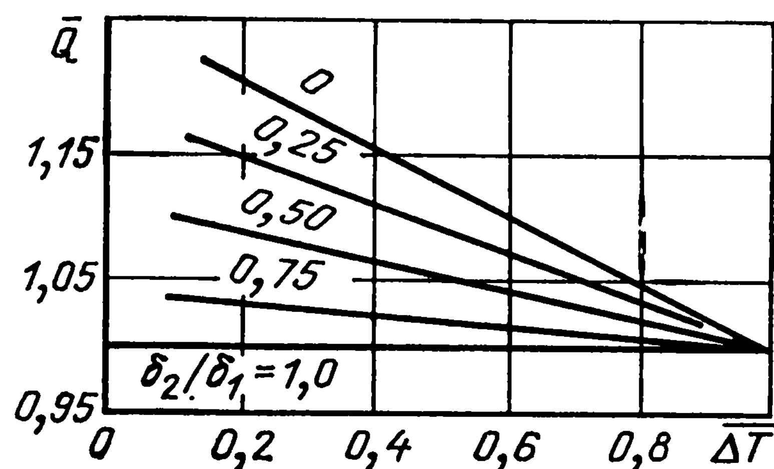


Рис. 2.2. Тепловой поток, отводимый трапециевидным ребром

Для стержня с изолированным торцом ($n=0$)

$$Q=\lambda\Omega m(T_1-T_0)\,\mathrm{th}(mL). \tag{2.9.3}$$

Для стержня бесконечной длины (практически когда площадь боковой поверхности много больше торцевой):

$$T_x=T_0+(T_1-T_0)\exp(-mx);$$

$$Q=(T_1-T_0)\sqrt{\alpha\lambda P\Omega}. \tag{2.9.4}$$

Прямое ребро постоянного теплового напряжения наименее металлоемко, а на его конце устанавливается температура, близкая температуре окружающей среды. При значительной ширине ребра ($H\gg\delta$): $P\approx 2H$; $\Omega\approx\delta P/2$; $m\approx\sqrt{2\alpha/(\lambda\delta_1)}$. У такого ребра должны выполняться условия:

$$\delta_1/L=\sqrt{2\mathrm{Bi}};\quad \delta/\delta_1=1+\mathrm{Bi}\,\bar{x}^2-2\mathrm{Bi}\,\bar{L}\,\bar{x};\quad \delta_L=\delta_1/2, \tag{2.9.5}$$

где $\mathrm{Bi}=\alpha\delta_1/\lambda$; $\bar{x}=x/\delta_1$; $\bar{L}=L/\delta_1$; δ_1, δ_L, δ — толщина ребра соответственно у основания, на торце и в данном сечении; L — длина ребра.

Тепловой поток от основания ребра

$$Q=(T_1-T_0)H\sqrt{2\alpha\lambda\delta_1}. \tag{2.9.6}$$

Обычно в целях простоты изготовления параболическое ребро равной теплонапряженности заменяется трапециевидным (рис. 2.1).

Пользуясь рис. 2.2, можно определить тепловой поток Q, отдаваемый *трапецивидным ребром.* На рис. 2.2 $\bar{Q}=QF'/(Q'F)$; Q' — тепловой поток, рассчитанный по формуле (2.9.2); F — площадь поверхности рассчитываемого ребра; F' — площадь поверхности прямоугольного ребра, длина, высота и толщина которого равны длине, высоте и средней толщине рассматриваемого трапециевидного ребра; $\overline{\Delta T}=(T_2-T_0)/(T_1-T_0)$.

Для расчета теплоотдачи *круглого плоского ребра* (рис. 2.3) используют зависимость $\bar{Q}=Q/(qF)$ от $\overline{\Delta T}$ (рис. 2.4), где q — плотность теплового потока на поверхности прямоугольного ребра при $L=1$ м и толщине, равной толщине рассчитываемого круглого ребра.

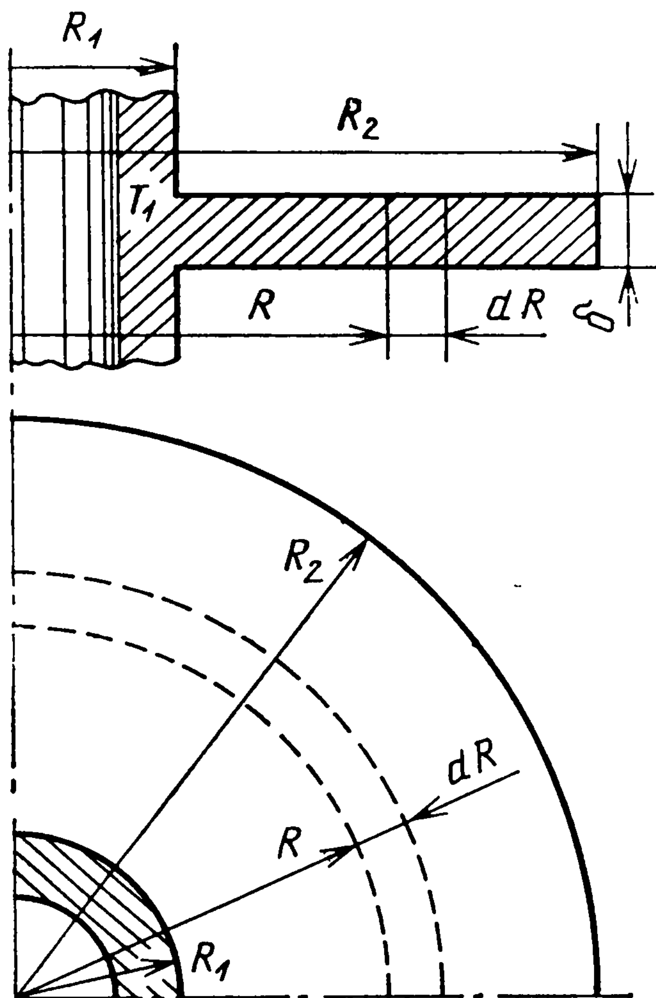


Рис. 2.3. Схема плоского круглого ребра

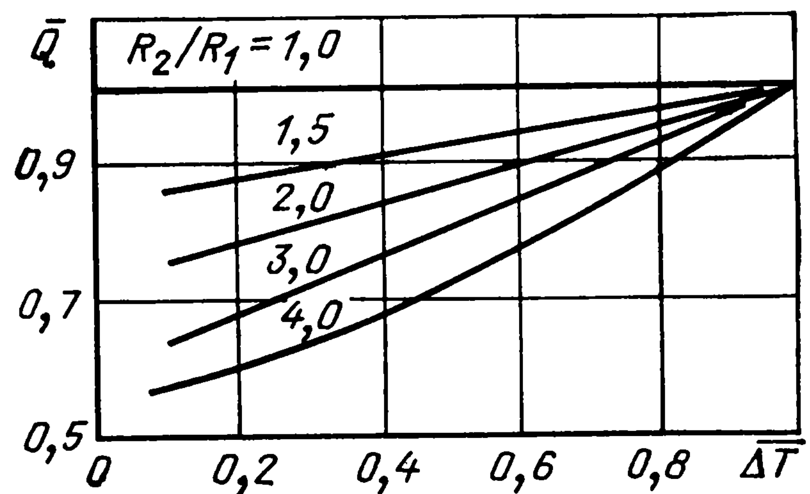


Рис. 2.4. Тепловой поток, отводимый круглым ребром

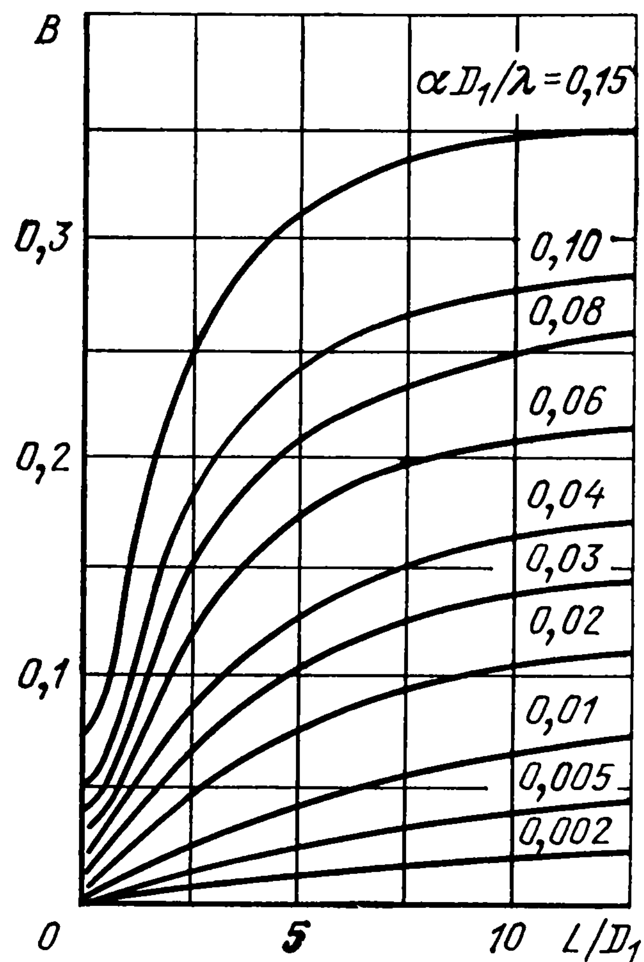


Рис. 2.5. График для расчета теплового потока, отводимого коническим шипом

Теплоотвод *коническим шипом* определяется по формуле

$$Q=\pi R_1(T_1-T_0)B\lambda, \qquad (2.9.7)$$

где B принимается по рис. 2.5.

Следует иметь в виду, что коэффициент теплоотдачи от оребренной поверхности к окружающей ее среде сам зависит от конструкции оребрения.

Тепловой поток от оребренной поверхности к окружающей среде может быть рассчитан приближенно по формуле

$$Q_{\text{op}}=\alpha F_{\text{op}}(T_1-T_0)E, \qquad (2.9.8)$$

где F_{op} — площадь поверхности оребрения; T_1, T_0 — температуры основания ребер и окружающей среды; E — коэффициент эффективности оребрения, учитывающий изменение температуры по ребру.

На рис. 2.6 и 2.7 приведены графики для определения значений E некоторых типовых оребрений. В случае трапециевидного сечения ребра значение E умножается на коэффициент ε_Δ (рис. 2.7).

Для прямых ребер постоянной толщины

$$E = \text{th}\left(h\sqrt{2\psi\alpha/(\lambda\delta)}\right)/\left(h\sqrt{2\psi\alpha/(\lambda\delta)}\right), \qquad (2.9.9)$$

для ребер с прямым основанием $\psi \approx 0{,}90$, для ребер с цилиндрическим основанием $\psi \approx 0{,}85$.

Подробнее см. [2.3, 2.4].

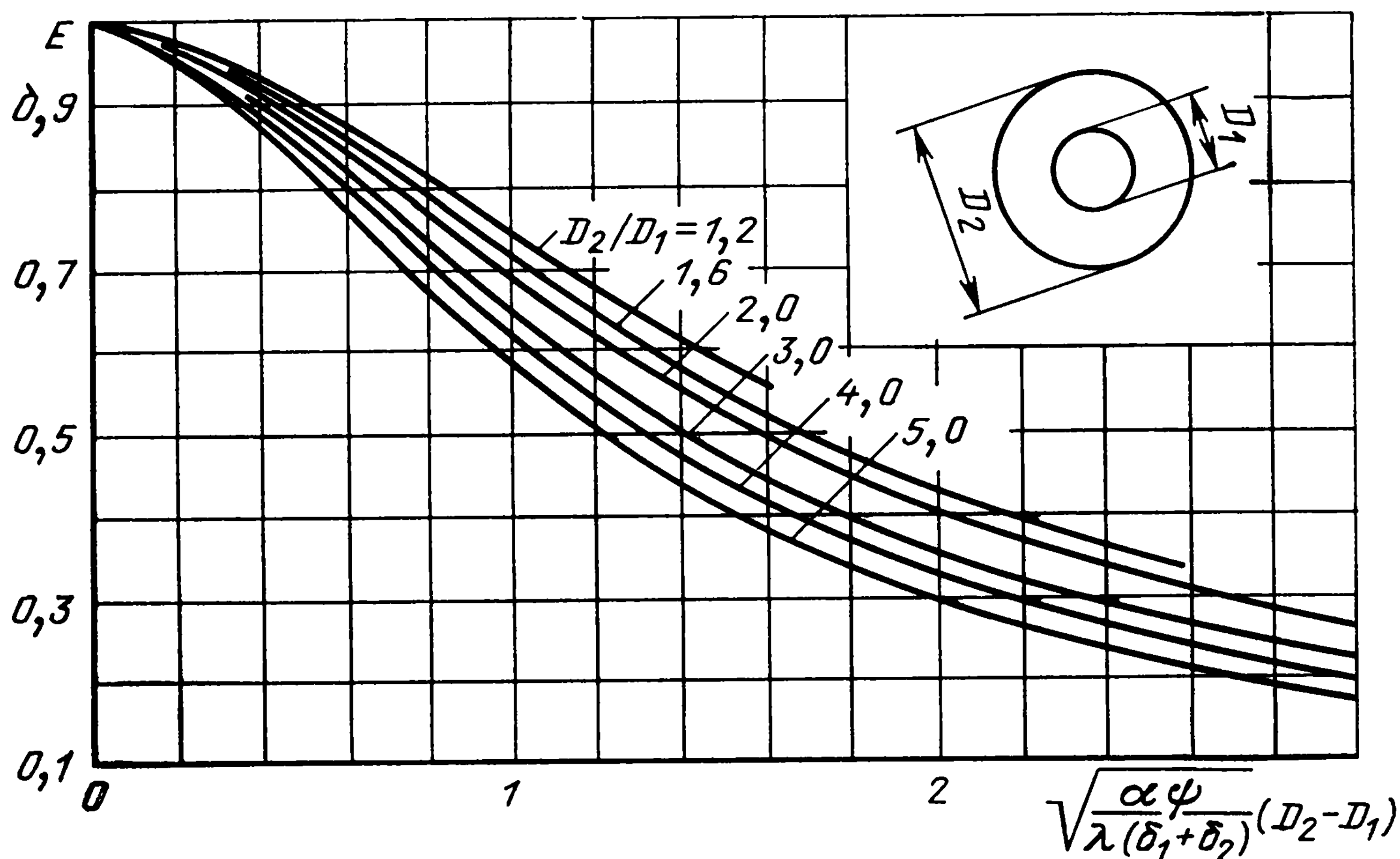


Рис. 2.6. Коэффициент эффективности круглых ребер с цилиндрическим основанием

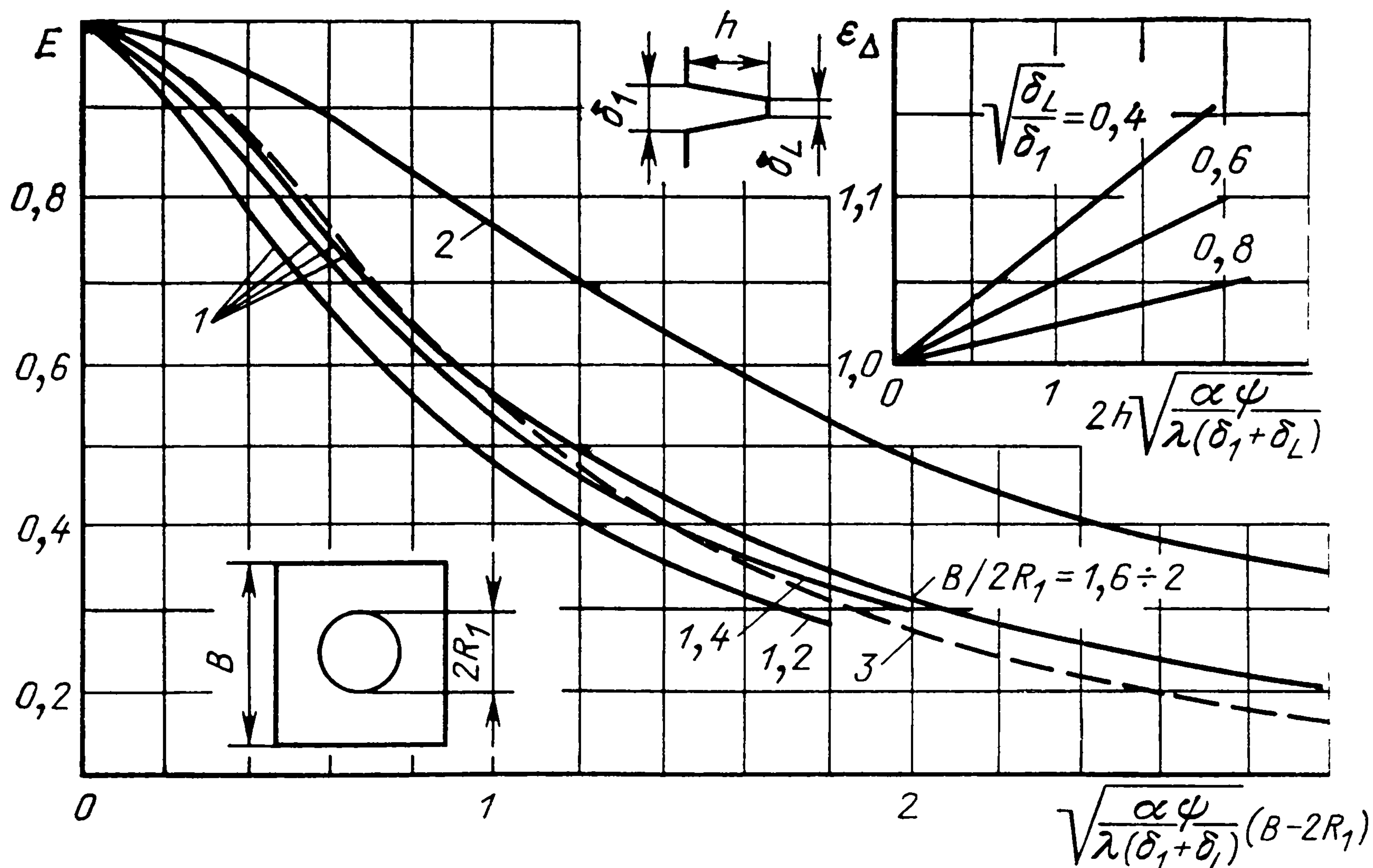


Рис. 2.7. Коэффициент эффективности квадратных ребер с цилиндрическим (*1*) и прямым основанием (*2*)

2.10. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В КАНОНИЧЕСКИХ ТЕЛАХ С РАВНОРАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ВНУТРЕННИМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛОТЫ

Приведенные ниже решения получены для условий: $\lambda=\text{const}$, $q_V=\text{const}$.

Плоская стенка толщиной δ. Начало оси x, перпендикулярной к плоскости стенки, находится на ее поверхности, имеющей температуру $T_{\text{ст}1}$. Предполагается, что $T_{01}>T_{\text{ст}1}>T_{\text{ст}2}>T_{02}$, где T_{01}, T_{02} — температуры омывающих сред с коэффициентами теплоотдачи соответственно α_1 и α_2. Естественно, что изменение знака с «плюса» на «минус» у соответствующей разности температур общего решения задачи не меняет. Распределение температуры в стенке:

$$T_x=T_{\text{ст}2}+[q_V/(2\lambda)](\delta^2-x^2)+(\alpha_1/\lambda)(T_{01}-T_{\text{ст}1})(\delta-x); \quad (2.10.1)$$

$$T_{\text{ст}1}=[T_{02}+(\alpha_1/\alpha_2+\alpha_1\delta/\lambda)T_{01}+q_V(\delta/\alpha_2+\delta^2/(2\lambda)]/(1+ +\alpha_1\delta/\lambda+\alpha_1/\alpha_2); \quad (2.10.2)$$

$$T_{\text{ст}2}=T_{02}+q_V\delta/\alpha_2+\{T_{01}-T_{02}-q_V[\delta/\alpha_2+\delta^2/(2\lambda)]\}/(1+ +\alpha_2\delta/\lambda+\alpha_2/\alpha_1), \quad (2.10.3)$$

где q_V — плотность внутренних источников, Вт/м³.

Общее тепловыделение в единичном объеме $(V_1=\delta\cdot 1\cdot 1)$ пластины и тепловые потоки на ее поверхностях:

$$Q_{V1}=q_V\delta;\quad q_{\text{ст}1}=\alpha_1(T_{\text{ст}1}-T_1);\quad q_{\text{ст}2}=\alpha_2(T_{\text{ст}2}-T_2). \quad (2.10.4)$$

В односторонне охлаждаемом полом цилиндре плотность тепловыделения на единицу длины

$$q^*=\pi(R_2^2-R_1^2)q_V. \quad (2.10.5)$$

При охлаждении с внутренней поверхности круглой трубы:

$$T=T_{01}+(q_VR_1^2/(4\lambda))\{[2\lambda/(\alpha_1R_1)][(R_2/R_1)^2-1)]+ +1-(R/R_1)^2+2(R_2/R_1)^2\ln(R/R_1)\}; \quad (2.10.6)$$

$$T_{R_1}=T_{01}+[q_VR_1/(2\alpha_1)][(R_2/R_1)^2-1]; \quad (2.10.7)$$

$$T_{R_2}=T_{01}+[q_VR_1^2/(4\lambda)]\{[(2\lambda/(\alpha_1R_1))-1][(R_2/R_1)^2-1]+ +2(R_2/R_1)^2\ln(R_2/R_1)\}, \quad (2.10.8)$$

где T_{01} — средняя температура охлаждающей среды, текущей в полости трубы; α_1 — коэффициент теплоотдачи от среды к внутренней стенке трубы; R, R_1, R_2 — соответственно текущий, внутренний и внешний радиусы трубы.

Разность температур наружной (неохлаждаемой) и внутренней (охлаждаемой) поверхностей полого цилиндра зависит только от плотности внутреннего тепловыделения, теплопроводности и отношения внутреннего и внешнего радиусов цилиндра:

$$T_{R_2}-T_{R_1}=[q_VR_2^2/(4\lambda)][2\ln(R_2/R_1)-1+(R_1/R_2)^2]. \quad (2.10.9)$$

Для сплошного цилиндра, охлаждаемого с внешней стороны средой с температурой T_{02} при коэффициенте теплоотдачи α_2

$$T=T_{02}+[q_V R_2^2/(4\lambda)][2\lambda/(\alpha_2 R_2)+1-(R/R_2)^2]; \qquad (2.10.10)$$

температура на оси цилиндра

$$T_{R=0}=T_{02}+[q_V R_2^2/(4\lambda)][2\lambda/(\alpha_2 R_2)+1]. \qquad (2.10.11)$$

Пример. Полый электрический проводник охлаждается водой, текущей в его внутреннем канале. Коэффициент теплоотдачи $\alpha_1=2\cdot10^4$ Вт/(м$^2\cdot$К); максимальная средняя по сечению температура воды $T_1=300$ К. Характеристики проводника: $R_1=3$ мм, $R_2=5$ мм; площадь поперечного сечения $\Omega=\pi(R_2^2-R_1^2)=5{,}024\cdot10^{-5}$ м^2; теплопроводность $\lambda=20$ Вт/(м$\cdot$К); удельная электрическая проводимость $\sigma_э=10^7$ См/м. Определить максимально допустимый ток из условия, что $T_{R_2}\leqslant800$ К. Сопротивление проводника длиной 1 м

$$r_1=1/(\sigma_э\Omega)=1/(10^7\cdot5{,}024\cdot10^{-5})=1{,}99\cdot10^{-3}\ \text{Ом/м};$$

температура внутренней стенки проводника по формуле (2.10.7)

$$T_{R_1}=T_{01}+[q_V R_1/(2\alpha_1)][(R_2/R_1)^2-1]=$$
$$=300+[q_V\cdot3\cdot10^{-3}/(2\cdot2\cdot10^4)][(5/3)^2-1]=300+1{,}33\cdot10^{-7}q_V.$$

По формуле (2.10.9)

$$T_{R_1}=800-[q_V\cdot5^2\cdot10^{-6}/(4\cdot20)][2\ln(5/3)-1+(3/5)^2]=800-1{,}19\cdot10^{-7}q_V.$$

Совмещая два полученных выражения для T_{R_1}, находим, что $300+1{,}33\cdot10^{-7}q_V=800-1{,}19\cdot10^{-7}q_V$; $q_V\approx2\cdot10^9$ Вт/м^3. Соответствующий максимально допустимый ток

$$I=\sqrt{q_V\Omega/r_1}=\sqrt{2\cdot10^9\cdot5\cdot10^{-5}/(1{,}99\cdot10^{-3})}=7100\ \text{А}.$$

Глава третья

ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В НЕПОДВИЖНЫХ СРЕДАХ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

3.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

В параболическом приближении, т. е. при времени тепловой релаксации, много меньшем характерного масштаба времени рассматриваемого процесса, уравнение теплопроводности в изотропной среде имеет вид

$$\operatorname{div}(\lambda\operatorname{grad}T)+q_V=c_p\rho\partial T/\partial t. \qquad (3.1.1)$$

При отсутствии внутренних источников и стоков теплоты ($q_V=0$) и постоянных физических свойствах имеем:

$$a\nabla^2T=\partial T/\partial t, \qquad (3.1.2)$$

где $a=\lambda/(c_p\rho)$.

Краевые условия задаются как граничные (на контурах или в характерных геометрических местах системы), так и временны́е (в некоторый фиксированный момент времени — обычно в начальный момент отсчета). Безразмерное время характеризуется числом Фурье

$$\mathrm{Fo}=at/L^2, \qquad (3.1.3)$$

где L — характерный линейный масштаб.

В ряде важных приложений возможно искать решение в форме произведения независимых функций координат и времени:

$$T=\psi(x,\ y,\ z)\varphi(t), \qquad (3.1.4)$$

чему соответствует уравнение (3.1.2), представленное в форме обыкновенного дифференциального уравнения:

$$\nabla^2\psi+\beta^2\psi=0;\ \ \varphi=A\exp(-\beta^2\mathrm{Fo}). \qquad (3.1.5)$$

Имеются задачи, в которых разделить переменные невозможно. Решение одной из таких задач имеет вид

$$T=\left[C_1/(2\sqrt{\pi at})\right]\exp\left[-(C_2-x)^2/4at\right], \qquad (3.1.6)$$

где C_1 и C_2 — коэффициенты, определяемые по краевым условиям.

Теория теплопроводности неподвижных (обычно твердых) сред и современные методы и технологическое обеспечение вычислительной математики позволяют решить поставленные конкретные задачи, если имеются достаточно надежные данные о теплопроводности, объемной теплоемкости и об условиях на границах системы.

Подробно методы решения уравнения нестационарной теплопроводности в неподвижных средах изложены в [3.1, 3.2, 3.4, 3.5]. Там же рассматриваются и некоторые проблемы теплопроводности в анизотропных средах и средах с конечным временем тепловой релаксации.

Хорошая сводка расчетных формул и номограмм содержится в [3.3], ряд задач с нелинейными граничными условиями применительно к затвердеванию слитков металла и некоторым другим процессам решен в [3.7].

3.2. ПОЛУОГРАНИЧЕННОЕ ТЕЛО

а) Полуограниченный стержень (ограниченный с торца), боковая поверхность которого изолирована так, что тепловым потоком через нее можно пренебречь, охлаждается с торца средой, имеющей температуру T_0. В момент погружения торца стержня в охлаждающую среду температура во всех точках стержня одинакова и равна T_1. Коэффициент теплоотдачи α от торца стержня к охлаждающей среде не меняется во времени.

Температура T в любом сечении стержня является функцией времени t и координаты x (расстояния от торца) и определяется с помощью формулы

$$\overline{\Delta T}=\frac{T_1-T}{T_1-T_0}=\mathrm{erfc}\left(\frac{1}{2\sqrt{\mathrm{Fo}_x}}\right)-$$

$$-\exp(\mathrm{Bi}_x-\mathrm{Bi}_x^2\,\mathrm{Fo}_x)\mathrm{erfc}\left(\frac{1}{2\sqrt{\mathrm{Fo}_x}}+\mathrm{Bi}_x\sqrt{\mathrm{Fo}_x}\right), \qquad (3.2.1)$$

где $Fo_x = at/x^2$; $Bi_x = \alpha x/\lambda$; a и λ — коэффициент температуропроводности и теплопроводность материала стержня.

Плотность теплового потока через торец стержня[1], Вт/м²,

$$q = \alpha(T_1 - T_0)\exp(Bi_x^2 Fo_x)\operatorname{erfc}(Bi_x \sqrt{Fo_x}). \tag{3.2.2}$$

Произведение $Bi_x Fo_x^{1/2} = \alpha[t/(c\rho\lambda)]^{1/2}$ не зависит от линейного размера и представляет собой форму краевого условия, связывающего меру интенсивности теплоотдачи от поверхности твердого тела с комплексным физическим свойством $c\rho\lambda$, характеризующим наряду с коэффициентом температуропроводности a термоинерционные свойства данной среды (см., например, в гл. 13 число $\overline{c\rho\lambda}$).

б) Та же задача, что и в п. «а», но при отсутствии тепловой изоляции боковой поверхности стержня. Температура среды, окружающей боковую поверхность, постоянна и равна начальной температуре стержня T_1. Коэффициент теплоотдачи от торца к охлаждающей среде относительно велик, и можно допустить, что температура торца сразу становится равной T_0.

Безразмерная температура в сечении x с учетом теплоотдачи от боковой поверхности стержня

$$\overline{\Delta T} = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_0} = \frac{1}{2}\left[\exp\left(-\sqrt{Bi}\,x/n\right)\operatorname{erfc}\left(\frac{x/n}{2\sqrt{Fo}} - \sqrt{Bi\,Fo}\right) + \right.$$
$$\left. + \exp\left(\sqrt{Bi}\,\frac{x}{n}\right)\operatorname{erfc}\left(\frac{x/n}{2\sqrt{Fo}} + \sqrt{Bi\,Fo}\right)\right], \tag{3.2.3}$$

где $n = \Omega/P$ — отношение площади сечения стержня к периметру сечения; $Bi = \alpha n/\lambda$; $Fo = at/R^2$.

Плотность теплового потока через торец стержня

$$q = \frac{\lambda(T_1 - T_0)}{n}\left[\frac{1}{\sqrt{\pi Fo}}\exp(-BiFo) + \sqrt{Bi}\operatorname{erf}(\sqrt{BiFo})\right]. \tag{3.2.4}$$

в) Охлаждаемый торец полуограниченного стержня с изолированной боковой поверхностью погружен в среду с начальной температурой T_0. В последующем температура среды является функцией времени, $T_0(t) = f(t)$, коэффициент теплоотдачи от торца стержня к охлаждающей среде $\alpha = \text{const}$.

Температура стержня в сечении x в момент времени t

$$T = \int_0^t f(t-\nu)\left[Bi_x\sqrt{\frac{Fo_x}{\pi t\nu}}\exp\left(-\frac{x^2}{4a\nu}\right) - \right.$$
$$\left. - \frac{Bi_x^2 Fo_x}{t}\exp\left(Bi_x + \frac{Bi_x^2 Fo_x}{t}\nu\right)\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\nu}} + Bi_x\sqrt{\frac{Fo_x \nu}{t}}\right)\right]d\nu, \tag{3.2.5}$$

где ν — текущая переменная.

Для полуограниченного стержня, кроме приведенных, имеются также решения для следующих условий [3.5]:

---

[1] Все решения, приведенные для режима охлаждения тела, пригодны и для режима нагрева.

г) Торец стержня с изолированной боковой поверхностью в начальный момент принимает температуру окружающей среды T_0, которая затем остается постоянной в течение всего процесса.

д) Торец стержня, имеющего начальную температуру T_1, нагревается постоянным тепловым потоком.

Кроме того, применительно к условиям п. «б» в [3.5] дано решение для стержня, ограниченного с обоих торцев.

3.3. НЕОГРАНИЧЕННАЯ ПЛАСТИНА

а) Неограниченная пластина толщиной 2δ, равномерно прогретая в момент времени $t=0$ до температуры T_1, погружена в среду с постоянной температурой T_0. Коэффициент теплоотдачи α от поверхности пластины к среде не меняется во времени. Ось x перпендикулярна к боковым поверхностям, начало координат в середине пластины.

Безразмерная температура в плоскости x в момент времени t определяется уравнением[1] [3.5]

$$\overline{\Delta T} = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} = \sum_{i=1}^{\infty} A_i^{\text{п}} \cos(\beta_i x/\delta) \exp(-\beta_i^2\,\text{Fo}). \qquad (3.3.1)$$

Значения корней характеристического уравнения $\beta_i=\beta_i(\text{Bi})$ приведены в табл. 3.1; коэффициенты $A_i^{\text{п}}=f(\text{Bi})$ — в табл. 3.2; $\text{Bi}=\alpha\delta/\lambda$, $\text{Fo}=at/\delta^2$.

При $\text{Bi}>100$ температура поверхности пластины $T_{\text{ст}}$ практически равна температуре окружающей среды и

$$\overline{\Delta T} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{i+1}}{(2i-1)\pi} \cos\left[\frac{(2i-1)\pi x}{2\delta}\right] \exp\left[-\frac{(2i-1)^2\pi^2}{4}\,\text{Fo}\right]. \qquad (3.3.2)$$

При значениях $\text{Bi}<0{,}1$

$$\overline{\Delta T} = \cos\left(\sqrt{\text{Bi}}\,x/\delta\right) \exp(-\text{Bi}\,\text{Fo}). \qquad (3.3.3)$$

Количество теплоты, отданной или воспринятой 1 м^2 пластины с обеих ее сторон, Дж/м^2,

$$Q = Q_0 \sum_{i=1}^{\infty} A_i^{\text{п}} \frac{\sin\beta_i}{\beta_i} [1 - \exp(-\beta_i^2\,\text{Fo})], \qquad (3.3.4)$$

где

$$Q_0 = 2\delta c\rho (T_1 - T_0). \qquad (3.3.5)$$

На рис. 3.1—3.3 даны номограммы для определения безразмерных температур на поверхности пластины $\overline{\Delta T}_{\text{ст}} = (T_{\text{ст}} - T_0)/(T_1 - T_0)$ и в ее средней плоскости $\overline{\Delta T}_{\text{ц}} = (T_{\text{ц}} - T_0)/(T_1 - T_0)$, а также относительной теплоотдачи Q/Q_0.

---

[1] Для получения результатов с необходимой точностью все вычисления по общим уравнениям для определения $\overline{\Delta T}$ и Q следует проводить, сохраняя в разложении до пяти-шести значений β_i.

Таблица 3.1. **Корни характеристического уравнения β_i для расчета теплопроводности в неограниченной пластине**

Bi	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6
0	0,0000	3,1416	6,2832	9,4248	12,5664	15,7080
0,001	0,0316	3,1419	6,2833	9,4249	12,5665	15,7080
0,002	0,0447	3,1422	6,2835	9,4250	12,5665	15,7081
0,004	0,0632	3,1429	6,2838	9,4252	12,5667	15,7082
0,006	0,0774	3,1435	6,2841	9,4254	12,5668	15,7083
0,008	0,0893	3,1441	6,2845	9,4256	12,5670	15,7085
0,01	0,0998	3,1448	6,2848	9,4258	12,5672	15,7086
0,02	0,1410	3,1479	6,2864	9,4269	12,5680	15,7092
0,04	0,1987	3,1543	6,2895	9,4290	12,5696	15,7105
0,06	0,2425	3,1606	6,2927	9,4311	12,5711	15,7118
0,08	0,2791	3,1668	6,2959	9,4333	12,5727	15,7131
0,1	0,3111	3,1731	6,2991	9,4354	12,5743	15,7143
0,2	0,4328	3,2039	6,3148	9,4459	12,5823	15‘7207
0,3	0,5218	3,2341	6,3305	9,4565	12,5902	15,7270
0,4	0,5932	3,2636	6,3461	9,4670	12,5981	15,7334
0,5	0,6533	3,2923	6,3616	9,4775	12,6060	15,7397
0,6	0,7051	3,3204	6,3770	9,4879	12,6139	15,7460
0,7	0,7506	3,3477	6,3923	9,4983	12,6218	15,7524
0,8	0,7910	3,3744	6,4074	9,5087	12,6296	15,7587
0,9	0,8274	3,4003	6,4224	9,5190	12,6375	15,7650
1,0	0,8603	3,4256	6,4373	9,5293	12,6453	15,7713
1,5	0,9882	3,5422	6,5097	9,5801	12,6841	15,8026
2,0	1,0769	3,6436	6,5783	9,6296	12,7223	15,8336
3,0	1,1925	3,8088	6,7040	9,7240	12,7966	15,8945
4,0	1,2646	3,9352	6,8140	9,8119	12,8678	15,9536
5,0	1,3138	4,0336	6,9096	9,8928	12,9352	16,0107
6,0	1,3496	4,1116	6,9924	9,9667	12,9988	16,0654
7,0	1,3766	4,1746	7,0640	10,0339	13,0584	16,1177
8,0	1,3978	4,2264	7,1263	10,0949	13,1141	16,1675
9,0	1,4149	4,2694	7,1806	10,1502	13,1660	16,2147
10,0	1,4289	4,3058	7,2281	10,2003	13,2142	16,2594
15,0	1,4729	4,4255	7,3959	10,3898	13,4078	16,4474
20,0	1,4961	4,4915	7,4954	10,5117	13,5420	16,5864
30,0	1,5202	4,5615	7,6057	10,6543	13,7085	16,7691
40,0	1,5325	4,5979	7,6647	10,7334	13,8048	16,8794
50,0	1,5400	4,6202	7,7012	10,7832	13,8666	16,9519
60,0	1,5451	4,6353	7,7259	10,8172	13,9094	17,0026
80,0	1,5514	4,6543	7,7573	10,8606	13,9644	17,0686
100,0	1,5552	4,6658	7,7764	10,8871	13,9981	17,1093
∞	1,5708	4,7124	7,8540	10,9956	14,1372	17,2788

Таблица 3.2. **Коэффициенты $A_i^{п}$ для расчета теплопроводности в неограниченной пластине**

Bi	A_1	$-A_2$	A_3	$-A_4$	A_5	$-A_6$
0	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,001	1,0002	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,002	1,0004	0,0004	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
0,004	1,0008	0,0008	0,0002	0,0001	0,0000	0,0000
0,006	1,0012	0,0012	0,0003	0,0001	0,0001	0,0000
0,008	1,0015	0,0016	0,0004	0,0002	0,0001	0,0001
0,01	1,0020	0,0020	0,0005	0,0002	0,0001	0,0001
0,02	1,0030	0,0040	0,0010	0,0004	0,0003	0,0002
0,04	1,0065	0,0080	0,0020	0,0009	0,0005	0,0003
0,06	1,0099	0,0119	0,0030	0,0013	0,0007	0,0004
0,08	1,0130	0,0158	0,0040	0,0018	0,0010	0,0006
0,10	1,0159	0,0197	0,0050	0,0022	0,0013	0,0008
0,20	1,0312	0,0381	0,0100	0,0045	0,0025	0,0016
0,30	1,0450	0,0555	0,0148	0,0067	0,0038	0,0024
0,40	1,0581	0,0719	0,0196	0,0089	0,0050	0,0032
0,50	1,0701	0,0873	0,0243	0,0110	0,0063	0,0040
0,60	1,0813	0,1025	0,0289	0,0132	0,0075	0,0048
0,70	1,0918	0,1154	0,0335	0,0153	0,0087	0,0056
0,80	1,1016	0,1282	0,0379	0,0175	0,0100	0,0064
0,90	1,1107	0,1403	0,0423	0,0196	0,0112	0,0072
1,00	1,1192	0,1517	0,0466	0,0217	0,0124	0,0080
1,5	1,1537	0,2013	0,0667	0,0318	0,0184	0,0119
2,0	1,1784	0,2367	0,0848	0,0414	0,0241	0,0157
3,0	1,2102	0,2881	0,1154	0,0589	0,0351	0,0231
4,0	1,2287	0,3215	0,1396	0,0750	0,0451	0,0300
5,0	1,2403	0,3442	0,1588	0,0876	0,0543	0,0366
6,0	1,2478	0,3604	0,1740	0,0991	0,0626	0,0427
7,0	1,2532	0,3722	0,1861	0,1089	0,0701	0,0483
8,0	1,2569	0,3812	0,1959	0,1174	0,0768	0,0535
9,0	1,2598	0,3880	0,2039	0,1246	0,0828	0,0583
10,0	1,2612	0,3934	0,2104	0,1309	0,0881	0,0676
15,0	1,2677	0,4084	0,2320	0,1514	0,1072	0,0795
20,0	1,2699	0,4147	0,2394	0,1621	0,1182	0,0901
30,0	1,2717	0,4198	0,2472	0,1718	0,1291	0,1015
40,0	1,2723	0,4217	0,2502	0,1759	0,1340	0,1069
50,0	1,2727	0,4227	0,2517	0,1779	0,1365	0,1098
60,0	1,2728	0,4232	0,2526	0,1791	0,1379	0,1115
80,0	1,2730	0,4237	0,2535	0,1803	0,1394	0,1132
100,0	1,2731	0,4239	0,2539	0,1808	0,1405	0,1141
∞	1,2732	0,4244	0,2546	0,1819	0,1415	0,1157

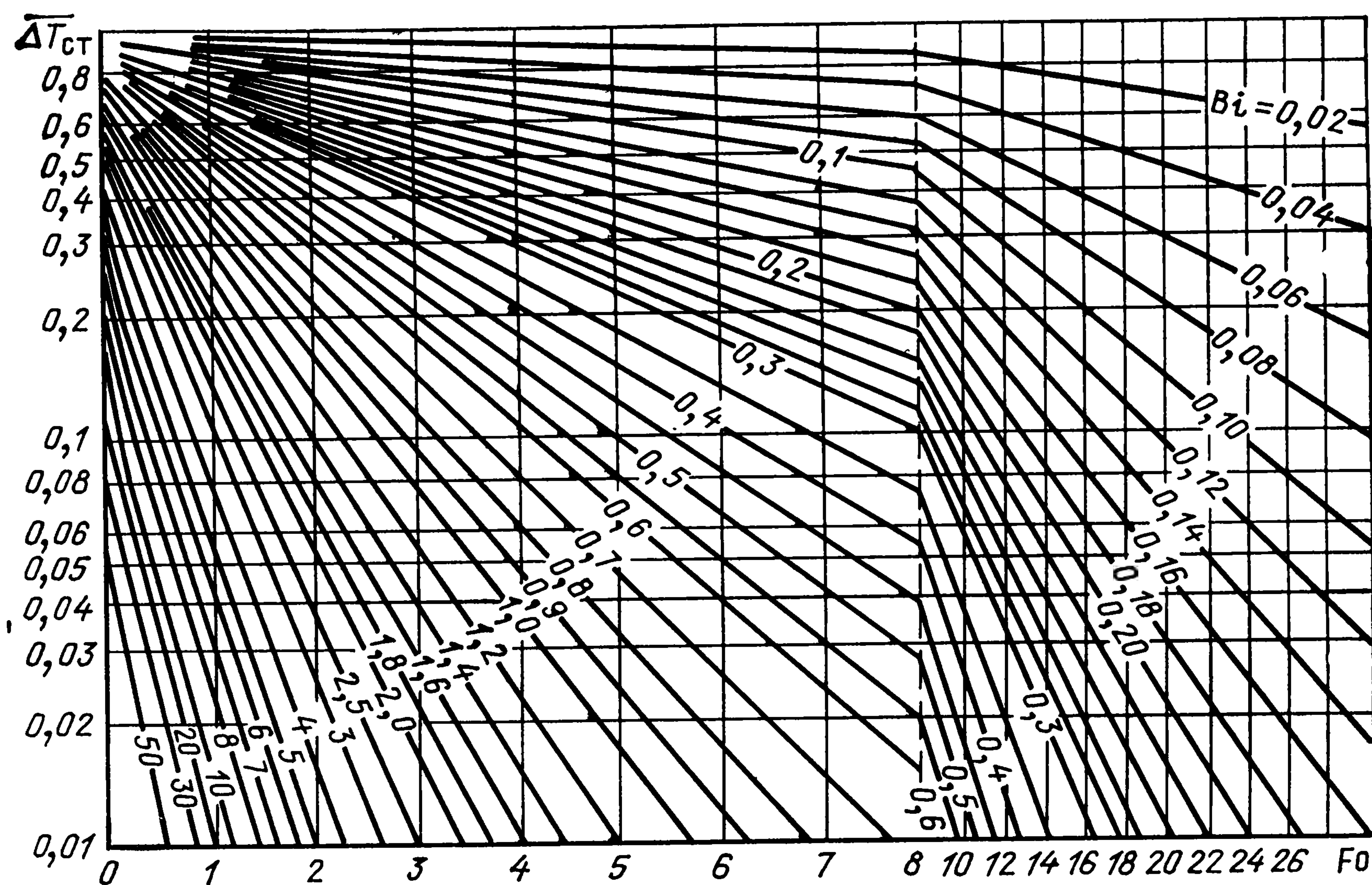


Рис. 3.1. Зависимость безразмерной температуры поверхности неограниченной пластины от чисел Fo и Bi

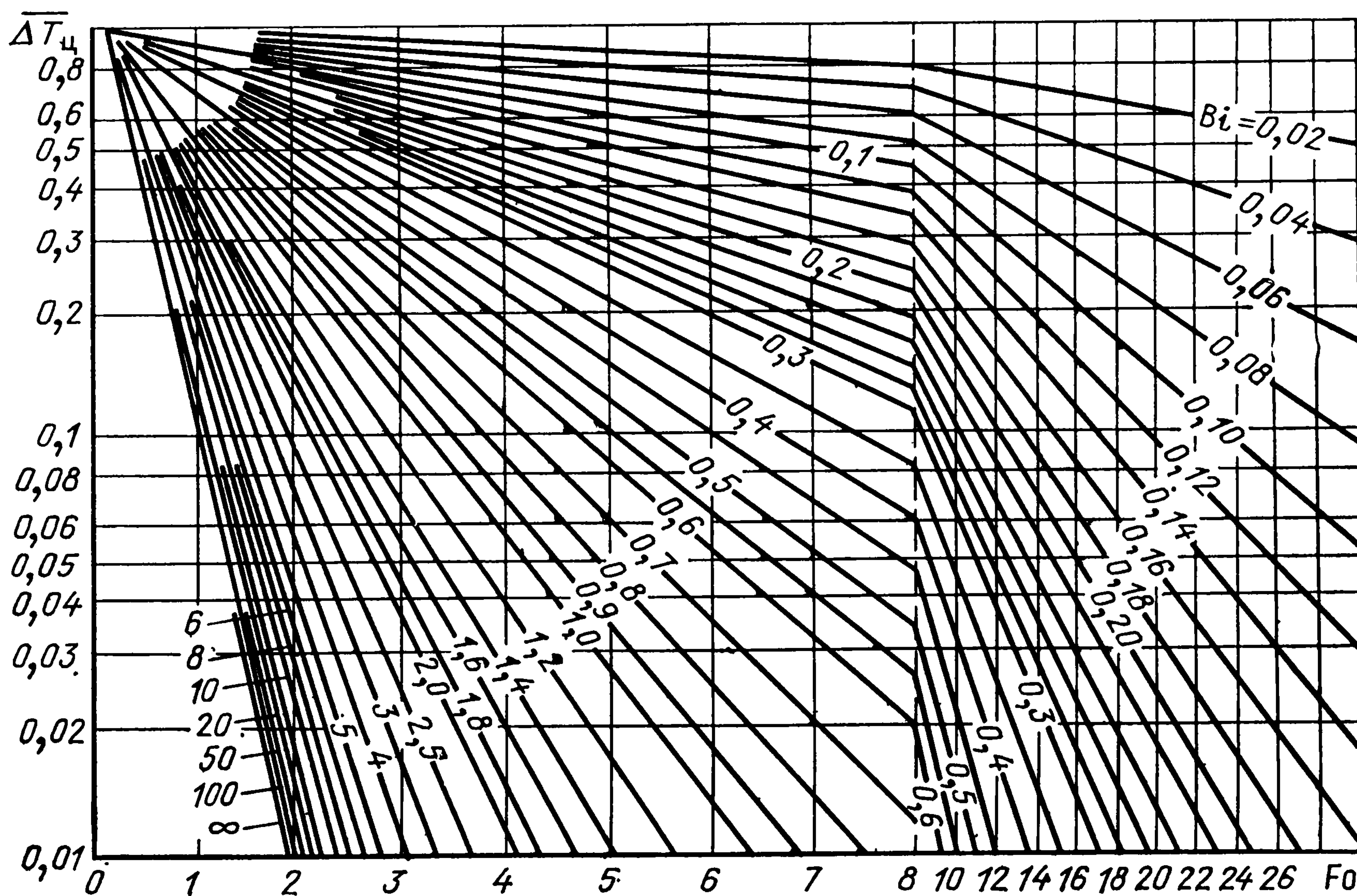


Рис. 3.2. Зависимость безразмерной температуры средней плоскости пластины от Fo и Bi

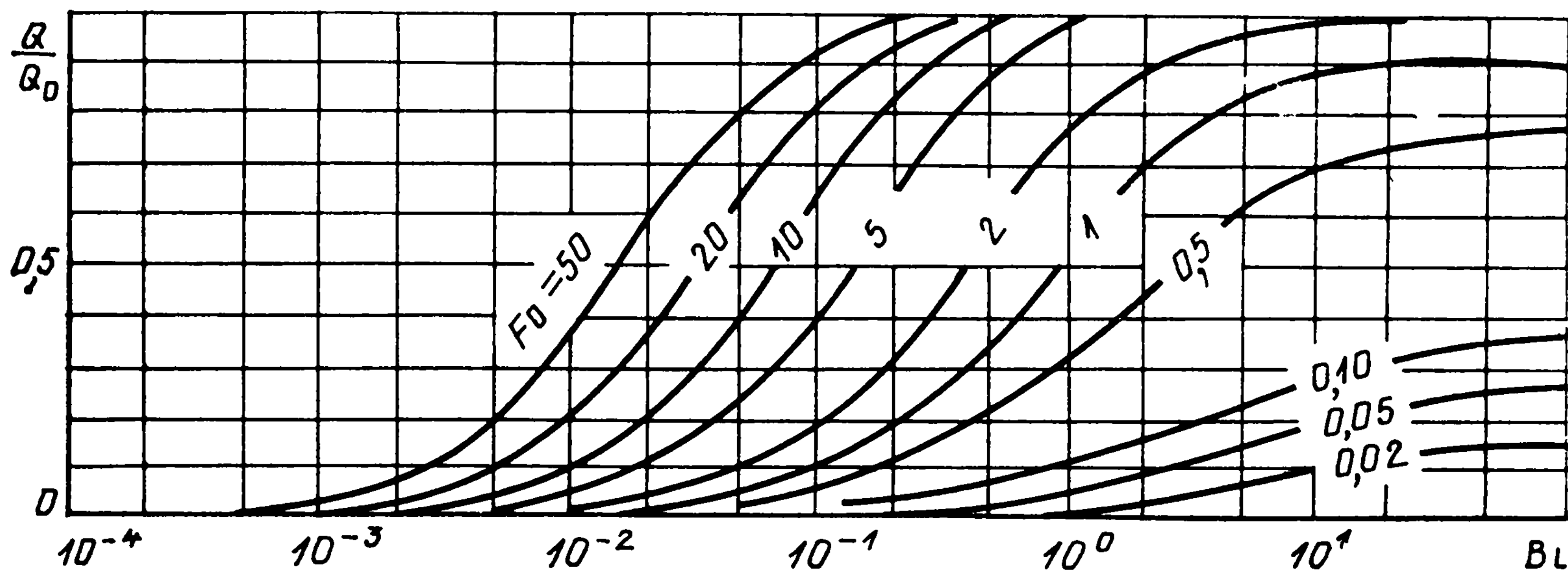


Рис. 3.3. Относительная теплоотдача неограниченной пластины при $T_0=\text{const}$

На рис. 3.4, 3.5 приведены номограммы с учетом радиационного теплообмена [3.7].

б) Неограниченная пластина толщиной 2δ имеет в момент времени $t=0$ температуру T_1, равную температуре окружающей среды. В дальнейшем температура среды является линейной функцией времени

$$T_0=T_1+bt. \tag{3.3.6}$$

Безразмерная температура пластины в плоскости x в момент времени t равна [3.1]:

$$\frac{a(T-T_1)}{b\delta^2}=\text{Fo}-\frac{1}{2}\left[1-\frac{2}{\text{Bi}}-(x/\delta)^2\right]+$$
$$+\sum_{i=1}^{\infty}A_i^{\text{п}}\frac{\cos\left(\beta_i\frac{x}{\delta}\right)}{\beta_i^2}\exp(-\beta_i^2\,\text{Fo}). \tag{3.3.7}$$

Количество теплоты Q, отданной или воспринятой 1 м² пластины с обеих сторон, Дж/м²,

$$Q=2\lambda\frac{b\delta^3}{a^2}\left\{\text{Fo}-\sum_{i=1}^{\infty}\frac{A_i^{\text{п}}\sin\beta_i}{\beta_i^3}\left[1-\exp(-\beta_i^2\,\text{Fo})\right]\right\}, \tag{3.3.8}$$

где β_i, $A_i^{\text{п}}$, Bi и Fo — см. п. «а».

Для неограниченной пластины имеются также решения при следующих условиях [3.5]:

в) пластина равномерно прогрета до температуры T_1. В начальный момент времени поверхности пластины мгновенно охлаждаются до температуры T_0, которая остается постоянной в течение всего процесса охлаждения;

г) пластина, имеющая в начальный момент времени во всех сечениях одинаковую температуру T_1, нагревается одинаково с обеих сторон постоянным тепловым потоком;

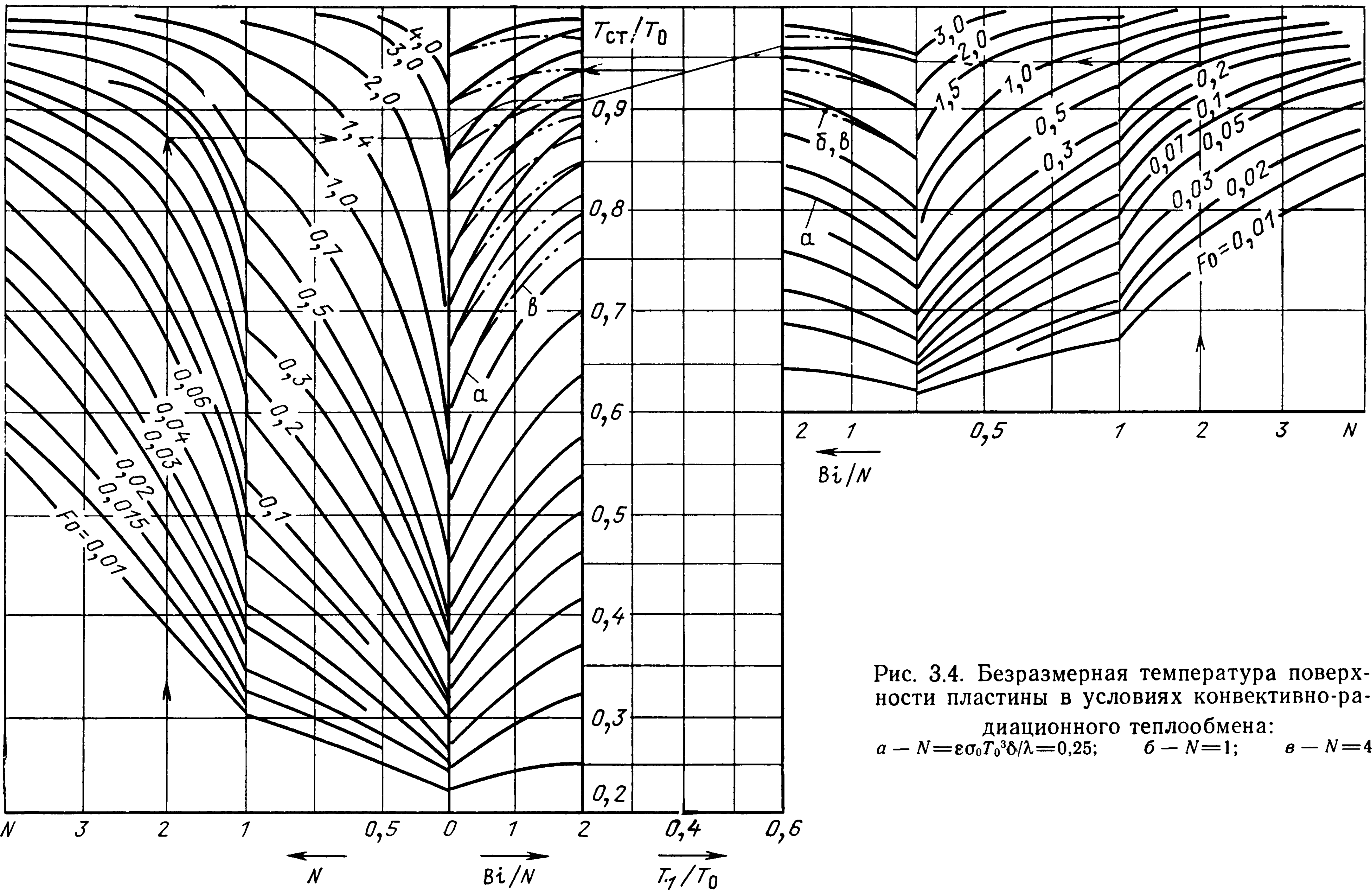


Рис. 3.4. Безразмерная температура поверхности пластины в условиях конвективно-радиационного теплообмена:

а — $N=\varepsilon\sigma_0 T_0^3\delta/\lambda=0{,}25$; *б* — $N=1$; *в* — $N=4$

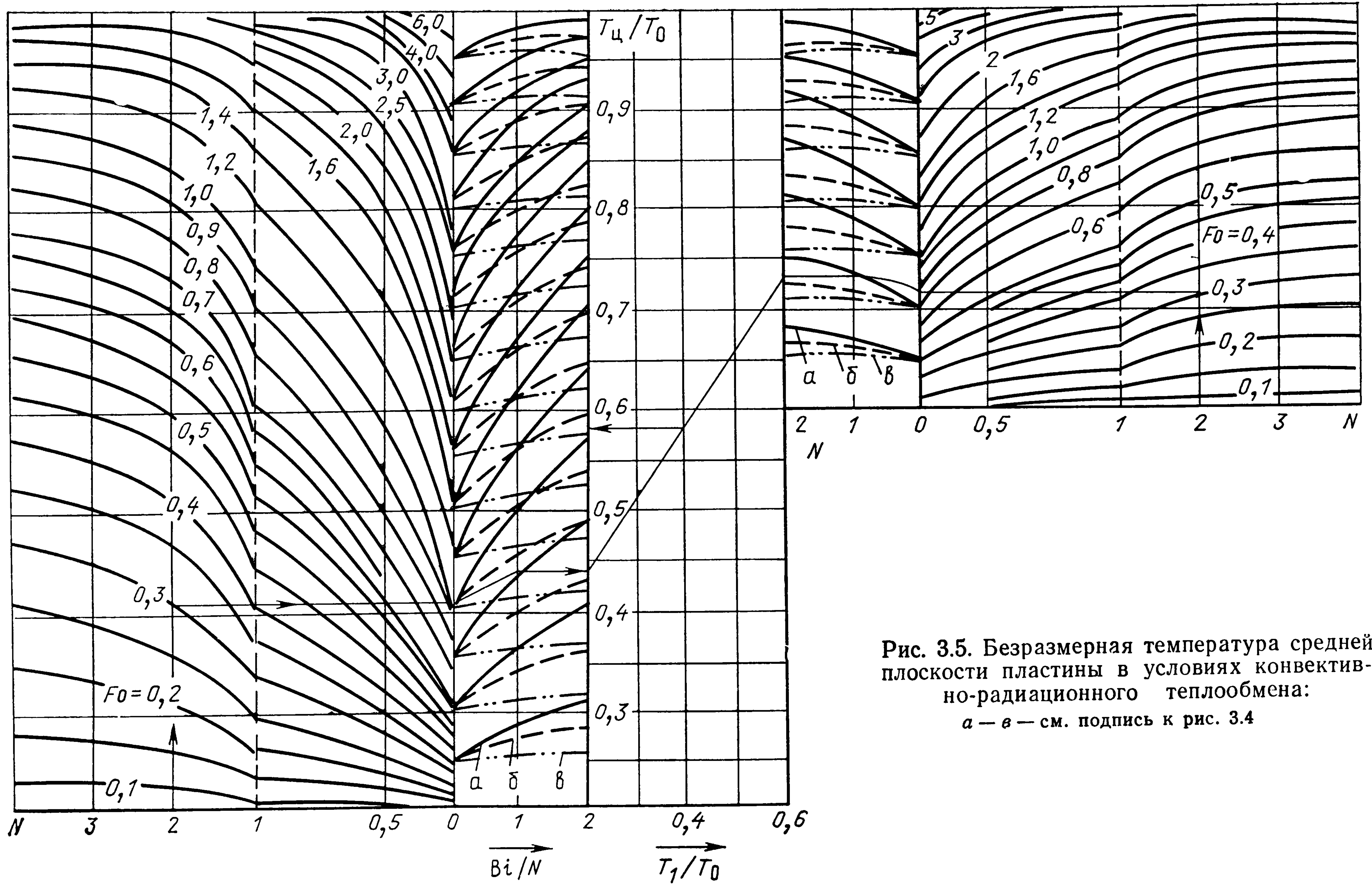


Рис. 3.5. Безразмерная температура средней плоскости пластины в условиях конвективно-радиационного теплообмена:

а — в — см. подпись к рис. 3.4

д) температура пластины в момент времени $t=0$ равна температуре окружающей среды T_1. В дальнейшем температура среды является экспоненциальной функцией времени

$$T_0=T_m-(T_m-T_1)\exp(-kt),$$

где T_m — максимальная температура среды (при $t=\infty$); k — постоянная.

3.4. ЦИЛИНДР БЕСКОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

а) Бесконечно длинный сплошной цилиндр радиуса R_0, равномерно прогретый до температуры T_1, в начальный момент времени погружен в среду с постоянной температурой T_0. Коэффициент теплоотдачи α от поверхности цилиндра к среде не меняется во времени. Безразмерная температура коаксиальной поверхности радиуса R в момент t [3.5]

$$\overline{\Delta T}=\frac{T-T_0}{T_1-T_0}=\sum_{i=1}^{\infty}A_i^{ц}J_0\left(\beta_i\frac{R}{R_0}\right)\exp(-\beta_i^2\,\mathrm{Fo}), \qquad (3.4.1)$$

где J_0 — функция Бесселя первого рода нулевого порядка; значения корней характеристического уравнения $\beta_i=\beta_i(\mathrm{Bi})$ — см. табл. 3.3; коэффициенты $A_i^{ц}$ — см. табл. 3.4, $\mathrm{Bi}=\alpha R_0/\lambda$; $\mathrm{Fo}=at/R_0^2$.

При $\mathrm{Bi}>100$ имеем $T_{ст}\approx T_0$ и

$$\overline{\Delta T}=\sum_{i=1}^{\infty}\frac{2J_0(\beta_iR/R_0)}{\beta_iJ_1(\beta_i)}\exp(-\beta_i^2\,\mathrm{Fo}), \qquad (3.4.2)$$

где J_1 — функция Бесселя первого рода первого порядка.

При $\mathrm{Bi}\to0$ [3.5]

$$\overline{\Delta T}=J_0\left(\sqrt{2\mathrm{Bi}}\,R/R_0\right)\exp(-2\mathrm{Bi}\,\mathrm{Fo}). \qquad (3.4.3)$$

Количество теплоты, отданной или воспринятой цилиндром на отрезке длиной 1 м,

$$Q=Q_0\sum_{i=1}^{\infty}\frac{2J_1(\beta_i)\,A_i^{ц}}{\beta_i}\left[1-\exp(-\beta_i^2\,\mathrm{Fo})\right], \qquad (3.4.4)$$

где $Q_0=\pi R_0^2c\rho(T_1-T_0)$.

На рис. 3.6—3.8 даны номограммы для определения безразмерных температур на поверхности $\overline{\Delta T}_{ст}$ и на оси $\overline{\Delta T}_{ц}$ цилиндра, а также относительной теплоотдачи Q/Q_0, а на рис. 3.9—3.10 — с учетом радиационного теплообмена.

б) Бесконечно длинный сплошной цилиндр радиуса R_0 имеет в момент времени $t=0$ температуру окружающей среды. В дальнейшем температура среды является линейной функцией времени $T_c=T_1+bt$.

Таблица 3.3. **Корни характеристического уравнения β_i для расчета теплопроводности в цилиндре бесконечной длины**

Bi	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6
0,0	0,0000	3,8317	7,0156	10,1735	13,3237	16,4706
0,01	0,1412	3,8343	7,0170	10,1745	13 3244	16,4712
0,02	0,1995	3,8369	7,0184	10,1754	13,3252	16,4718
0,04	0,2814	3,8421	7,0213	10,1774	13,3267	16,4731
0,06	0,3438	3,8473	7,0241	10,1794	13,3282	16,4743
0,08	0,3960	3,8525	7,0270	10,1813	13,3297	16,4755
0,10	0,4417	3,8577	7,0298	10,1833	13,3312	16,4767
0,15	0,5376	3,8706	7,0369	10,1882	13,3349	16,4797
0,20	0,6170	3,8835	7,0440	10,1931	13,3387	16,4828
0,30	0,7465	3,9091	7,0582	10,2029	13,3462	16,4888
0,40	0,8516	3,9344	7,0723	10,2127	13,3537	16,4949
0,50	0,9408	3,9594	7,0864	10,2225	13,3611	16,5010
0,60	1,0184	3,9841	7,1004	10,2322	13,3686	16,5070
0,70	1,0873	4,0085	7,1143	10,2419	13,3761	16,5131
0,80	1,1490	4,0325	7,1282	10,2519	13,3835	16,5191
0,90	1,2048	4,0562	7,1421	10,2613	13,3910	16,5251
1,0	1,2558	4,0795	7,1558	10,2710	13,3984	16,5312
1,5	1,4569	4,1902	7,2233	10,3188	13,4353	16,5612
2,0	1,5994	4,2910	7,2884	10,3658	13,4719	16,5910
3,0	1,7887	4,4634	7,4103	10,4566	13,5434	16,6499
4,0	1,9081	4,6018	7,5201	10,5423	13,6125	16,7073
5,0	1,9898	4,7131	7,6177	10,6223	13,6786	16,7630
6,0	2,0490	4,8033	7,7039	10,6964	13,7414	16,8168
7,0	2,0937	4,8772	7,7797	10,7646	13,8008	16,8684
8,0	2,1286	4,9384	7,8464	10,8271	13,8566	16,9179
9,0	2,1566	4,9897	7,9051	10,8842	13,9090	16,9650
10,0	2,1795	5,0332	7,9569	10,9363	13,9580	17,0099
15,0	2,2509	5,1773	8,1422	11,1367	14,1576	17,2008
20,0	2,2880	5,2568	8,2534	11,2677	14,2983	17,3442
30,0	2,3261	5,3410	8,3771	11,4221	14,4748	17,5348
40,0	2,3455	5,3846	8,4432	11,5081	14,5774	17,6508
50,0	2,3572	5,4112	8,4840	11,5621	14,6433	17,7272
60,0	2,3651	5,4291	8,5116	11,5990	14,6889	17,7807
80,0	2,3750	5,4516	8,5466	11,6461	14,7475	17,8502
100,0	2,3809	5,4652	8,5678	11,6747	14,7834	17,8931
∞	2,4048	5,5201	8,6537	11,7915	14,9309	18,0711

Таблица 3.4. **Коэффициенты $A_i^{ц}$ для расчета теплопроводности в цилиндре бесконечной длины**

Bi	$A_1^{ц}$	$-A_2^{ц}$	$A_3^{ц}$	$-A_4^{ц}$	$A_5^{ц}$	$-A_6^{ц}$
0,0	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,01	1,0031	0,0034	0,0013	0,0008	0,0005	0,0004
0,02	1,0049	0,0067	0,0027	0,0015	0,0010	0,0007
0,04	1,0102	0,0135	0,0052	0,0031	0,0021	0,0015
0,06	1,0150	0,0201	0,0081	0,0046	0,0031	0,0023
0,08	1,0199	0,0268	0,0110	0,0062	0,0041	0,0030
0,10	1,0245	0,0333	0,0135	0,0077	0,0051	0,0037
0,15	1,0366	0,0497	0,0202	0,0116	0,0077	0,0056

Bi	$A_1^ц$	$-A_2^ц$	$A_3^ц$	$-A_4^ц$	$A_5^ц$	$-A_6^ц$
0,20	1,0482	0,0658	0,0269	0,0154	0,0103	0,0075
0,30	1,0711	0,0972	0,0401	0,0231	0,0155	0,0112
0,40	1,0931	0,1277	0,0582	0,0307	0,0205	0,0150
0,50	1,1142	0,1571	0,0662	0,0383	0,0256	0,0187
0,60	1,1345	0,1857	0,0790	0,0458	0,0307	0,0224
0,70	1,1539	0,2132	0,0917	0,0533	0,0358	0,0261
0,80	1,1724	0,2398	0,1043	0,0608	0,0408	0,0298
0,90	1,1902	0,2654	0,1167	0,0682	0,0459	0,0335
1,0	1,2071	0,2901	0,1289	0,0756	0,0509	0,0372
1,5	1,2807	0,4008	0,1877	0,1117	0,0756	0,0554
2,0	1,3377	0,4923	0,2422	0,1404	0,0998	0,0732
3,0	1,4192	0,6309	0,3384	0,2114	0,1463	0,1084
4,0	1,4698	0,7278	0,4184	0,2699	0,1898	0,1420
5,0	1,5029	0,7973	0,4842	0,3220	0,2301	0,1735
6,0	1,5253	0,8484	0,5382	0,3679	0,2672	0,2038
7,0	1,5409	0,8869	0,5825	0,4080	0,3010	0,2317
8,0	1,5523	0,9225	0,6189	0,4430	0,3316	0,2579
9,0	1,5611	0,9393	0,6491	0,4735	0,3593	0,2826
10,0	1,5677	0,9575	0,6784	0,5000	0,3843	0,3042
15,0	1,5853	1,0091	0,7519	0,5901	0,4760	0,3913
20,0	1,5918	1,0309	0,7889	0,6382	0,5303	0,4461
30,0	1,5964	1,0488	0,8195	0,6827	0,5853	0,5062
40,0	1,5988	1,0550	0,8335	0,7018	0,6133	0,5390
50,0	1,5995	1,0587	0,8396	0,7112	0,6227	0,5544
60,0	1,6009	1,0589	0,8428	0,7165	0,6301	0,5642
80,0	1,6012	1,0599	0,8463	0,7212	0,6398	0,5770
100,0	1,6014	1,0631	0,8505	0,7245	0,6415	0,5850
∞	1,6021	1,0648	0,8558	0,7296	0,6485	0,5896

Безразмерная температура коаксиальной поверхности радиуса R в момент времени t

$$\frac{a(T-T_1)}{bR_0^2} = \mathrm{Fo} - \frac{1}{4}\left[1 + \frac{2}{\mathrm{Bi}} - \left(\frac{R}{R_0}\right)^2\right] + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_i^ц J_0(\beta_i R/R_0)}{\beta_i^2} \exp(-\beta_i^2 \mathrm{Fo}). \quad (3.4.5)$$

Количество теплоты, отданной или воспринятой цилиндром на отрезке длиной 1 м,

$$Q = \lambda \frac{\pi b R_0^4}{a^2} \left\{ \mathrm{Fo} - \frac{1}{8}\left(1 + \frac{4}{\mathrm{Bi}}\right) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2J_1(\beta_i) A_i^ц}{\beta_i^3} \exp(-\beta_i^2 \mathrm{Fo}) \right\}, \quad (3.4.6)$$

где β_i, $A_i^ц$, Bi, Fo — см. § 3.4,*а*.

В [3.5] для цилиндра даны решения для таких же случаев теплоотдачи, как и для неограниченной пластины. Кроме того, дано решение для случая,

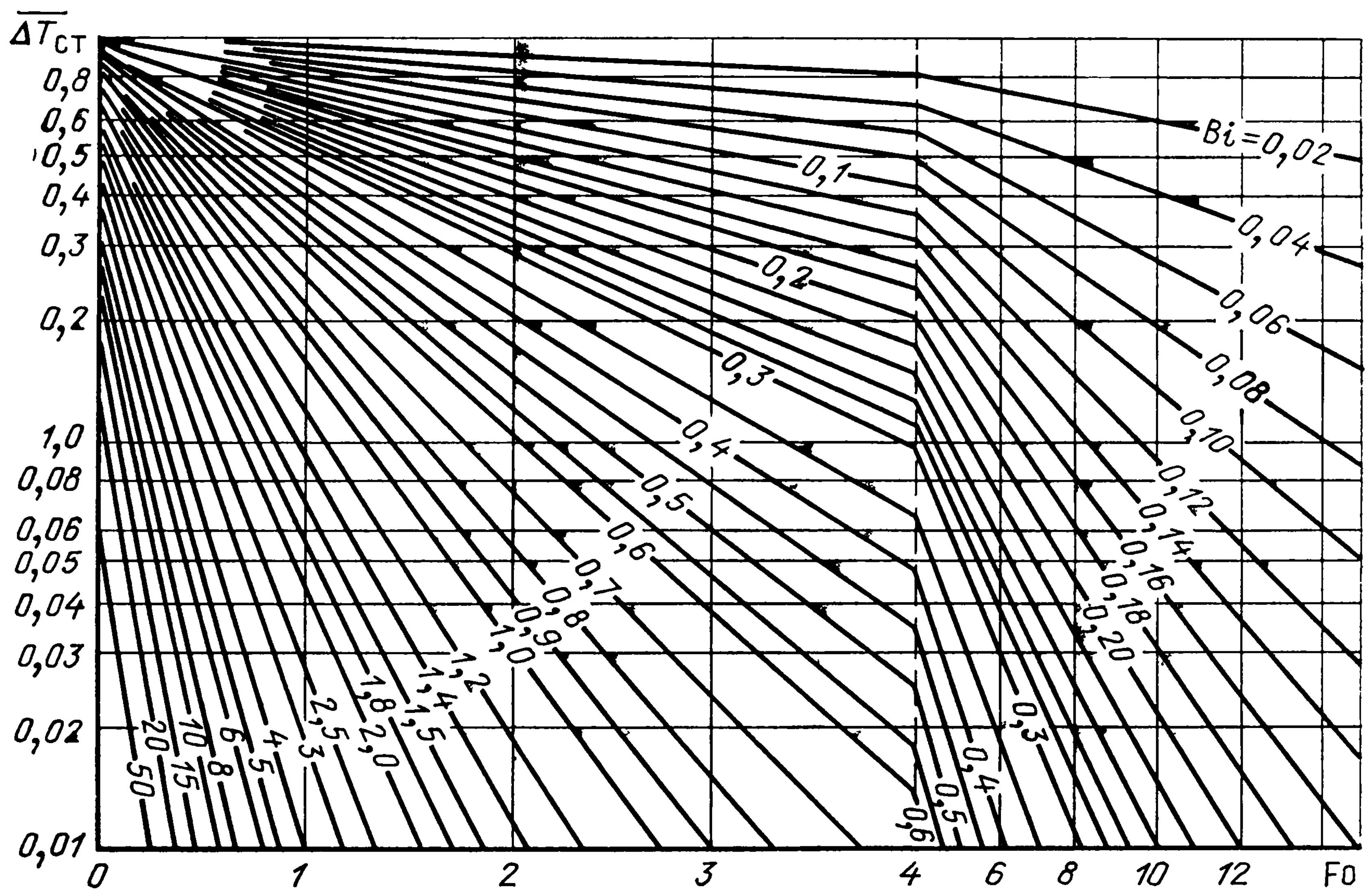


Рис. 3.6. Безразмерная температура поверхности бесконечно длинного цилиндра

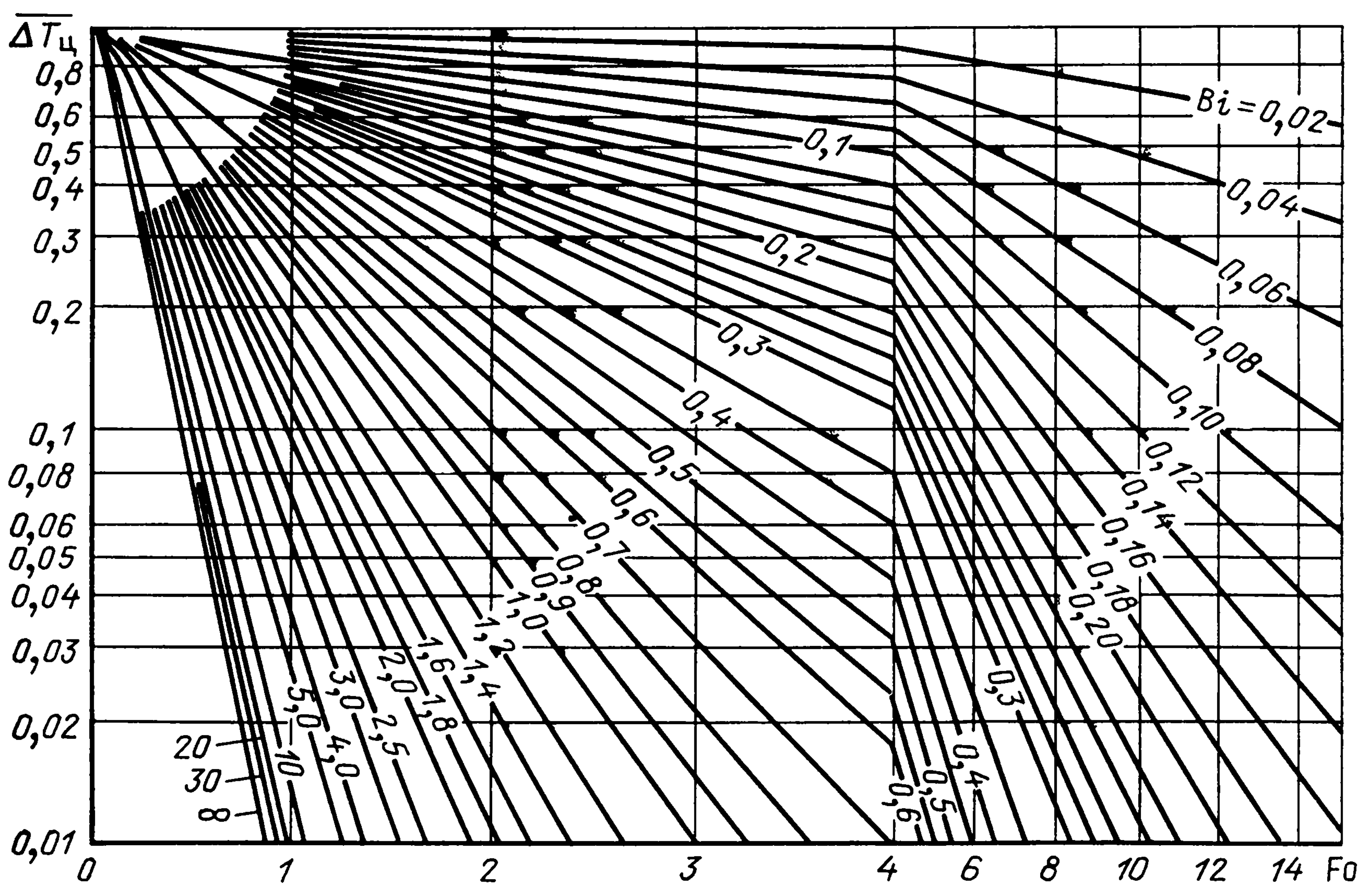


Рис. 3.7. Безразмерная температура на оси бесконечно длинного цилиндра

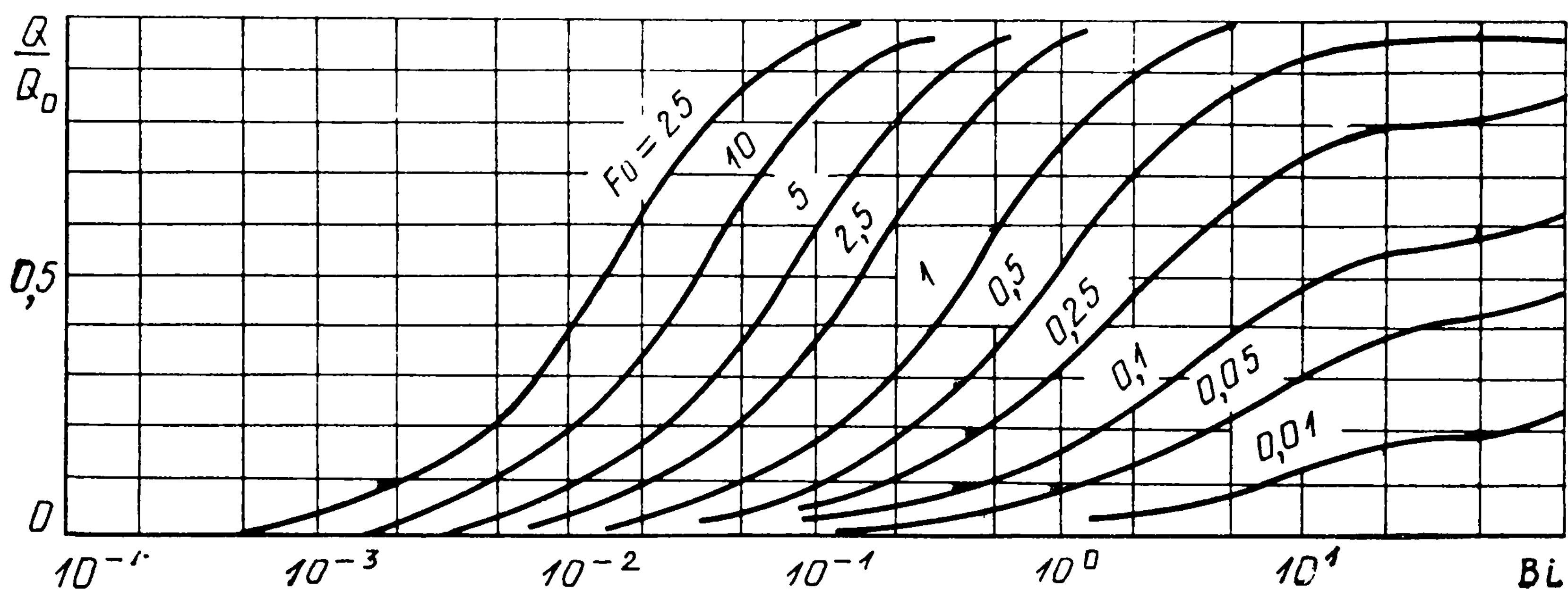


Рис. 3.8. Относительная теплоотдача цилиндра бесконечной длины

когда цилиндр бесконечной длины помещен в неограниченный массив, причем теплообмен между поверхностью цилиндра и массивом происходит по закону теплопроводности.

3.5. ШАР

Сплошной шар радиуса R_0, равномерно прогретый в начальный момент времени до температуры T_1, погружен в среду с постоянной температурой T_0. Коэффициент теплоотдачи от поверхности шара к среде α не меняется во времени. Безразмерная температура концентрической сферы радиуса R в момент t [3.5]

$$\overline{\Delta T} = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_i^{\text{ш}} \sin(\beta_i R/R_0)}{\beta_i R/R_0} \exp(-\beta_i^2 \text{Fo}), \qquad (3.5.1)$$

где $\text{Fo} = at/R_0^2$; значения корней характеристического уравнения $\text{tg}\,\beta_i = \beta_i/(1-\text{Bi})$ приведены в табл. 3.5; коэффициенты $A_i^{\text{ш}}$ — в табл. 3.6; $\text{Bi} = \alpha R_0/\lambda$.

Количество теплоты, отданной шаром, Дж,

$$Q = Q_0 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{3A_i^{\text{ш}}(\sin\beta_i - \beta_i \cos\beta_i)}{\beta_i^3} [1 - \exp(\beta_i^2 \text{Fo})], \qquad (3.5.2)$$

где

$$Q_0 = \frac{4}{3} \pi R_0^3 c\rho (T_1 - T_0). \qquad (3.5.3)$$

При $\text{Bi} > 100$ $T_{\text{ст}} \approx T_0$ и

$$\overline{\Delta T} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{i+1} R_0}{i\pi R} \sin\left(i\pi \frac{R}{R_0}\right) \exp(-i^2\pi^2 \text{Fo}). \qquad (3.5.4)$$

При $\text{Bi} \to 0$ [3.5]

$$\overline{\Delta T} = \frac{R_0}{R\sqrt{3\text{Bi}}} \sin\left(\sqrt{3\text{Bi}} \frac{R}{R_0}\right) \exp(-3\text{BiFo}). \qquad (3.5.5)$$

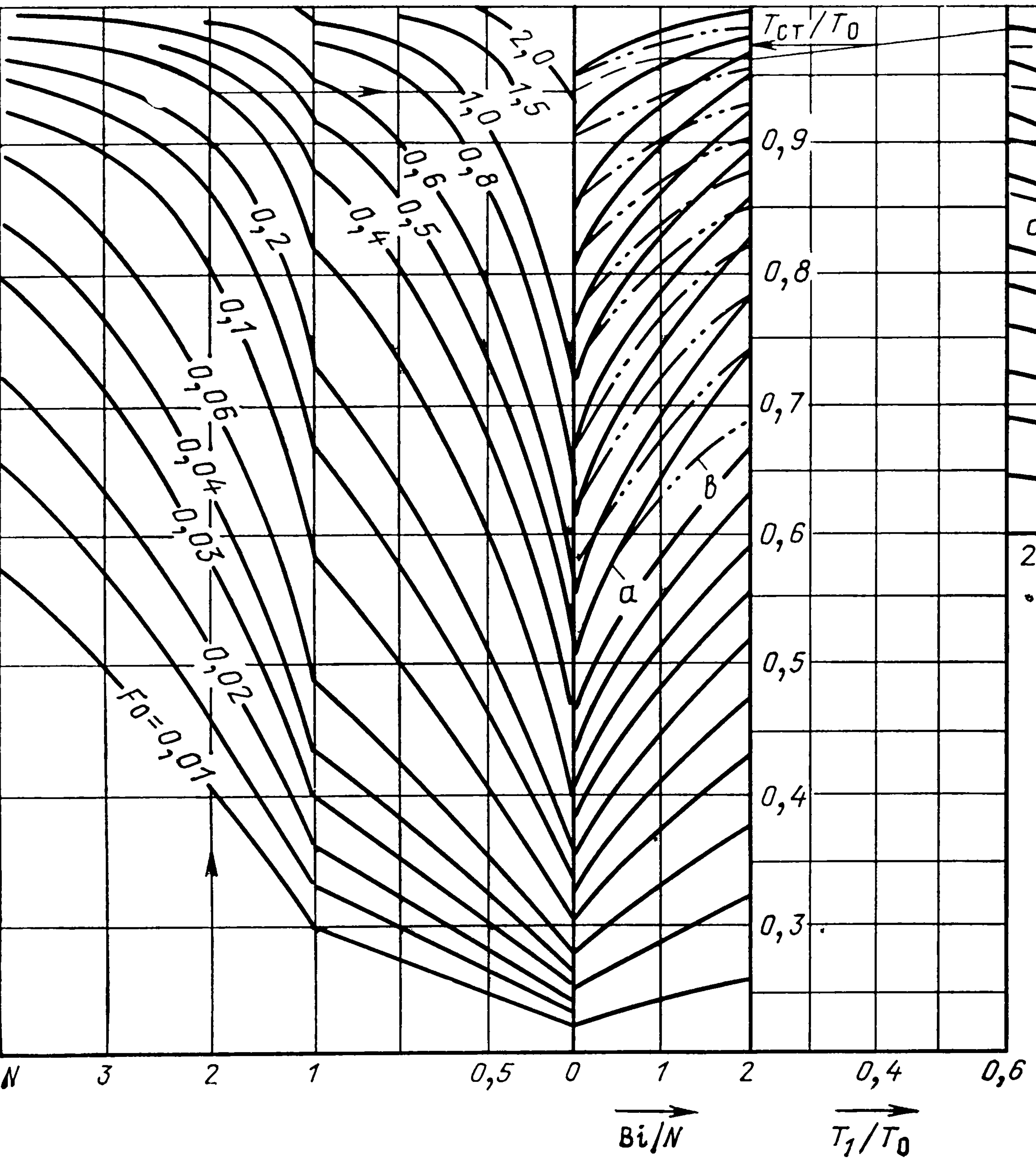
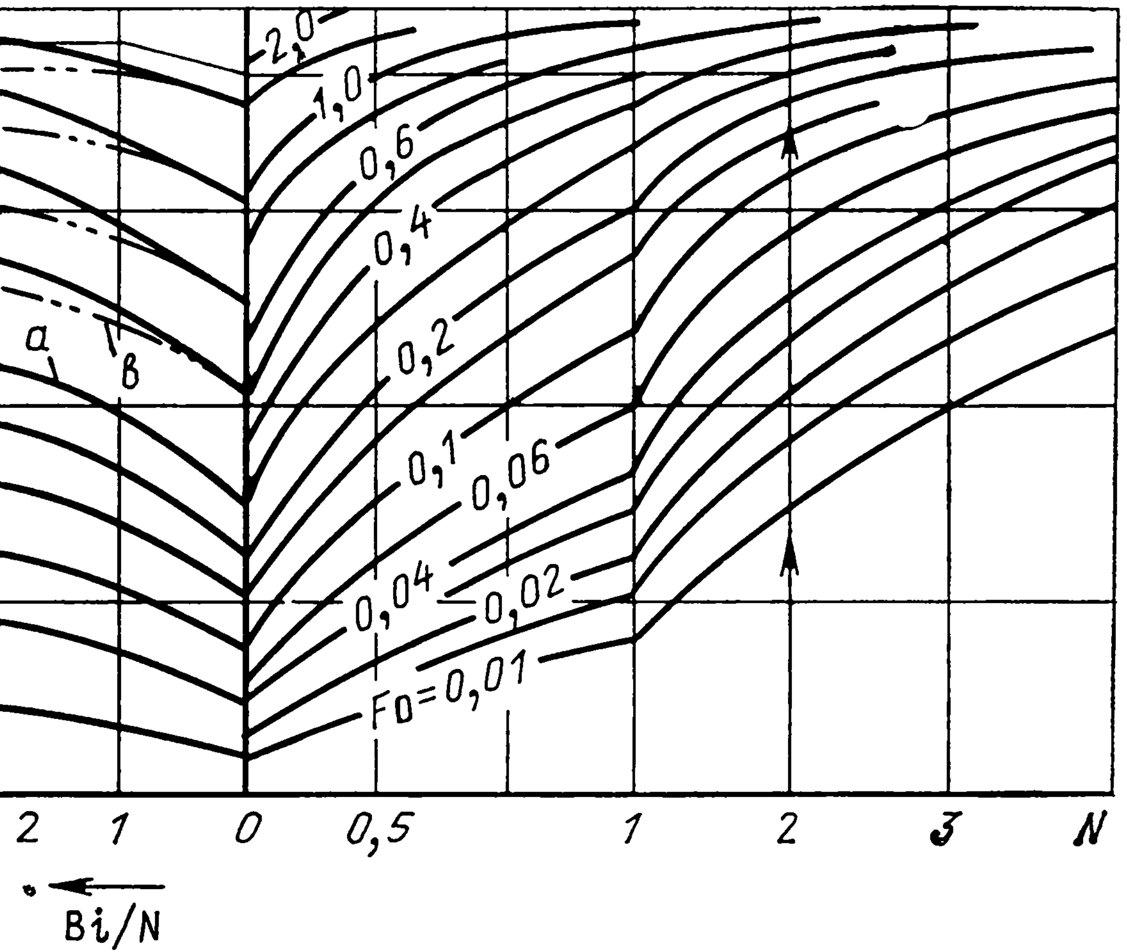



Рис. 3.9. Безразмерная температура поверхности цилиндра в условиях конвективно-радиационного теплообмена:

а—в — см. подпись к рис. 3.4

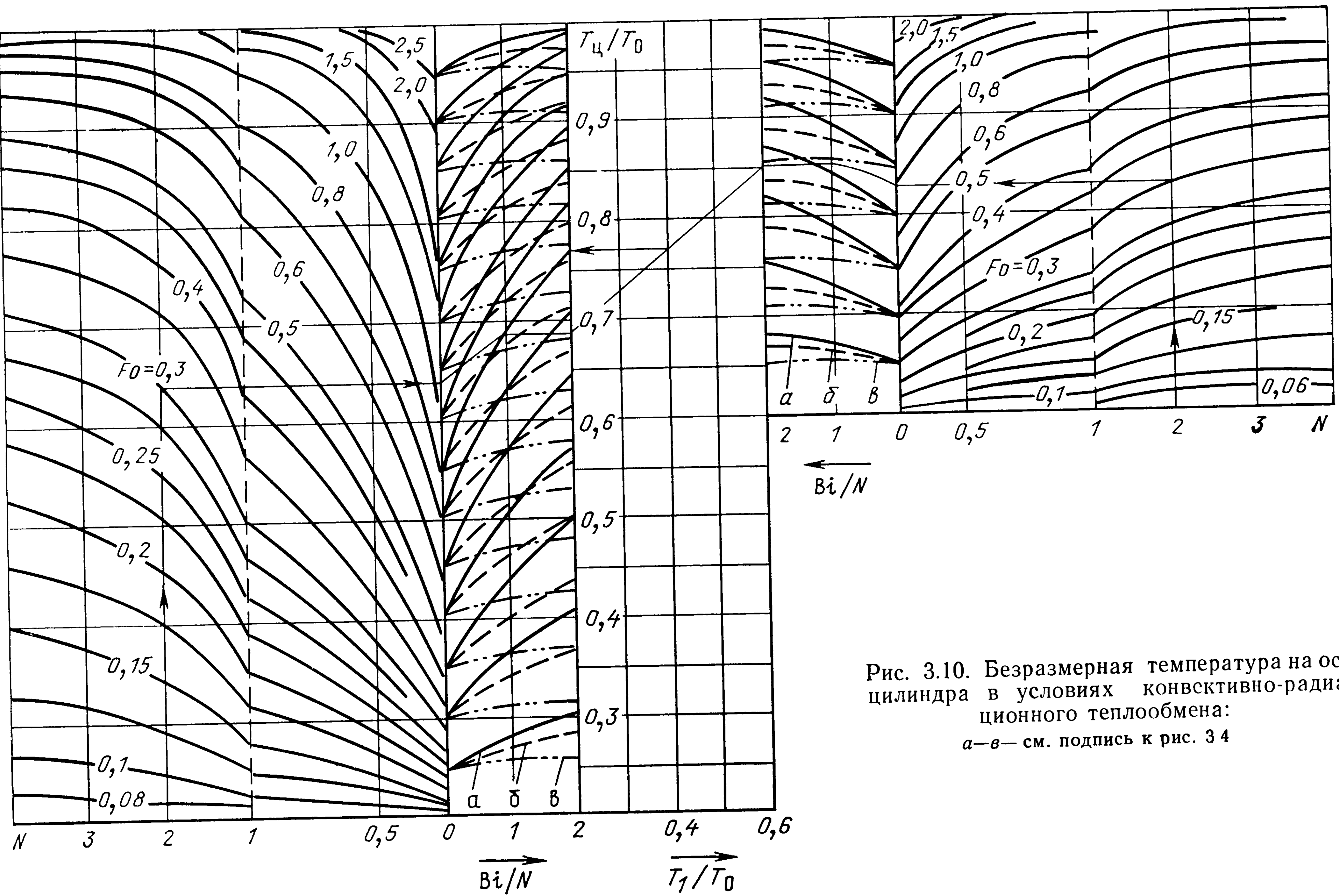


Рис. 3.10. Безразмерная температура на оси цилиндра в условиях конвективно-радиационного теплообмена:

а—в— см. подпись к рис. 3 4

Таблица 3.5. **Корни характеристического уравнения β_i для расчета теплопроводности в шаре**

Bi	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6
0,0	0,0000	4,4934	7,7253	10,9041	14,0662	17,2208
0,005	0,1224	4,4945	7,7259	10,9046	14,0666	17,2210
0,01	0,1730	4,4956	7,7265	10,9050	14,0669	17,2213
0,02	0,2445	4,4979	7,7278	10,9060	14,0676	17,2219
0,03	0,2991	4,5001	7,7291	10,9069	14,0683	17,2225
0,04	0,3450	4,5023	7,7304	10,9078	14,0690	17,2231
0,05	0,3854	4,5045	7,7317	10,9087	14,0697	17,2237
0,06	0,4217	4,5068	7,7330	10,9096	14,0705	17,2242
0,07	0,4551	4,5090	7,7343	10,9105	14,0712	17,2248
0,08	0,4860	4,5112	7,7356	10,9115	14,0719	17,2254
0,09	0,5150	4,5134	7,7369	10,9124	14,0726	17,2260
0,10	0,5423	4,5157	7,7382	10,9133	14,0733	17,2266
0,15	0,6609	4,5268	7,7447	10,9179	14,0769	17,2295
0,20	0,7593	4,5379	7,7511	10,9225	14,0804	17,2324
0,30	0,9208	4,5601	7,7641	10,9316	14,0875	17,2382
0,40	1,0528	4,5822	7,7770	10,9408	14,0946	17,2440
0,50	1,1656	4,6042	7,7899	10,9499	14,1017	17,2498
0,60	1,2644	4,6261	7,8028	10,9591	14,1088	17,2556
0,70	1,3525	4,6479	7,8156	10,9682	14,1159	17,2614
0,80	1,4320	4,6696	7,8284	10,9774	14,1230	17,2672
0,90	1,5044	4,6911	7,8412	10,9865	14,1301	17,2730
1,0	1,5708	4,7124	7,8540	10,9956	14,1372	17,2788
1,1	1,6320	4,7335	7,8667	11,0047	14,1443	17,2845
1,2	1,6887	4,7544	7,8794	11,0137	14,1513	17,2903
1,3	1,7414	4,7751	7,8920	11,0228	14,1584	17,2961
1,4	1,7906	4,7956	7,9046	11,0318	14,1654	17,3019
1,5	1,8369	4,8158	7,9171	11,0409	14,1724	17,3076
1,6	1,8798	4,8358	7,9295	11,0498	14,1795	17,3134
1,7	1,9203	4,8556	7,9419	11,0588	14,1865	17,3192
1,8	1,9586	4,8751	7,9542	11,0677	14,1935	17,3249
1,9	1,9947	4,8943	7,9665	11,0767	14,2005	17,3306
2,0	2,0288	4,9132	7,9787	11,0856	14,2075	17,3364
2,5	2,1746	5,0037	8,0385	11,1296	14,2421	17,3649
3,0	2,2889	5,0870	8,0962	11,1727	14,2764	17,3932
4,0	2,4557	5,2329	8,2045	11,2560	14,3434	17,4490
5,0	2,5704	5,3540	8,3029	11,3349	14,4080	17,5034
6,0	2,6537	5,4544	8,3914	11,4086	14,4699	17,5562
7,0	2,7165	5,5378	8,4703	11,4773	14,5288	17,6072
8,0	2,7654	5,6078	8,5406	11,5408	14,5847	17,6567
9,0	2,8044	5,6669	8,6031	11,5994	14,6374	17,7032
10,0	2,8363	5,7172	8,6587	11,6532	14,6870	17,7481
11,0	2,8628	5,7606	8,7083	11,7027	14,7335	17,7908
16,0	2,9476	5,9080	8,8898	11,8959	14,9251	17,9742
21,0	2,9930	5,9921	9,0019	12,0250	15,0625	18,1136
31,0	3,0406	6,0831	9,1294	12,1807	15,2380	18,3018
41,0	3,0651	6,1311	9,1987	12,2688	15,3417	18,4180
51,0	3,0801	6,1606	9,2420	12,3247	15,4090	18,4953
61,0	3,0901	6,1805	9,2715	12,3632	15,4559	18,5497
81,0	3,1028	6,2058	9,3089	12,4124	15,5164	18,6209
101,0	3,1105	6,2211	9,3317	12,4426	15,5537	18,6650
∞	3,1416	6,2832	9,4248	12,5664	15,7080	18,8496

Таблица 3.6. **Коэффициенты $A_i^ш$ для расчета теплопроводности в шаре**

r_i	$A_1^ш$	$-A_2^ш$	$A_3^ш$	$-A_4^ш$	$A_5^ш$	$-A_6^ш$
0,000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,005	1,0025	0,0023	0,0013	0,0009	0,0007	0,0006
0,01	1,0035	0,0046	0,0026	0,0018	0,0014	0,0012
0,02	1,0055	0,0091	0,0052	0,0037	0,0029	0,0023
0,03	1,0089	0,0137	0,0078	0,0055	0,0043	0,0035
0,04	1,0121	0,0182	0,0104	0,0074	0,0057	0,0047
0,05	1,0147	0,0227	0,0130	0,0092	0,0071	0,0058
0,06	1,0181	0,0273	0,0156	0,0110	0,0085	0,0070
0,07	1,0206	0,0318	0,0183	0,0129	0,0100	0,0081
0,08	1,0239	0,0363	0,0209	0,0147	0,0114	0,0093
0,09	1,0266	0,0409	0,0235	0,0166	0,0128	0,0105
0,10	1,0297	0,0454	0,0260	0,0184	0,0142	0,0116
0,15	1,0443	0,0679	0,0390	0,0276	0,0214	0,0174
0,20	1,0592	0,0894	0,0520	0,0368	0,0285	0,0232
0,30	1,0880	0,1345	0,0779	0,0551	0,0427	0,0349
0,40	1,1164	0,1781	0,1036	0,0734	0,0569	0,0465
0,50	1,1440	0,2216	0,1292	0,0916	0,0710	0,0580
0,60	1,1713	0,2633	0,1546	0,1098	0,0852	0,0696
0,70	1,1978	0,3048	0,1799	0,1270	0,0998	0,0812
0,80	1,2237	0,3455	0,2050	0,1460	0,1134	0,0927
0,90	1,2488	0,3854	0,2299	0,1640	0,1275	0,1042
1,0	1,2732	0,4244	0,2546	0,1819	0,1415	0,1157
1,1	1,2970	0,4626	0,2792	0,1997	0,1555	0,1272
1,2	1,3200	0,4999	0,3035	0,2175	0,1694	0,1387
1,3	1,3424	0,5364	0,3276	0,2352	0,1833	0,1501
1,4	1,3640	0,5720	0,3515	0,2528	0,1972	0,1616
1,5	1,3848	0,6067	0,3752	0,2703	0,2110	0,1730
1,6	1,4051	0,6405	0,3986	0,2878	0,2248	0,1843
1,7	1,4247	0,6735	0,4218	0,3051	0,2385	0,1957
1,8	1,4436	0,7063	0,4447	0,3228	0,2522	0,2078
1,9	1,4618	0,7368	0,4674	0,3395	0,2659	0,2183
2,0	1,4793	0,7673	0,4899	0,3565	0,2795	0,2296
2,5	1,5579	0,9073	0,5980	0,4365	0,3449	0,2855
3,0	1,6223	1,0288	0,6993	0,5205	0,4122	0,3405
4,0	1,7201	1,2253	0,8811	0,6719	0,5384	0,4476
5,0	1,7870	1,3733	1,0363	0,8095	0,6570	0,5501
6,0	1,8338	1,4860	1,1673	0,9333	0,7702	0,6428
7,0	1,8673	1,5731	1,2776	1,0437	0,8695	0,7398
8,0	1,8920	1,6409	1,3703	1,1415	0,9633	0,8264
9,0	1,9106	1,6949	1,4482	1,2280	1,0489	0,9073
10	1,9249	1,7381	1,5141	1,3042	1,1269	0,9827
11	1,9364	1,7732	1,5698	1,3713	1,1977	1,0527
16	1,9663	1,8766	1,7489	1,6058	1,4633	1,3305
21	1,9801	1,9235	1,8385	1,7360	1,6256	1,5149
31	1,9905	1,9626	1,9186	1,8616	1,7950	1,7225
41	1,9948	1,9780	1,9515	1,9161	1,8732	1,8263
51	1,9964	1,9856	1,9680	1,9441	1,9145	1,8802
61	1,9974	1,9901	1,9773	1,9601	1,9387	1,9135
81	1,9985	1,9942	1,9869	1,9769	1,9644	1,9492
101	1,9993	1,9962	1,9915	1,9850	1,9767	1,9667
∞	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000

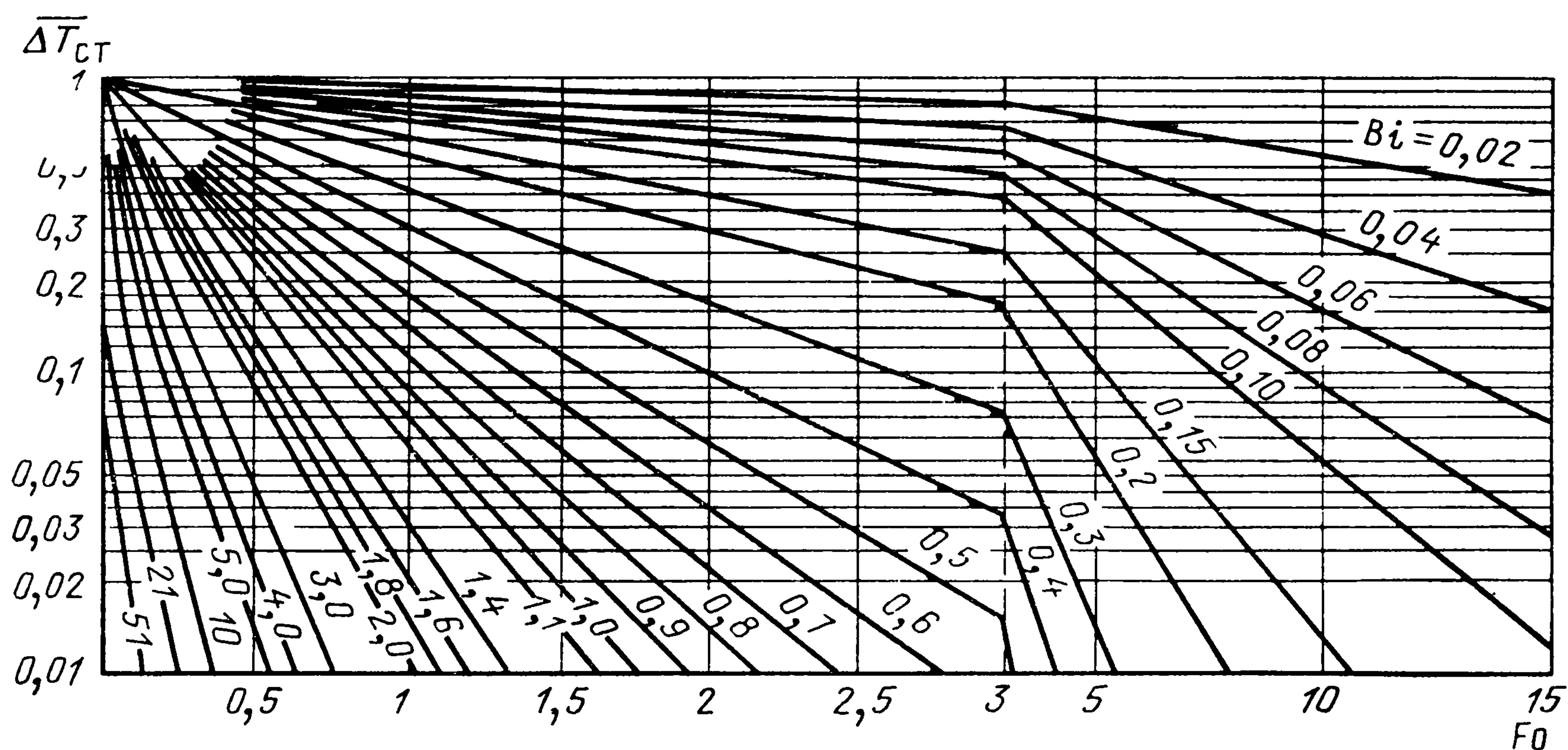


Рис. 3.11. Безразмерная температура поверхности шара

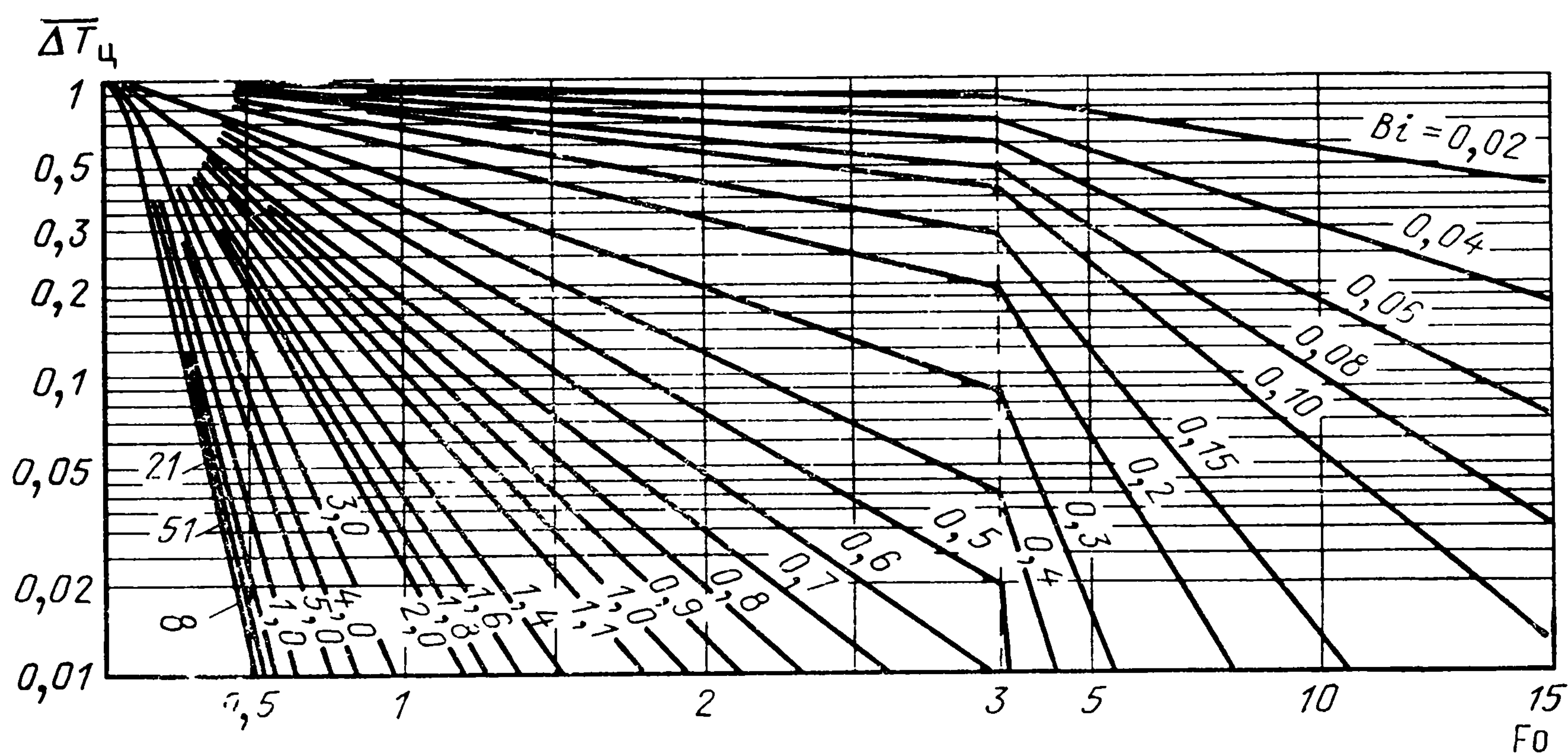


Рис. 3.12. Безразмерная температура центра шара

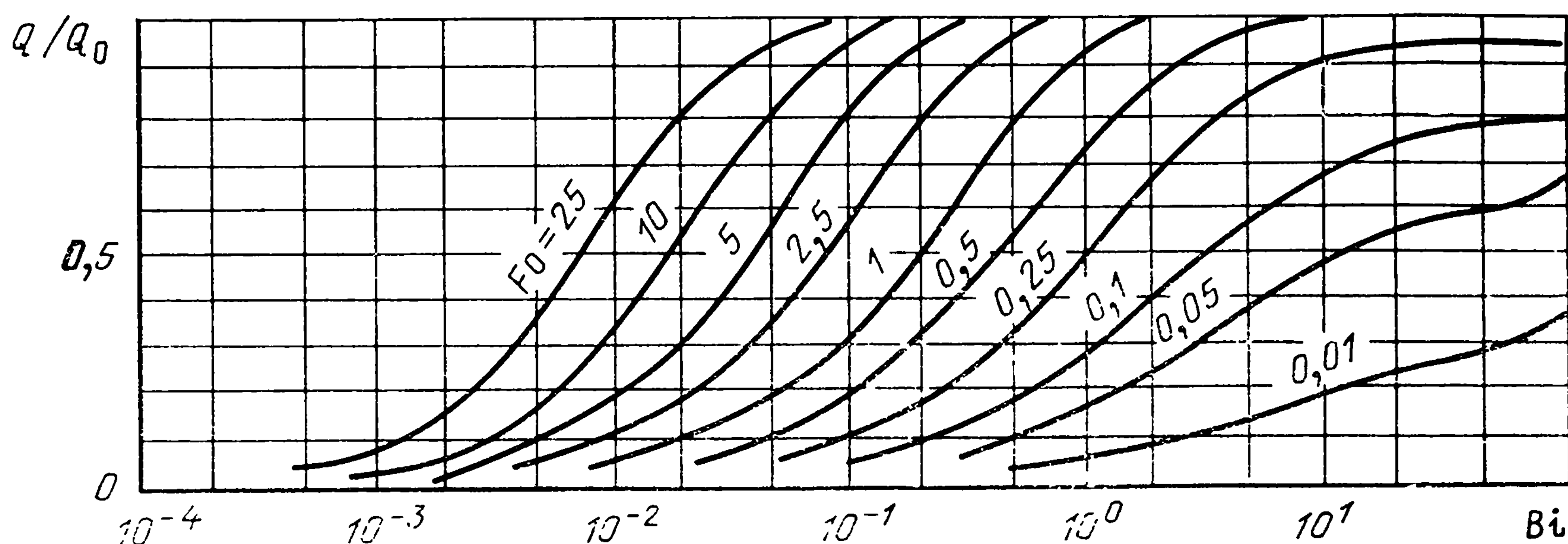


Рис. 3.13. Относительная теплоотдача шара

На рис. 3.11—3.13 даны номограммы для определения безразмерных температур поверхности и центра шара $\overline{\Delta T}_{\text{ст}}$ и $\overline{\Delta T}_{\text{ц}}$, а также относительной теплоотдачи Q/Q_0.

Для шара в [3.5] даны решения при таких же вариантах граничных условий, как и для неограниченной пластины. Кроме того, дано приближенное решение для случая, когда шар помещен в неограниченный массив, причем охлаждение его происходит путем теплопроводности.

3.6. ЦИЛИНДР КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

а) Условия задачи те же, что и в § 3.4,а, но цилиндр имеет конечную длину, равную $2l$. Начало координат находится в центре цилиндра. Безразмерная температура в точке цилиндра с координатами (R, x) в момент времени t

$$\overline{\Delta T} = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} = \overline{\Delta T}_1 \overline{\Delta T}_2, \qquad (3.6.1)$$

где $\overline{\Delta T}_1$ — безразмерная температура коаксиальной поверхности радиусом R в момент времени t для цилиндра бесконечной длины — формула (3.4.1); $\overline{\Delta T}_2$ — безразмерная температура в плоскости x в момент времени t для неограниченной пластины толщиной $2\delta = 2l$ — формула (3.3.1).

Количество теплоты, отданной цилиндром, Дж,

$$Q = 2\pi R_0^2 l c\rho (T_1 - T_0) \sum_{i_1=1}^{\infty} \sum_{i_2=1}^{\infty} B_{i_1} B_{i_2} \exp\left[-\left(\frac{\beta_{i_1}^2}{R_0^2} + \frac{\beta_{i_2}^2}{l^2}\right) at\right], \qquad (3.6.2)$$

где

$$B_{i_1} = \frac{4\mathrm{Bi}_1^2}{\beta_{i_1}^2(\beta_{i_1}^2 + \mathrm{Bi}_1^2)}; \qquad B_{i_2} = \frac{2\mathrm{Bi}_2^2}{\beta_{i_2}^2(\mathrm{Bi}_2^2 + \mathrm{Bi}_2 + \beta_{i_2}^2)};$$

β_{i_1} и β_{i_2} — корни характеристических уравнений (для цилиндра бесконечной длины см. табл. 3.3, для неограниченной лпластины — табл. 3.1).

Пример. Стальной цилиндр диаметром 0,2 м и длиной 0,2 м нагрет до температуры $T_1 = 500$ °C. В момент времени $t = 0$ цилиндр помещен в тающий лед ($T_0 = 0$ °C). Коэффициент теплоотдачи α принимаем равным 580 Вт/(м²·К). Для стали $a = 6{,}25 \cdot 10^{-6}$ м²/с, $\lambda = 34{,}8$ Вт/(м·К).

Необходимо определить температуру в центре цилиндра через 12 мин. Решение находим для бесконечной пластины толщиной $2\delta = 0{,}2$ м и для бесконечного цилиндра $2R_0 = 0{,}2$ м.

Для пластины:

$$\mathrm{Fo} = \frac{at}{\delta^2} = \frac{6{,}25 \cdot 10^{-6} \cdot 720}{0{,}1^2} = 0{,}45;$$

$$\mathrm{Bi} = \frac{\alpha\delta}{\lambda} = \frac{580 \cdot 0{,}1}{34{,}8} = 1{,}7.$$

По рис. 3.2 $\overline{\Delta T}_{\text{ц пл}} = 0{,}73$.

Для цилиндра:

$$\mathrm{Fo} = \frac{at}{R^2} = \frac{6{,}25 \cdot 10^{-6} \cdot 720}{0{,}1^2} = 0{,}45;$$

$$\mathrm{Bi} = \frac{\alpha R_0}{\lambda} = \frac{580 \cdot 0{,}1}{34{,}8} = 1{,}7.$$

По рис. 3.7 $\overline{\Delta T}_{\text{ц цил}} = 0{,}46$.

Таким образом, для цилиндра конечной длины:

$$\overline{\Delta T}_{\text{ц.огр.цил}} = 0{,}73 \cdot 0{,}46 = 0{,}336;$$

$$T_{\text{ц.огр.цил}} = 0 + (500 - 0) \cdot 0{,}336 = 168\ ^\circ\mathrm{C}.$$

б) Для цилиндра ограниченной длины решение дано также для случая, когда поверхность цилиндра в начальный момент охлаждается до температуры T_0, которая поддерживается все время постоянной.

3.7. ПЛАСТИНА КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ (ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД)

Условия задачи те же, что и в § 3.3,а, но пластина имеет конечные размеры, т. е. представляет собой параллелепипед со сторонами $2\delta_1$, $2\delta_2$ и $2\delta_3$. Начало координат помещено в центре параллелепипеда. Безразмерная температура в точке параллелепипеда с координатами (x, y, z) в момент времени t

$$\overline{\Delta T} = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} = \overline{\Delta T}_1 \overline{\Delta T}_2 \overline{\Delta T}_3, \qquad (3.7.1)$$

где $\overline{\Delta T}_1$ — безразмерная температура в плоскости с координатой x для неограниченной пластины толщиной $2\delta_1$ — формула (3.3.1); $\overline{\Delta T}_2$ — то же для координаты y и толщины $2\delta_2$; $\overline{\Delta T}_3$ — то же для координаты z и толщины $2\delta_3$.

Количество теплоты, отданной параллелепипедом, Дж,

$$Q = 8\delta_1\delta_2\delta_3 c\rho (T_1 - T_0) \sum_{i_1=1}^{\infty} \sum_{i_2=1}^{\infty} \sum_{i_3=1}^{\infty} B_{i_1} B_{i_2} B_{i_3} \times$$

$$\times \exp\left[-\left(\frac{\beta_{i_1}^2}{\delta_1^2} + \frac{\beta_{i_2}^2}{\delta_2^2} + \frac{\beta_{i_3}^2}{\delta_3^2} \right) at \right], \qquad (3.7.2)$$

где

$$B = \frac{2\mathrm{Bi}^2}{\beta_i^2 [\mathrm{Bi}^2 + \mathrm{Bi} + \beta_i^2]}.$$

Для пластины конечных размеров в [3.5] даны также решения для условий, аналогичных приведенным в § 3.3,б и в.

3.8. ТЕПЛОВЫЕ ВОЛНЫ

Рассмотренные нестационарные режимы относятся к тем случаям, когда температурное поле в теле стремится к равновесию. Нестационарные режимы, называемые тепловыми волнами, соответствуют процессам, в которых

температура среды является периодической функцией времени. Эту функцию всегда можно представить в виде одной или суммы нескольких косинусоид.

а) Температура участвующей в теплообмене поверхности полуограниченного тела [3.5] претерпевает периодические гармонические колебания. Температура в сечении, удаленном на x от конца, в момент времени t

$$T = T_{макс} \exp\left(-x\sqrt{\pi/at_0}\right)\cos\left(x\sqrt{\pi/at_0} - 2\pi t/t_0\right), \qquad (3.8.1)$$

где t_0 — продолжительность полного периода; $T_{макс}$ — максимальная амплитуда колебаний температуры поверхности.

Глубина, на которой амплитуда колебания температуры уменьшается в m раз, находится по формуле

$$x = \sqrt{at_0/\pi}\,\ln m. \qquad (3.8.2)$$

Количество теплоты, проходящей через поверхность F за полупериод, Дж,

$$Q_{t=t_0/2} = 0{,}8\sqrt{\lambda c\rho t_0}\,F T_{макс}. \qquad (3.8.3)$$

б) Кроме решения для полуограниченного тела в [3.5] есть решение для шара, неограниченной пластины и цилиндра бесконечной длины.

3.9. НЕСТАЦИОНАРНОЕ ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ МГНОВЕННЫХ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛОТЫ

а) В полуограниченном тонком стержне с изолированной боковой поверхностью в начальный момент времени действовал в сечении, удаленном на расстояние x_1 от конца, мгновенный источник теплоты. Отнесенное к единице площади количество теплоты, выделенной источником, равно Q, Дж/м². Начальная температура стержня равна температуре окружающей среды T_0. Коэффициент теплоотдачи конвекцией от торца стержня к окружающей среде постоянен.

Превышение температуры над температурой среды в сечении x от конца в момент t

$$T - T_0 = \frac{Q}{2\lambda\sqrt{\dfrac{\pi t}{a}}}\left\{\exp\left[-\frac{(x-x_1)^2}{4at}\right] + \exp\left[-\frac{(x+x_1)^2}{4at}\right]\right\} -$$

$$- \frac{Qa\alpha}{\lambda^2}\exp\left[\frac{\alpha}{\lambda}(x+x_1) + a\frac{\alpha^2}{\lambda^2}t\right]\operatorname{erfc}\left(\frac{x+x_1}{2\sqrt{at}} + \frac{\alpha}{\lambda}\sqrt{at}\right). \qquad (3.9.1)$$

Если температура конца стержня поддерживается постоянной, превышение температуры

$$T - T_0 = \frac{Q}{2\lambda\sqrt{\dfrac{\pi t}{a}}}\left\{\exp\left[-\frac{(x-x_1)^2}{4at}\right] + \exp\left[-\frac{(x+x_1)^2}{4at}\right]\right\}. \qquad (3.9.2)$$

б) В [3.5] даны также решения при наличии мгновенных источников тепла в неограниченной пластине, цилиндре бесконечной длины и шаре.

3.10. РЕГУЛЯРНЫЙ ТЕПЛОВОЙ РЕЖИМ

При достаточно больших числах Fo, т. е. через достаточно продолжительное время после начала процесса, изменение температуры любой точки тела с необходимой точностью выражается простым экспоненциальным законом

$$\ln \Delta T = -mt + C, \tag{3.10.1}$$

где m — положительное число.

Этот период процесса охлаждения (нагревания) тела называется *регулярным тепловым режимом*. Число m определяет скорость изменения температуры во времени в период регулярного режима и называется *темпом охлаждения*. Темп охлаждения одинаков для любой точки тела и зависит от размера и формы тела, значений его физических характеристик λ, $c\rho$ и коэффициента теплоотдачи α [3.6]:

$$m = \psi \frac{\alpha F}{c\rho V}. \tag{3.10.2}$$

Значение ψ характеризует неравномерность поля температур и является функцией числа Bi.

При $\alpha \to \infty$ темп охлаждения m имеет конечное значение и пропорционален a:

$$a = km, \tag{3.10.3}$$

где k — коэффициент, зависящий лишь от формы и размеров тела.

Путем умножения m на L_0^2/a получается безразмерное число

$$p^2 = L_0^2 m/a, \tag{3.10.4}$$

где L_0 — характерный размер тела.

Связь между m и α можно представить в виде связи между безразмерными числами p и Bi·

для шара

$$\mathrm{Bi} = 1 - p \operatorname{ctg} p;$$

для цилиндра

$$\mathrm{Bi} = p \frac{J_1(p)}{J_0(p)}; \tag{3.10.5}$$

для пластины

$$\mathrm{Bi} = p \operatorname{tg} p.$$

На этих соотношениях основаны эффективные экспериментальные методы определения теплофизических свойств, важный вклад в разработку которых внес Г. М. Кондратьев [3.4]. Суть их в том, что образец канонической формы нагревается (или охлаждается) в нестационарном режиме и после достижения практически полулогарифмического закона изменения температуры каждому ее измерению соответствует собственный коэффициент температуропроводности. Зная значение объемной теплоемкости $c\rho$ из других измерений, по этим данным можно определять температурную функцию и теплопроводность.

Метод регулярного режима наиболее удобен, если создавать на поверхности образца интенсивный теплообмен ($Bi \to \infty$), например водяным охлаждением. Этот метод применим также для оценочного определения коэффициента теплоотдачи α путем охлаждения (нагревания) тела с известными физическими свойствами (например, с высокой теплопроводностью). Подробнее см. [3. 4].

3.11. ПРОГРЕВ И ОХЛАЖДЕНИЕ ПОДЗЕМНОГО ТРУБОПРОВОДА

Время установления условно стационарного процесса теплоотдачи от трубопровода к окружающей среде (слоям грунта) от момента подачи теплоты в трубу определяется эмпирической формулой

$$t_{\text{прогр}} = C \frac{D^2}{a} \left(\frac{h + \lambda/\alpha}{D} \right)^{1,44}. \qquad (3.11.1)$$

Соответствующее количество теплоты, необходимой для прогрева окружающих трубу слоев грунта,

$$Q_{\text{прогр}} = 12 D^2 c\rho (T_1 - T_0) \left(\frac{h + \lambda/\alpha}{D} \right)^{1,25}, \qquad (3.11.2)$$

где D — диаметр трубы, м; h — глубина залегания оси трубы; a — коэффициент температуропроводности грунта, м²/с; $c\rho$ — объемная теплоемкость грунта, Дж/(м³·К); λ — теплопроводность грунта, Вт/(м·К); α — коэффициент теплоотдачи от поверхности грунта к воздуху, Вт/(м²·К).

При постоянном расходе теплоты через стенку трубы (q=const) множитель пропорциональности C в формуле (3.11.1) равен 6,0. При разогреве с постоянной температурой C=4,6.

Время охлаждения выключенного трубопровода от стационарного состояния, которому соответствует разность температур $\Delta T_1 = T_1 - T_0$, до разности температур $\Delta T = T - T_0$ определяется формулой

$$t_{\text{охл}} = \frac{D^2}{a} \left(\frac{h + \lambda/\alpha}{D} \right)^{2,3} f\left(\frac{\Delta T}{\Delta T_1} \right), \qquad (3.11.3)$$

где значение $f(\Delta T/\Delta T_1)$ берется из рис. 3.14.

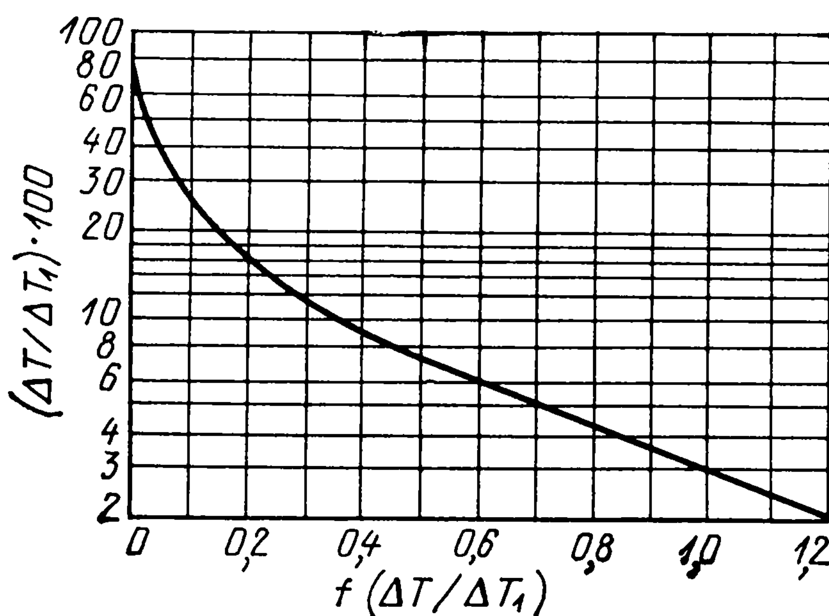


Рис. 3.14. Значения $f(\Delta T/\Delta T_1)$ в формуле (3.11.3)

3.12. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПРИ ПЛАВЛЕНИИ И ЗАТВЕРДЕВАНИИ

Многие технические проблемы затвердевания и плавления металлов, промерзания и оттаивания грунтов, термохимического разрушения и другие связаны с анализом задач теплопроводности при изменении агрегатного состояния вещества. Наиболее простые модели таких процессов рассмотрены Ляме и Клапейроном (1831 г.), а также Стефаном (1891 г.) [3.2, 3.5].

Ниже даются приближенные решения по Л. С. Лейбензону [3.5]. Во всех постановках предполагается отсутствие конвекции (например, конвекции воды при промерзании грунта, конвекции металла при затвердевании слитка).

Затвердевание полуограниченного массива (например, промерзание грунта), имеющего начальную температуру T_0, на поверхности которого мгновенно устанавливается температура $T_1<T'$, где T' — температура затвердевания (замерзания). Координата x направлена перпендикулярно к поверхности массива в его глубину; координата границы затвердевания $x=x_{гр}$; в момент времени $t=0$ $x_{гр}=0$.

Распределение температуры в затвердевшем слое считается линейным

$$0\leqslant x\leqslant x_{гр}:\ T_x=T_1+(T'-T_1)x/x_{гр}; \tag{3.12.1}$$

распределение температуры в незатвердевшем объеме ($x>x_{гр}$) аппроксимируется по закону Гаусса ($x\to\infty$, $T_x\to T_0$)

$$x\geqslant x_{гр}\quad T_x=T'+(T_0-T')\operatorname{erf}\left[(x-x_{гр})/2\sqrt{a_2t}\right]. \tag{3.12.2}$$

Скорость перемещения границы затвердевания (замерзания) определяется уравнением

$$r\rho_2dx_{гр}/dt=\lambda_1(T'-T_1)/x_{гр}-\lambda_2(T_0-T')/\sqrt{\pi a_2t}, \tag{3.12.3}$$

где r — теплота фазового перехода, Дж/кг.

При начальном условии $t=0$, $x_{гр}(0)=0$ из (3.12.3) следует:

$$x_{гр}=\beta\sqrt{a_2t};\quad \beta=+\sqrt{1/\pi К^2+2\bar{\lambda}\Delta\bar{T}/К}-1/\sqrt{\pi}К, \tag{3.12.4}$$

где $К=r[c_2(T_0-T')]$ — критерий теплового подобия при фазовых переходах, построенный по параметрам области, находящейся при температуре более высокой, чем температура затвердевания (замораживания); $\bar{\lambda}=\lambda_1/\lambda_2$ — отношение теплопроводности зоны затвердевания (замороженной) и теплопроводности зоны жидкой (не замороженной); $\Delta\bar{T}=(T'-T_1)/(T_0-T')$ — отношение характерных разностей температур по обе стороны границы фазового перехода; $a_2t/x_{гр}^2$ в данном случае является искомым числом тепловой гомохронности Fo.

Затвердевание протяженного цилиндра радиуса R, заполненного жидкостью с температурой $T_0=T'$. В начальный момент температура поверхности цилиндра мгновенно устанавливается равной $T_1<T'$, где T', как и ранее, температура затвердевания (замерзания).

Время затвердевания до радиуса $R_{гр}$ определяется по формуле

$$t=\{r\rho_2/[4\lambda_1(T'-T_1)]\}\left[\left(R^2-R_{гр}^2\right)-2R_{гр}^2\ln(R/R_{гр})\right] \tag{3.12.5}$$

Полное время затвердевания находящейся в цилиндре жидкости:

$$R_{гр}=0,\ t=r\rho_2 R^2/[4\lambda_1(T'-T_1)]. \qquad (3.12.6)$$

Затвердевание жидкости в сферическом объеме при условиях, аналогичных изложенным в предыдущей задаче, описывается формулами:

$$t=r\rho_2(R-R_{гр})^2(2R_{гр}+R)/[6\lambda_1 R(T'-T_1)]; \qquad (3.12.7)$$

$$R_{гр}=0,\ t=r\rho_2 R^2/[6\lambda_1(T'-T_1)]. \qquad (3.12.8)$$

Для учета влияния теплоемкости жидкости на динамику затвердевания в формулы (3.12.5)—(3.12.8) следует ввести поправку А. А. Померанцева в виде множителя

$$\Delta=1+(T_0-T')c_2\rho_2/(r\rho_1). \qquad (3.12.9)$$

Следует заметить, что эти приближенные формулы верны при $\rho_1\approx\rho_2$, так как значительные изменения плотности при фазовом переходе вызывают конвективные перемещения, в этих решениях не учитываемые.

Глава четвертая

ЛАМИНАРНЫЕ И ТУРБУЛЕНТНЫЕ ТЕЧЕНИЯ

4.1. ТРИ РЕЖИМА ТЕЧЕНИЯ

При малых скоростях течения и размерах обтекаемых жидкостью тел течение имеет упорядоченный характер — линии тока отчетливо определены как в стационарном, так и в нестационарном движении, переносы импульса, теплоты и нейтральных примесей в малых объемах осуществляются диффузией структурных частиц вещества (молекул, атомов, ионов, электронов). Такие течения называются *ламинарными* и характеризуются некоторыми критическими значениями числа Рейнольдса $Re_{кр}$. При $Re<R_{кр}$ существует устойчивая ламинарность, при $Re>R_{кр}$ она нарушается и наступает *турбулентный режим.*

Турбулизация течения происходит в некотором интервале чисел Рейнольдса $Re_{кр1}<Re<Re_{кр2}$. При $Re>Re_{кр2}$ имеет место развитое турбулентное движение. *Переходный режим* от устойчивого ламинарного течения к развитому турбулентному характеризуется *перемежаемостью*, проявляющейся в форме прохождения цепочек турбулизованных и квазиламинарных объемов жидкости [1.8, 4.6].

4.2. УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ЛАМИНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Проблема в отчетливой физико-математической постановке восходит к работам Рейнольдса (1895 г.). Основным условием устойчивости ламинарных течений является соотношение сил вязкого трения, стабилизирующих поток, и динамических (инерционных) сил, дестабилизирующих упорядоченность течения. Это соотношение, при прочих равных условиях, характеризуется значением числа Рейнольдса.

Так, устойчивость ламинарного течения в круглой трубе нарушается при $Re \approx 2300$ (число Рейнольдса рассчитано по среднерасходной скорости жидкости и внутреннему диаметру трубы — $Re = UD/\nu$). В случае продольного обтекания пластины пристенное ламинарное течение (пограничный слой) несжимаемой жидкости начинает переходить в турбулентное при $Re \approx 5 \cdot 10^5$ (число Рейнольдса рассчитано по скорости невозмущенного потока и расстоянию от входной кромки — $Re = Ux/\nu$).

Ламинарное движение может переходить в турбулентное под влиянием *малых возмущений*. Теория этого перехода хорошо разработана [4.9]. Следует иметь в виду, что линейная теория малых возмущений приводит к геометрическим парадоксам — так, согласно этой теории, течение несжимаемой жидкости в протяженной гладкой трубе устойчиво к малым возмущениям при любых числах Re, а течение в плоском щелевом канале нарушается при конечном значении Re. В реальных течениях критическое число Рейнольдса в обоих случаях примерно одинаково. Связано это с возникновением конечных возмущений, в частности, локальных отрывов потока от обтекаемой им поверхности. Тем не менее линейная и нелинейная теория малых возмущений дают ряд правильных качественных и даже количественных результатов.

На рис. 4.1 показаны значения $Re_{кр}$ при обтекании непроницаемой пластины газом в зависимости от температурного фактора $\psi = T_{ст}/T_0$, чисел Маха $M = U/a_*$ и Прандтля $Pr = \nu/a$, рассчитанные по теории малых возмущений.

На рис. 4.2 и 4.3 приведены рассчитанные по теории малых возмущений данные о влиянии продольного градиента давления и поперечного потока вещества через обтекаемую поверхность (если, например, последняя пориста или если на ней происходит фазовый переход или химическая реакция) на число $Re_{кр}$.

Шероховатость поверхности не влияет на $Re_{кр}$ при $(\varepsilon/\mu)\sqrt{\rho\tau_{ст}} < 7$, где ε — высота выступов шероховатости. Влияние однородной зернистой шероховатости на точку ламинарно-турбулентного перехода показано на рис. 4.4.

На рис. 4.5 показано влияние продольного и поперечного магнитных полей на $Re_{кр}$.

При изотермическом обтекании сферы значение $Re_{кр}$, рассчитанное по ее диаметру, равно примерно 100; для поперечно обтекаемого цилиндра $Re_{кр} \approx 500$.

Подробнее о проблеме устойчивости ламинарных течений см. [4.6, 4.7, 4.9].

Теория ламинарных течений, так же как и теория теплопроводности в неподвижных средах, является в феноменологическом смысле завершенной. Это означает, что при известных значениях физических свойств среды и правильно сформулировнных краевых условиях все ее задачи могут быть решены либо аналитически, либо средствами вычислительной математики. То же относится к теории устойчивости ламинарных течений по отношению к малым возмущениям.

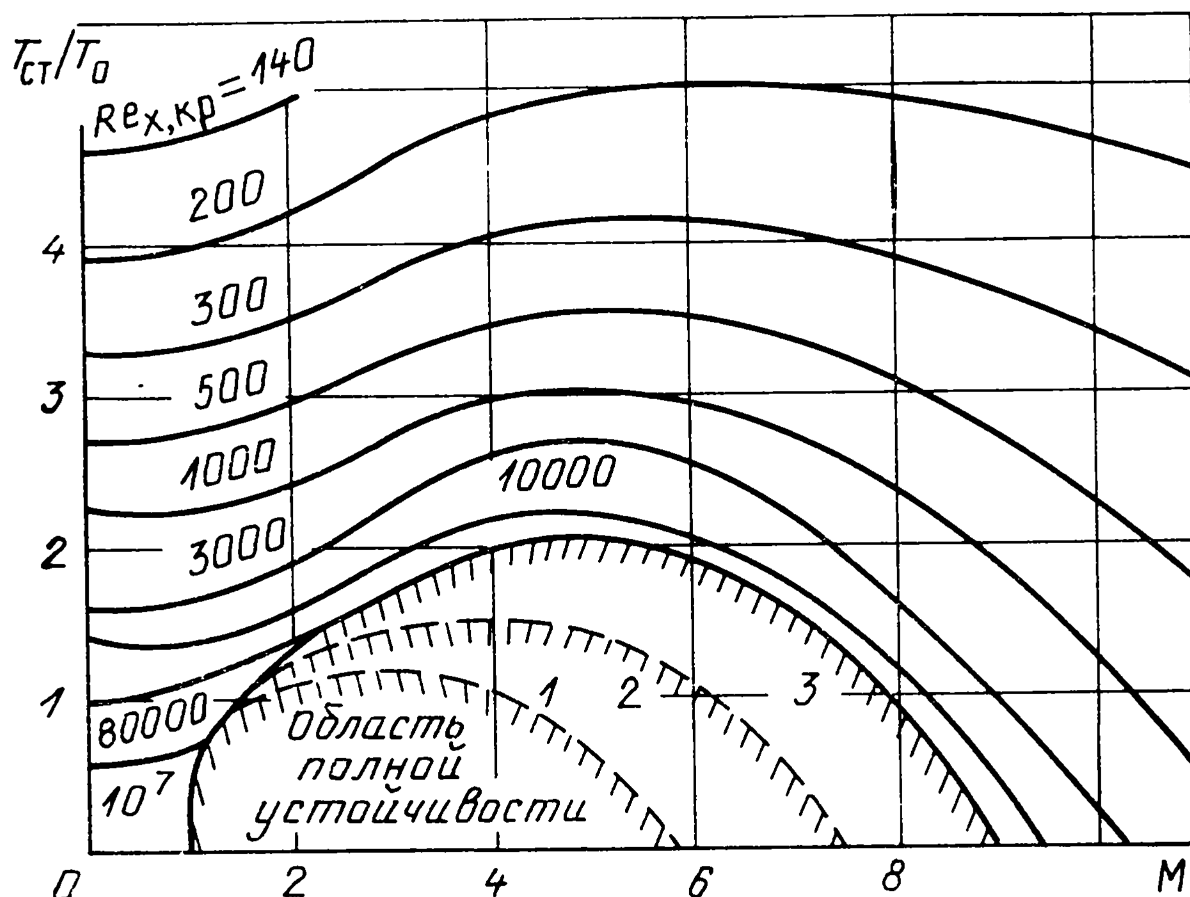


Рис. 4.1. Влияние температурного фактора и числа Маха на устойчивость ламинарного течения в пограничном слое при обтекании пластины (Ван Дрист, 1952 г.):

1—Pr=1, $\mu/\mu_0=T/T_0$; 2—Pr=0,75, $\mu/\mu_0=T/T_0$; 3 — Pr=0,75, $\mu/\mu_0=(T/T_0)^{3/2}\times(T_0+C)/(T+C)$

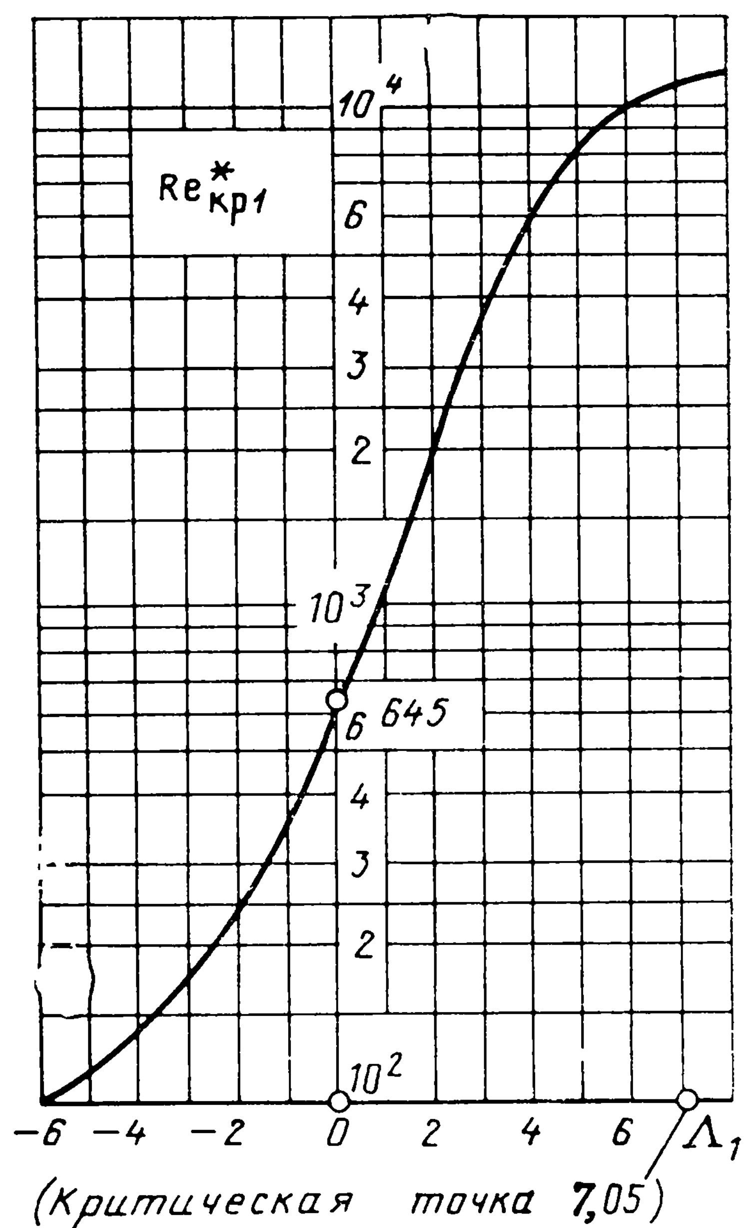


Рис. 4.2. Зависимость критического значения числа Рейнольдса $Re^*_{кр1}=U\delta^*/\nu$ начала потери устойчивости ламинарного течения в плоском изотермическом пограничном слое от формпараметра $\Lambda_1=(\delta^2/\nu)(dU/dx)$:

δ — расчетная толщина пограничного слоя; δ* — толщина вытеснения (см. гл. 6); U — скорость течения вне пограничного слоя

Однако для оценки воздействия степени турбулентности внешнего потока на устойчивость ламинарного пограничного слоя необходимы экспериментальные исследования.

На рис 4.6 приведены зависимости чисел Рейнольдса начала ($Re_{кр1}$) и конца ламинарно-турбулентного перехода ($Re_{кр2}$) от числа Кармана

$$Ka=[(\langle u'^2\rangle+\langle v'^2\rangle+\langle w'^2\rangle)/(3U^2)]^{1/2}, \qquad (4.2.1)$$

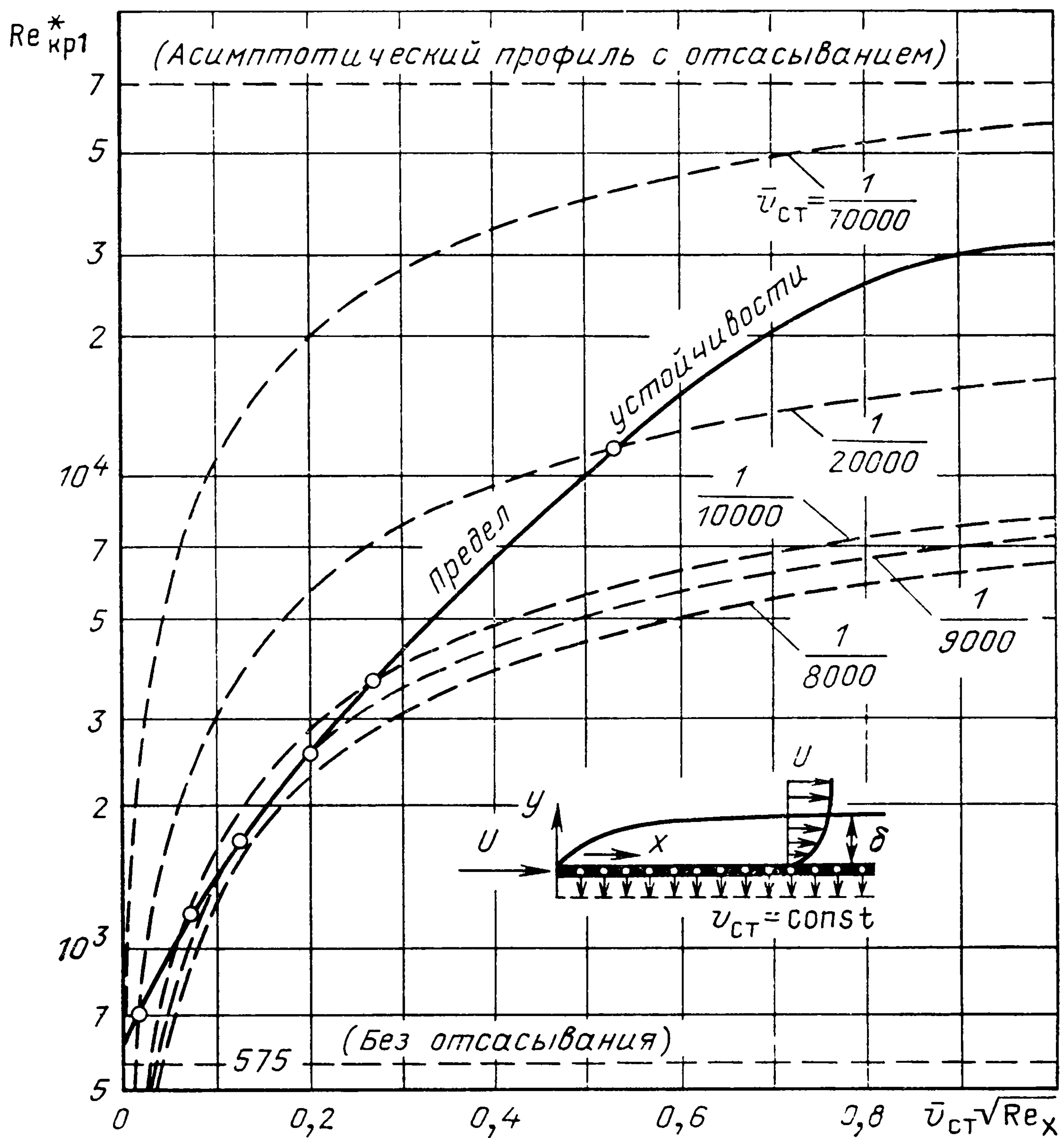


Рис. 4.3. Зависимость числа $Re^*_{кр1}$ в изотермическом пограничном слое от фактора проницаемости $\bar{v}_{ст}Re_x^{1/2}$; $\bar{v}_{ст}=-v_{ст}/U$, где $v_{ст}$ — скорость отсоса (вдува) через пластину; $Re_x=Ux/\nu$

построенные по ряду экспериментальных данных. В этой формуле u', v', w' — компоненты пульсационной составляющей актуальной скорости течения среды (см. § 4.3).

По ряду данных, обобщенных в [4.1], зависимость числа Рейнольдса начала ламинарно-турбулентного перехода ($Re_{кр1}=1{,}29\ Re^{*2}_{кр1}$) от степени турбулентности внешнего потока, выраженной через число

$$Tu=\sqrt{\langle u'^2\rangle}/U, \qquad (4.2.2)$$

имеет вид

$$Re^{**}_{кр_1}=190\,[1+\exp(1{,}6-100Tu)]. \qquad (4.2.3)$$

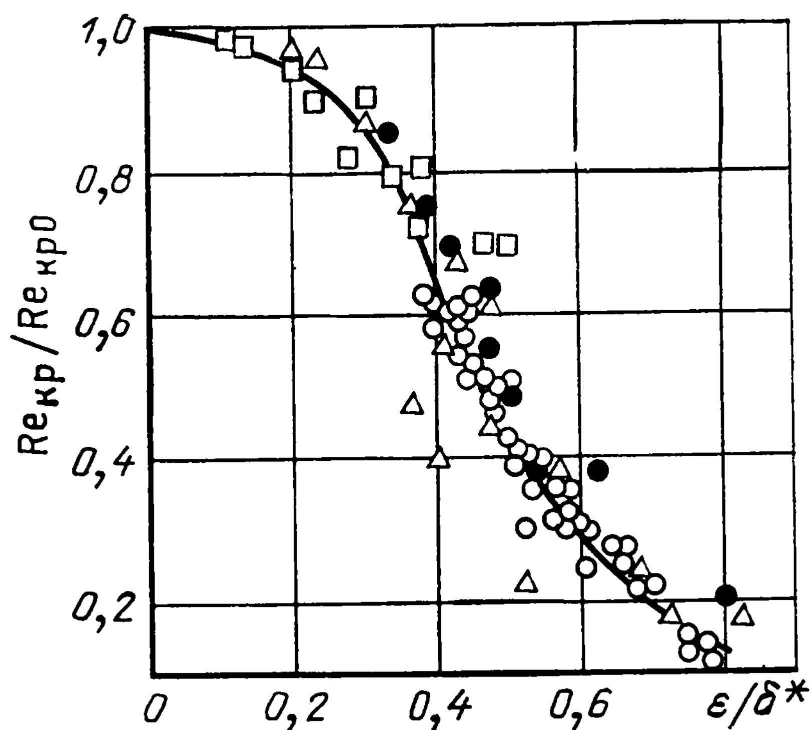


Рис. 4.4. Влияние шероховатости на $\mathrm{Re}_{кр}$ при продольном обтекании пластины

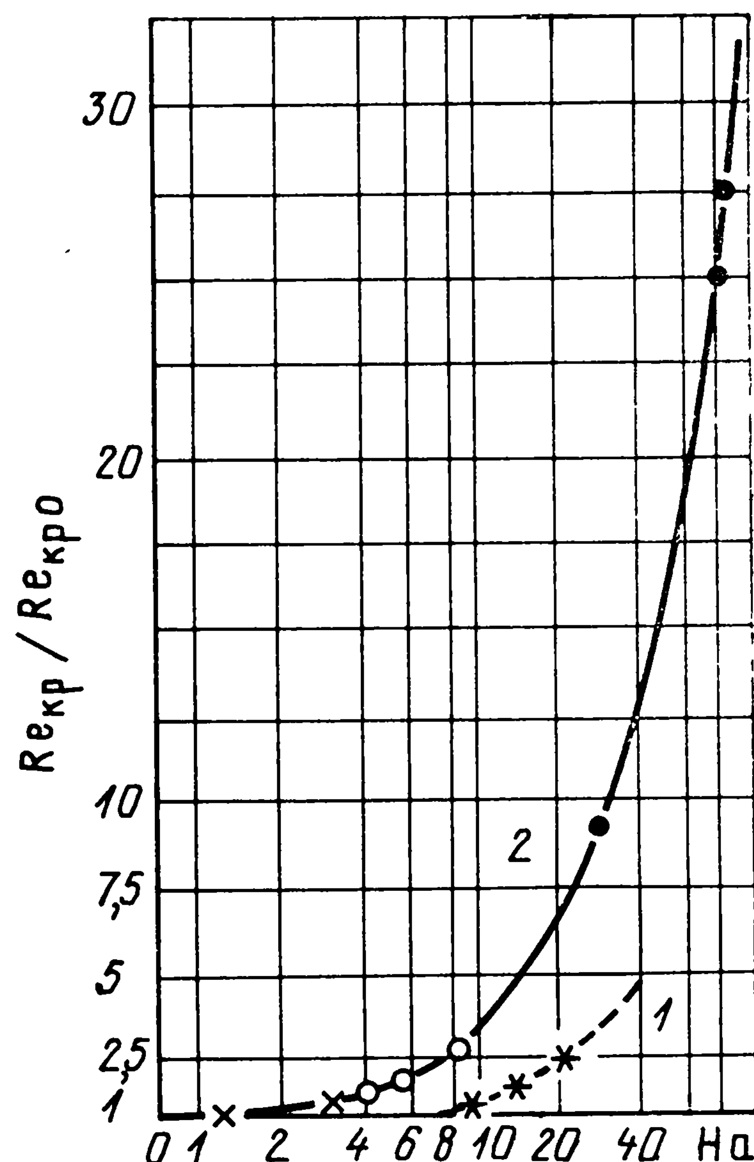


Рис. 4.5. Относительное критическое число Рейнольдса при течении электропроводной жидкости в поперечном (*1*) и продольном (*2*) магнитных полях

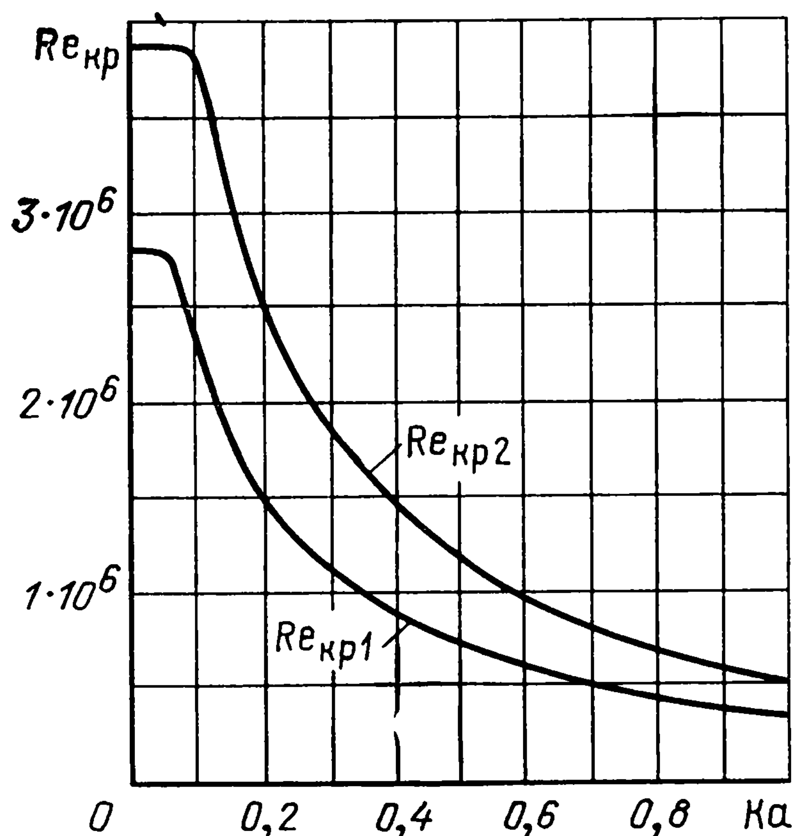


Рис. 4.6. Влияние степени турбулентности внешнего потока на область значений критического числа Рейнольдса ламинарно-турбулентного перехода для изотермического пограничного слоя на непроницаемой пластине

Влияние градиента давления около обтекаемой поверхности удовлетворительно описывается формулой А. А. Дородницына и Л. Г. Лойцянского (1945 г.)

$$\left[\left(-\frac{\nu}{U^2}\,\frac{dU}{dx}\right)_1+\Gamma\right]\mathrm{Re}_{кр_1}^{**2}+0,089=0, \qquad (4.2.4)$$

где Г — коэффициент, являющийся функцией интенсивности внешней турбулентности; при $Ka<0,02$ $\Gamma=-1,3\cdot10^{-7}$ [4.2]

На рис. 4.7 приведены отношения чисел Рейнольдса $\mathrm{Re}_{x_{\mathrm{кр2}}}$ (в точке окончания ламинарно-турбулентного перехода) и $\mathrm{Re}_{x_{\mathrm{кр1}}}$ (в точке его начала) для нескольких характерных пограничных слоев несжимаемой жидко-

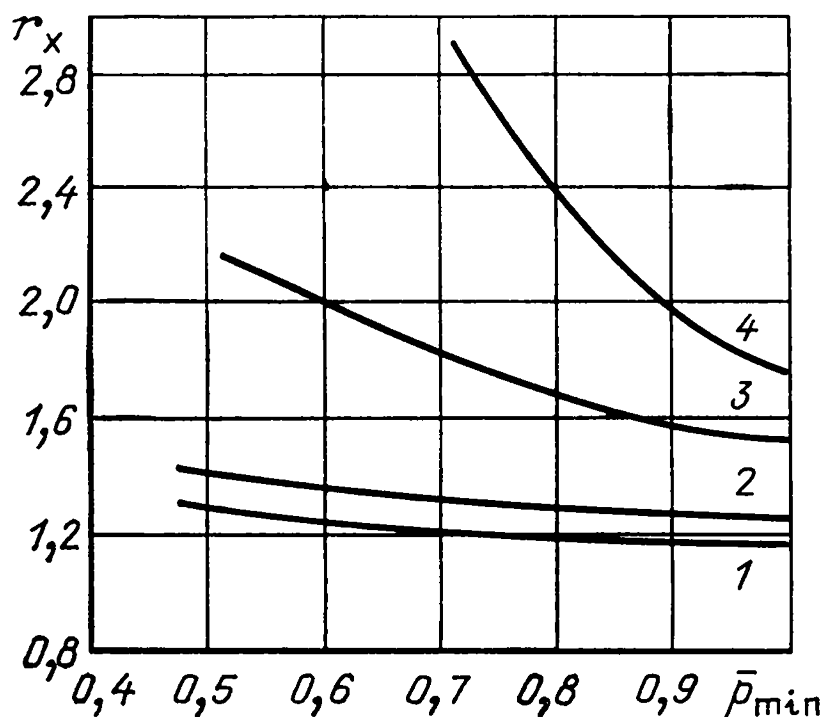


Рис. 4.7. График для определения $r_x = \mathrm{Re}_{x_{\text{кр2}}}/\mathrm{Re}_{x_{\text{кр1}}}$ при диффузорном течении с выпуклым профилем скорости (*1*) и с вогнутым (2); при конфузорном течении с выпуклым профилем скорости (*3*) и с вогнутым (*4*)

сти на криволинейных поверхностях в зависимости от характерного (минимального) относительного давления вдоль контура профиля:

$$\bar{p}_{\text{мин}} = \left[1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}\left(\frac{U_{\text{макс}}}{a_*}\right)^2\right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}. \qquad (4.2.5)$$

Здесь индекс «мин» означает параметры в сечении минимального давления на эпюре давлений вдоль контура профиля.

4.3. ТУРБУЛЕНТНЫЕ ТЕЧЕНИЯ

Турбулентность — неупорядоченное в целом движение текучей среды, характеризуемое спектрами пульсаций параметров потока (скорости, температуры, концентрации примеси и т. п.). Турбулентные потоки в «малом», т. е. в объемах с линейным размером, существенно меньшим характерного размера течения (например, ширины канала), всегда нестационарны, а в «большом» могут быть как стационарными, так и нестационарными. Последнее означает, что во времени меняются не только параметры актуального движения в данной точке пространства, но и их значения, осредненные за промежуток времени, достаточно большой по сравнению с характерным временем пульсаций. Наряду с таким вероятностным характером турбулентного течения в нем могут возникать и диссипативные структуры (в основном различного рода вихри и их иерархические структуры).

Актуальное движение подчиняется соответствующим реологическим уравнениям — для ньютоновских сред это уравнения (1.3.1) и (1.3.2). После нарушения устойчивости ламинарного течения возникает турбулентность, т. е. в каждой фиксированной пространственной точке наблюдаются случайные по значению и направлению мгновенные скорости течения, температуры, концентрации примеси, электрические потенциалы и т. п. Абсолютное мгновенное значение этих величин ограничено характерными значениями параметра конкретного процесса. Например, если скорость потока воздуха, набегающего на крыло, $U_1 = 100$ м/с, то максимальная мгновенная скорость может быть только такого же порядка.

Движение в «большом» характеризуется масштабами времени, достаточно большими по сравнению со среднестатистическим временем изменения

рассматриваемой величины от нуля до максимума или от заданного значения вновь до того же значения. Такое представление, введенное Рейнольдсом (1895 г.), позволяет описывать актуальное движение как сумму осредненного и пульсационного движений:

$$\mathbf{u}=\langle\mathbf{u}\rangle+\mathbf{u}'; \quad p=\langle p\rangle+p'; \quad F=\langle F\rangle+F' \;\ldots. \tag{4.3.1}$$

Здесь индекс $'$ означает пульсацию, а осреднение производится по правилу

$$\langle\varphi_i\rangle=\frac{1}{t}\int_0^t \varphi_i dt; \quad \langle\varphi'\rangle=0, \tag{4.3.2}$$

где t — промежуток времени, достаточно большой по сравнению с периодом пульсаций.

Если φ — случайная функция, $\langle\varphi\rangle$ — математическое ожидание, то

$$\langle\varphi_i\langle\varphi_j\rangle\rangle=\langle\varphi_i\rangle\langle\varphi_j\rangle. \tag{4.3.3}$$

Осредненное уравнение турбулентного движения ньютоновской жидкости отличается от уравнения Навье — Стокса тем, что во всех его членах вместо актуальных вводятся осредненные значения соответствующих величин, и тем, что возникает еще дополнительная сумма членов, характеризующих турбулентный перенос импульса. Компоненты этих членов называются *турбулентными (рейнольдсовыми) напряжениями* и имеют вид

$$\sigma_{ij}=-\langle(\rho u'_i)u'_j\rangle. \tag{4.3.4}$$

Уравнение сплошности для осредненного течения вследствие своей линейности имеет вид тот же, что и для актуального:

$$\frac{\partial\langle\rho\rangle}{\partial t}+\mathrm{div}\langle\rho\mathbf{u}\rangle=0. \tag{4.3.5}$$

В действительности турбулентное течение существенно сложнее, и такое описание в ряде случаев оказывается недостаточным вследствие существования в потоке так называемых диссипативных структур вихревого типа.

Для жидкости с постоянными физическими свойствами ($\rho=\mathrm{const}$, $\mu=\mathrm{const}$) уравнения Рейнольдса имеют вид (для проекции на ось x):

$$g_x-\frac{1}{\rho}\,\mathrm{grad}\langle p\rangle+\nu\nabla^2\langle u\rangle-\left(\frac{\partial\langle u'u'\rangle}{\partial x}+\frac{\partial\langle u'v'\rangle}{\partial y}+\frac{\partial\langle u'w'\rangle}{\partial z}\right)=\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial t}+\langle u\rangle\,\mathrm{grad}\langle u\rangle. \tag{4.3.6}$$

Плотность кинетической энергии турбулентных пульсаций характеризуется величиной

$$2\langle\varepsilon\rangle=\langle u'^2\rangle+\langle v'^2\rangle+\langle w'^2\rangle. \tag{4.3.7}$$

Турбулентная теплопроводность описывается уравнением (при постоянных физических свойствах)

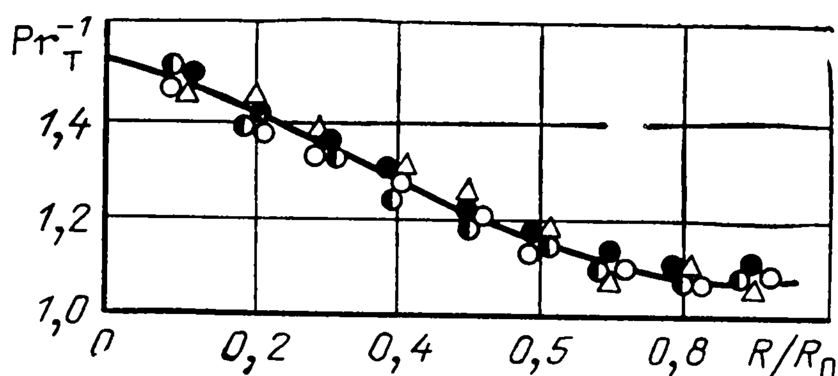


Рис. 4.8. Изменение «турбулентного» числа Прандтля по радиусу трубы, $Re=(1\div7)\cdot10^5$

$$\lambda\nabla^2 \langle T\rangle + q_V = \frac{\partial}{\partial x}\langle(\rho u)'\,h'\rangle + \frac{\partial}{\partial y}\langle(\rho v)'\,h'\rangle +$$

$$+\frac{\partial}{z}\langle(\rho w)'\,h'\rangle + \langle\rho u\rangle\frac{\partial\langle h\rangle}{\partial x} + \langle\rho v\rangle\frac{\partial\langle h\rangle}{\partial y} + \langle\rho w\rangle\frac{\partial\langle h\rangle}{\partial z}, \tag{4.3.8}$$

где h — энтальпия.

В развитом турбулентном потоке имеет место условие подобия

$$Pr_т = \frac{\langle(\rho u)'\,u'\rangle}{\rho_0 U^2} = \frac{\langle(\rho u)'\,h\rangle}{\rho_0 U\Delta h}, \tag{4.3.9}$$

где $Pr_т$ — турбулентное число Прандтля, которое обычно меньше единицы (для свободных затопленных струй $Pr_т\approx0{,}75$, для следа за телом $Pr_т=0{,}5$).

На рис. 4.8 приведены данные о зависимости числа $Pr_т$ от радиуса круглой трубы. В непосредственной окрестности твердой поверхности турбулентное число Прандтля уменьшается и зависит как от расстояния от стенки, так и от физического числа Прандтля жидкости и отношения тепловосприимчивости веществ жидкости и стенки (т. е. от отношения значений $c\rho\lambda$ этих веществ) При $Pr\to\infty$

$$Pr_т\to\eta^{-1}, \tag{4.3.10}$$

где $\eta=\frac{yU}{\nu}\sqrt{\frac{c_f}{2}}$ — безразмерное расстояние от обтекаемой поверхности.

4.4. ПОЛУЭМПИРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Уравнения осредненного движения не замкнуты, т. е. представляют неограниченную цепочку уравнений для все более старших моментов (Келлер и Фридман, 1924 г.). Возникают затруднения и в формулировании краевых условий для пульсационных переносов. Поэтому в настоящее время используются полуэмпирические модели, основанные на тех или иных достаточно сильных допущениях и некотором числе эмпирически определяемых «констант турбулентности» [4.3, 4.6—4.8]. Первой была предложена и широко применяется в настоящее время при решении наиболее простых, но массовых инженерных проблем модель длины пути смешения Тейлора (1916 г.) — Прандтля (1925 г.).

Для двумерного развитого пограничного слоя со значительным поперечным градиентом скорости предполагается существование корреляции:

$$-\langle u'v'\rangle = l^2 \left| \frac{\partial \langle u\rangle}{\partial y} \right| \frac{\partial \langle u\rangle}{\partial y};$$
$$-\langle v'T'\rangle = l_т^2 \frac{\partial \langle u\rangle}{\partial y} \frac{\partial \langle T\rangle}{\partial y}, \quad (4.4.1)$$

где l и $l_т$ — длины пути смешения и пути теплового смешения, м; в общем случае $l \neq l_т$, но обычно их значения достаточно близки ($l \approx l_т$).

В развитом турбулентном потоке, когда влиянием молекулярной вязкости на общее трение можно пренебречь, значение l в основном зависит от геометрии потока. В простейшей модели одномерного течения, когда u зависит от y так, что при $y=0$ $u=0$, а при $y \to \infty$ $u \to U$, из соображений о размерностях следует формула Прандтля

$$l = \varkappa y, \quad (4.4.2)$$

где $\varkappa$ — экспериментально определяемая константа.

Для области с постоянным касательным напряжением ($\tau = \tau_{ст}$) из этой модели следует хорошо подтверждаемый экспериментами *логарифмический закон распределения* продольной компоненты осредненной скорости течения в плоском пограничном слое несжимаемой жидкости:

$$\varphi = C + \frac{1}{\varkappa} \ln \eta, \quad (4.4.3)$$

где $\varphi = u/v^*_{ст}$; $\eta = v^*_{ст} y/\nu$; $v^*_{ст} = (\tau_{ст}/\rho)^{1/2}$ — так называемая динамическая скорость.

В окрестности твердой стенки ($\eta < \eta_1$) имеет место квазиламинарное течение (вязкий подслой), в котором

$$\varphi \approx \eta. \quad (4.4.4)$$

Для двумерного плоского пограничного слоя несжимаемой жидкости в полуэмпирической двухслойной модели ($0 < \eta < \eta_1$ — вязкий подслой; $\eta > \eta_1$ — развитое турбулентное течение) экспериментально определенные значения «констант турбулентности» следующие: $\varkappa = 0{,}4$; $\eta_1 = 11{,}6$; $C = 5{,}5$.

Модели, описывающие сложные турбулентные течения, в том числе с областями контрградиентных переносов, приведены [4.3, 4.7, 4.8].

4.5. ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ С ИСЧЕЗАЮЩЕЙ ВЯЗКОСТЬЮ

При очень больших числах Рейнольдса абсолютные значения коэффициентов трения и тепломассоотдачи стремятся к нулю. Теоретически это реализуется в модели жидкости с бесконечно малой вязкостью. В модели пограничного слоя с исчезающей вязкостью имеют место следующие соотношения: $\nu \approx 0$; $\mathrm{Re} = UL/\nu \to \infty$ при любых конечных скоростях течения и размерах тела; относительные значения коэффициентов трения и числа Стентона (или Нуссельта) стремятся к некоторым конечным значениям. Эта мо-

дель приводит к интегральному соотношению Кутателадзе — Леонтьева (1962 г.) [4.4]:

$$\mathrm{Re}\to\infty, \quad \int_0^1 \left(\frac{\bar{\rho}}{\Psi\bar{\tau}_{\bar{y}\ll 1}}\right)^{1/2} d\bar{u}=1, \tag{4.5.1}$$

где $\bar{\rho}=\rho/\rho_0$ — относительная плотность среды в данной точке пограничного слоя; $\bar{u}=u/U$ — относительная скорость осредненного течения в пограничном слое; $\Psi=c_f/c_{f_0}$ — отношение коэффициентов трения при данных и стандартных условиях; $\bar{\tau}=\tau/\tau_{ст}$ — относительное касательное напряжение в данной точке; $\bar{y}=y/\delta$ — относительное расстояние от стенки; δ — толщина пограничного слоя.

При $\mathrm{Pr}\approx 1$ и подобно заданных граничных условиях

$$\Psi_т=\mathrm{St}/\mathrm{St}_0\approx\Psi. \tag{4.5.2}$$

Используя уравнение состояния для газов и связь между полями энтальпий торможения h^* и скорости течения u, можно получить ряд конкретных решений, удобных для инженерных расчетов. Эти соотношения называются *предельными законами* трения и тепломассообмена в турбулентном пограничном слое [1.7, 4.4].

4.6. МОМЕНТЫ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ И СТРУКТУРНЫЕ ФУНКЦИИ

Осредненное турбулентное течение и его интегральные характеристики описанного выше типа являются реализациями во времени случайных мгновенных полей гидродинамических характеристик потока. Более детальный анализ требует введения локальных структурных характеристик: спектров пространственных и временных масштабов турбулентных вихрей, их энерге-

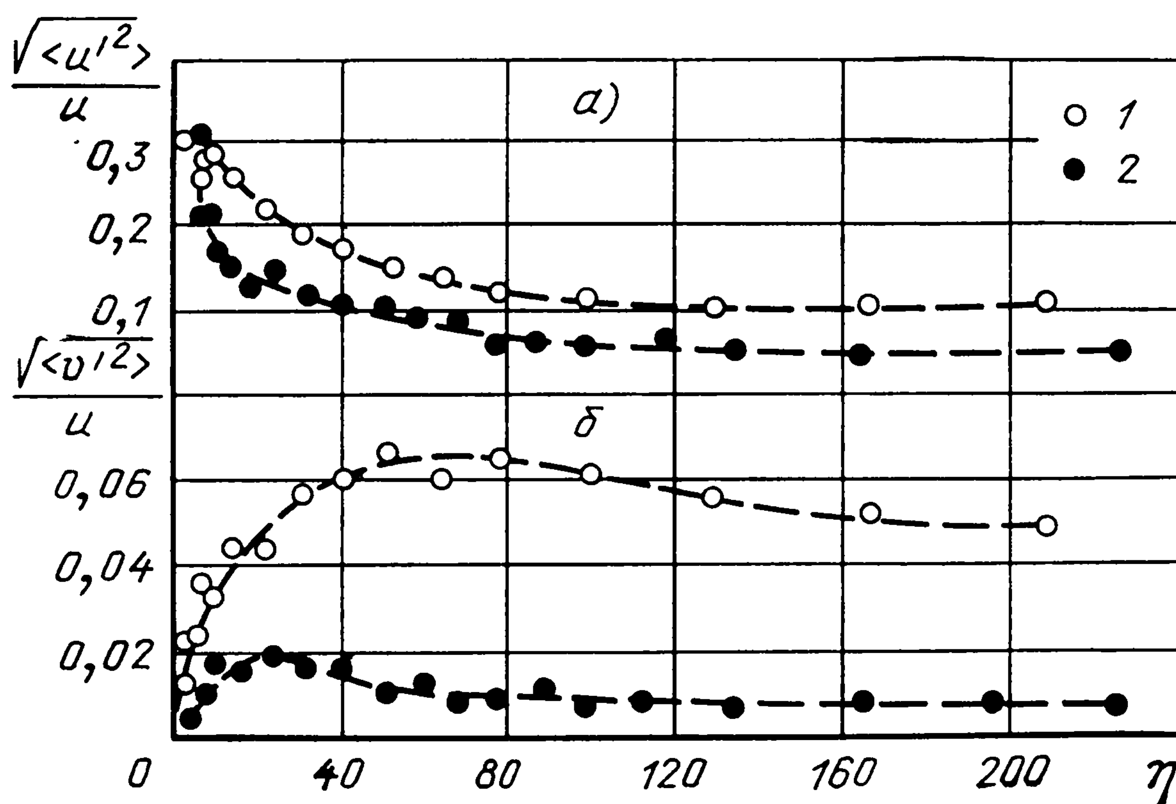


Рис. 4.9. Относительные среднеквадратичные значения продольных (*а*) и поперечных (*б*) пульсаций скорости:

1 — вода, Re=35 000; 2—0,007 %-ный раствор полиэтиленоксида, Re=27 000

тических характеристик, распределений плотности генерации и диссипации турбулентной энергии.

Такие данные нужны как для получения численных коэффициентов в полуэмпирических статистических теориях турбулентности, так и для непосредственного анализа тех или иных явлений. Например, среднеквадратичные пульсации позволяют судить о влиянии полимерных добавок на механизм турбулентного трения в пограничном слое (рис. 4.9).

Коэффициенты корреляции имеют вид

$$R_{12} = \frac{< u(A_1) u(A_2) >}{\sqrt{< u(A_1) u(A_1) > < u(A_2) u(A_2) >}}, \qquad (4.6.1)$$

где A_i — точки, в которых проведены измерения в один и тот же момент времени t.

Локальные масштабы длины и времени осредненного турбулентного движения определяются формулами:

$$t = \text{idem}; \quad L(A_1) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{< u_i'(A_1) u_j'(A_2) >}{< u_i'(A_1) u_j'(A_1) >} dx_{12};$$

$$x_{12} = 0; \quad t(A_1) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{< u_i'(A_1;\ 0) u_j'(A_1;\ t) >}{< u_i'(A_1;\ 0) u_j'(A_1;\ 0) >} dt, \qquad (4.6.2)$$

где x_{12} — расстояние между точками A_1 и A_2 (подробно см. [4.6—4.8]).

Глава пятая

СТАЦИОНАРНОЕ ЛАМИНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ОДНОРОДНЫХ НЕРЕЛАКСИРУЮЩИХ СРЕД В КАНАЛАХ

5.1. ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ ТРЕНИЕ ПРИ ОТСУТСТВИИ ОБЪЕМНЫХ СИЛ

Проблема восходит к работам Хагена (1839 г.) и Пуазейля (1840 г.). Ниже приводятся формулы для изотермического течения, которые могут применяться и при наличии теплообмена, если имеющиеся разности температур слабо влияют на плотность и вязкость среды.

Основная расчетная формула для перепада статических давлений

$$\Delta p = \zeta \frac{\rho U^2}{2} \frac{L}{D}, \qquad (5.1.1)$$

где ζ — коэффициент гидродинамического сопротивления; ρ — плотность среды, кг/м^3; $U = \frac{1}{\Omega} \int\limits_{\Omega} u d\Omega$ — средняя расходная скорость течения, м/с; L — длина рассчитываемого участка канала, м; Ω — площадь поперечного сечения канала, м^2.

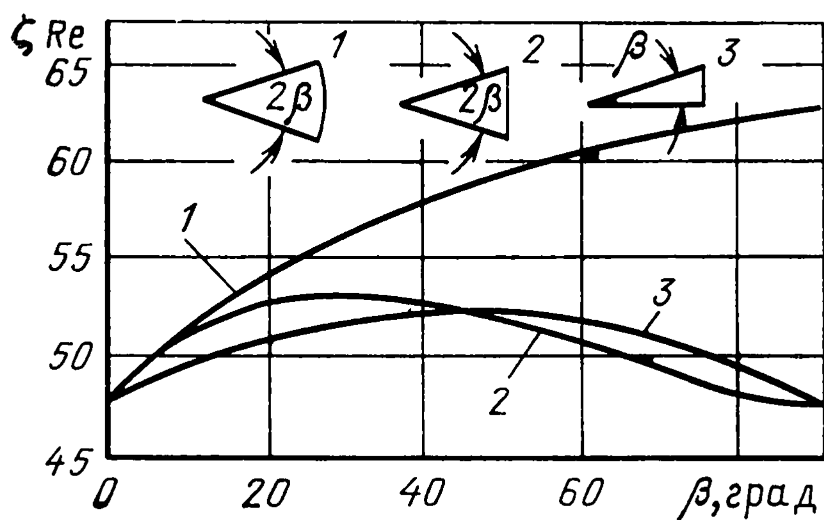


Рис. 5.1. Значения коэффициента $A=\zeta\mathrm{Re}$ для каналов с сечением в виде сектора круга, равнобедренного и прямоугольного треугольников

Касательное напряжение на стенке канала

$$\tau_{\text{ст}}=c_f\rho U^2/2=\Delta p\Omega/(PL), \quad (5.1.2)$$

где c_f — коэффициент сопротивления трения; P — длина периметра канала, м.

Коэффициенты гидродинамического трения и сопротивления в каналах связаны соотношением

$$c_f=\zeta\Omega/(PD); \quad (5.1.3)$$

для круглой трубы $c_f=\zeta/4$.

Фундаментальный закон гидродинамического сопротивления для стабилизированного течения имеет вид

$$\zeta=A/\mathrm{Re}, \quad (5.1.4)$$

где множитель пропорциональности A является функцией геометрии канала; $\mathrm{Re}=UD/\nu$.

В круглой трубе: $D=2R_0$, $A=64$, распределение скоростей по сечению трубы

$$u=2U[1-(R/R_0)^2], \quad (5.1.5)$$

где R — текущий радиус.

В плоском канале, т. е. в щели между двумя практически неограниченными плоскопараллельными стенками: $D=2\delta$ (δ — ширина щели), $A=96$, распределение скоростей

$$u=(3/2)U[1-(2y/\delta)^2]. \quad (5.1.6)$$

Здесь ось y направлена перпендикулярно стенкам канала, ее начало лежит в плоскости симметрии.

В кольцевом канале с радиусами внутренней стенки R_1 и внешней R_2:

$$D=2(R_2-R_1);\ \bar{R}_1=R_1/R_2;\ \bar{R}=R/R_2;$$

$$A=64(1-\bar{R}_1)^2\ln\bar{R}_1/[1-\bar{R}_1^2+(1+\bar{R}_1^2)\ln\bar{R}_1]; \quad (5.1.7)$$

$$u=2U[(1-\bar{R}^2)\ln\bar{R}_1-(1-\bar{R}_1^2)\ln\bar{R}]/[1-\bar{R}_1^2+(1+\bar{R}_1^2)\ln\bar{R}_1]; \quad (5.1.8)$$

радиус, соответствующий максимальной скорости течения,

$$R_m=R_2\sqrt{(\bar{R}_1^2-1)/2\ln\bar{R}_1}. \quad (5.1.9)$$

Значения коэффициента $A=\zeta\mathrm{Re}$ для каналов разных форм приведены в табл. 5.1 и на рис. 5.1.

При продольном обтекании пакета цилиндров радиуса R_1, расположенных по углам равносторонних треугольников и прямоугольников,

Таблица 5.1. **Значения коэффициента $A=\zeta\mathrm{Re}$ для труб разных форм**

Круглая кольцевая труба		Эллиптическая труба (b_1 и b_2 — полуоси эллипса)		Прямоугольная труба (a и b — длины сторон прямоугольника)	
R_1/R_2	A	b_1/b_2	A	a/b	A
0,001	74,68	0,1	77,25	1	56,90
0,01	80,11	0,2	74,43	0,80	57,47
0,05	86,27	0,3	71,55	0,67	58,82
0,1	89,37	0,4	69,18	0,50	62,14
0,2	92,35	0,5	67,26	0,44	64,00
0,4	94,71	0,6	65,92	0,33	68,35
0,6	95,55	0,7	64,96	0,25	72,90
0,8	95,92	0,8	64,38	0,20	76,29
→1,0*	96,00	0,9	64,13	0,1	84,61
—	—	1,0	64,00	→0	96,00

* Реально это условие соответствует плоскопараллельному каналу ($R_1 \to \infty$, $R_2 \to \infty$).

$$A = 64(\bar{R}_*^2 - 1)^3/[\bar{R}_*^4(4\ln \bar{R}_* - 3) + 4\bar{R}_*^2 - 1], \qquad (5.1.10)$$

где для треугольных ячеек $\bar{R}_* = 0{,}525\bar{s}$; $D = 2R_1(0{,}488\bar{s}^2 - 1)$; $\bar{s} = s/R_1$ — относительное расстояние между центрами соседних цилиндров; для прямоугольных ячеек $\bar{R}_* = \sqrt{\bar{s}_{12}/\pi}$; $\bar{s}_{12} = s_1 s_2/R_1^2$; $D = 2R_1(\bar{s}_{12}/\pi - 1)$; s_1 и s_2 — расстояния между центрами цилиндров по горизонтали и вертикали.

При течении в круглой трубе с внутренним диаметром D_1, изогнутой в змеевик диаметром D_2, по экспериментальным данным Ито, коэффициент гидродинамического сопротивления змеевика при $\mathrm{Re}_* = \mathrm{Re}\sqrt{D_1/D_2} < 14$ практически не отличается от рассчитанного по формуле для прямой круглой трубы; при $\mathrm{Re}_* > 14$

$$\zeta \approx 108(D_1/D_2)^{0,5}(1 + 0{,}278\ln \mathrm{Re}_*)^{-5,73}. \qquad (5.1.11)$$

При этом в формулу (5.1.1) для определения перепада давления подставляются полная длина трубы, изогнутой в змеевик, и значение ее внутреннего диаметра.

Стабилизированное (в гидродинамическом смысле) течение устанавливается на начальном участке, длина которого от входной кромки определяется при постоянных физических свойствах среды формулой

$$L_{\text{н г}}/D = B_{\text{г}}\mathrm{Re}, \qquad (5.1.12)$$

где $B_{\text{г}}$ — коэффициент, зависящий от конфигурации канала и распределения скорости течения во входном сечении ($x=0$). Для круглой трубы $B_{\text{г}} \approx 0{,}015$ по локальному коэффициенту трения и $B_{\text{г}} \approx 0{,}1$ по среднему коэффициенту трения.

В область $0 < x < L_{\text{н г}}$ при равномерном распределении скоростей во входном сечении трубы («ударный» профиль скоростей)

$$\zeta \approx 6{,}9\sqrt{D/x\,\mathrm{Re}};\quad \langle\zeta\rangle = 2\zeta. \qquad (5.1.13)$$

При соизмеримости участка стабилизации с общей длиной канала средний коэффициент сопротивления на участке от $x=0$ до $x=L>L_{\text{н г}}$

$$\langle\zeta\rangle = \frac{13{,}8}{L}\sqrt{\frac{L_{\text{н.г}}D}{\mathrm{Re}}} + \frac{64}{\mathrm{Re}}\,(1 - L_{\text{н.г}}/L). \qquad (5.1.14)$$

5.2. ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ ТРЕНИЕ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОЙ ЖИДКОСТИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Проблема восходит к работам Гартмана (1937 г.). Приводимые ниже формулы относятся к средам, у которых магнитное число Рейнольдса

$$\mathrm{Re}_{\text{м}} = UD\mu_{\text{а}}\sigma_{\text{э}} \ll 1. \qquad (5.2.1)$$

Магнитное поле создает в движущемся жидком проводнике объемную силу, взаимодействие которой с молекулярным трением характеризуется числом Гартмана

$$\mathrm{Ha} = BL(\sigma_{\text{э}}/\mu)^{1/2}, \qquad (5.2.2)$$

где B — магнитная индукция, Тл; μ — динамическая вязкость.

Соотношение проводимостей потока и омываемой им стенки характеризуется параметром

$$\Phi = \sigma_{\text{э.ст}}\delta/(\sigma_{\text{э}}L), \qquad (5.2.3)$$

где $\sigma_{\text{э ст}}$ и δ — электрическая проводимость и толщина стенки канала.

В ламинарном потоке продольное магнитное поле не влияет на течение, а поперечное магнитное поле индуцирует замкнутые токи, которые могут существенно влиять на поток проводящей жидкости.

Сохраняя фундаментальную форму записи связи между коэффициентом гидродинамического сопротивления и числом Рейнольдса (5.1.4), получаем следующие зависимости для коэффициента A в потоке с поперечным магнитным полем [5.1, 5.2]:

плоский канал

$$\Phi = 0,\quad A = 8\mathrm{Ha}^2\,\mathrm{th}\,(\mathrm{Ha}/4)/[\mathrm{Ha} - 4\,\mathrm{th}\,(\mathrm{Ha}/4)]; \qquad (5.2.4)$$

$$0 \leqslant \Phi < \infty,\quad A = 2\mathrm{Ha}^2\,[\Phi\mathrm{Ha} + 4\,\mathrm{th}\,(\mathrm{Ha}/4)]/\{(1+\Phi)[\mathrm{Ha} - 4\,\mathrm{th}\,(\mathrm{Ha}/4)]\}; \qquad (5.2.5)$$

круглая труба

$$\left.\begin{aligned} &\Phi = 0,\ \mathrm{Ha} \gg 1,\ A = (3\pi\mathrm{Ha})/2 + 9\pi^2/4; \\ &\Phi\mathrm{Ha} > 2,\ \mathrm{Ha} \gg 1,\ A = \pi\mathrm{Ha}/[(1+\Phi)F(\Phi\mathrm{Ha})], \end{aligned}\right\} \qquad (5.2.6)$$

где

$$F(\Phi\mathrm{Ha}) = \pi(2\Phi\mathrm{Ha})^{-1} - 4(\Phi\mathrm{Ha})^{-2} + 4\pi(\Phi\mathrm{Ha})^{-3} - 8(\Phi\mathrm{Ha})^{-3}\times$$
$$\times[(\Phi\mathrm{Ha})^2/4 - 1]^{-1/2}\ln\{\Phi\mathrm{Ha}/2 + [(\Phi\mathrm{Ha})^2/4 - 1]^{1/2}\}. \qquad (5.2.7)$$

При расчете течений в каналах с проводящими стенками следует иметь в виду, что суммарная электромагнитная сила не равна нулю. Вследствие

этого полное изменение давления по каналу складывается из чисто гидродинамического трения и потерь, связанных с протеканием электрического тока по стенкам. Приведенные выше формулы относятся к полной потере давления.

Как видно, течение проводящих сред в электромагнитных полях приводит к весьма не простым закономерностям, и здесь, как правило, следует пользоваться специальной литературой (см., например, [5.1—5.3, 5.5]).

5.3. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ПОСТОЯННЫХ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ СРЕДЫ

Проблема восходит к работам Гретца (1885 г.), Нуссельта (1910 г.), Л. С. Лейбензона (1924 г.), Левека (1928 г.). Теоретические решения в форме рядов удовлетворительно аппроксимируются простыми расчетными формулами для условий постоянства температуры внутренней стенки ($T_{ст}=\mathrm{const}$) и равномерной температуры жидкости на входе в канал ($T_1=\mathrm{const}$).

Для круглой трубы точное решение для распределения температуры в сечении, отстоящем на расстоянии x от входа в трубу, имеет вид

$$\overline{\Delta T}=\sum_{i=0}^{\infty}A_i\psi_i\exp(-2\varepsilon_i^2\bar{x}\,\mathrm{Pe}^{-1}). \qquad (5.3.1)$$

Локальное значение числа Нуссельта $\mathrm{Nu}=\alpha_x D/\lambda$ определяется формулой

$$\mathrm{Nu}=\left[\sum_{i=0}^{\infty}B_i\exp(-2\varepsilon_i^2\bar{x}\,\mathrm{Pe}^{-1})\right]\Bigg/\,2\sum_{i=0}^{\infty}B_i\varepsilon_i^{-2}\exp(-2\varepsilon_i^2\bar{x}\,\mathrm{Pe}^{-1}). \qquad (5.3.2)$$

Здесь $\overline{\Delta T}=(T_{x,R}-T_{ст})/(T_1-T_{ст})$; $\bar{x}=x/D$; $\mathrm{Pe}=<u>D/a$; $T_{x,R}$ — температура в точке с координатами x, R; значения функции ψ_i и коэффициентов ε_i, A_i, B_i приведены в табл. 5.2 и 5.3.

Коэффициент теплоотдачи отнесен к разности температуры стенки и среднерасходной температуры в данном сечении трубы:

$$\alpha_x=q_x/(T_{ст}-<T_x>), \qquad (5.3.3)$$

где $<T_x>=T_{ст}-2(T_1-T_{ст})\int_0^1\overline{\Delta T}\,\bar{u}\,\bar{R}\,d\bar{R}$; $\overline{\Delta T}$ определено по (5.3.1); $\bar{u}=u/<u>$; $\bar{R}=2R/D$.

Однако при решении некоторых теоретических и расчетных проблем ламинарного течения оказывается удобным относить коэффициент теплоотдачи к разности температур стенки и потока при его входе в канал, т. е. полагать

$$\alpha'_x=q_x/(T_{ст}-T_1). \qquad (5.3.4)$$

Коэффициенты теплоотдачи (5.3.3) и (5.3.4) связаны друг с другом при $T_{ст}=\mathrm{const}$ соотношением

$$\alpha_x=<\alpha'_x>[1-4x<\alpha'_x>/(c_p\rho<u>D)]^{-1}. \qquad (5.3.5)$$

Таблица 5.2. **Значения функции ψ_i**

$\bar{R}$	ψ_0	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4	ψ_5
0,00	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000
0,05	0,995437	0,972330	0,930100	0,870010	0,793849	0,703873
0,10	0,981845	0,891809	0,735450	0,531081	0,302289	0,074881
0,15	0,959508	0,765605	0,457288	0,113107	—0,182711	—0,363825
0,20	0,928893	0,604700	0,152473	—0,233032	—0,402601	—0,321220
0,25	0,890624	0,422610	—0,120551	—0,399123	—0,293281	0,031179
0,30	0,845468	0,233857	—0,315213	—0,359141	0,000543	0,289820
0,35	0,794305	0,052427	—0,406111	—0,169042	0,249748	0,225292
0,40	0,738094	—0,109593	—0,392085	0,067932	0,299074	—0,047658
0,45	0,677849	—0,243018	—0,293054	0,249851	0,148448	—0,246238
0,50	0,614599	—0,342141	—0,142342	0,315072	—0,079733	—0,205318
0,55	0,549358	—0,404823	0,022792	0,257030	—0,240575	0,006836
0,60	0,483097	—0,432182	0,169685	0,114169	—0,255230	0,197497
0,65	0,416713	—0,427945	0,275939	—0,054726	—0,137917	0,228895
0,70	0,351010	—0,397629	0,331488	—0,196043	0,036100	—0,103721
0,75	0,286674	—0,347648	0,337426	—0,277578	0,184826	—0,077192
0,80	0,224264	—0,284494	0,302723	—0,292241	0,259184	—0,208931
0,85	0,164196	—0,214056	0,240158	—0,252003	0,252738	—0,244089
0,90	0,106741	—0,141133	0,162625	—0,177621	0,188173	—0,195217
0,95	0,052019	—0,069144	0,080461	—0,089163	0,096296	—0,102344
1,00	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000

Таблица 5.3. **Значения коэффициентов ε_i, A_i, B_i**

i	ε_i	ε_i^2	A_i	B_i
0	2,7043644	7,3135868	+1,4764354	0,74877450
1	6,6790314	44,609460	—0,8061239	0,54382795
2	10,673380	113,92104	+0,5887621	0,4628610
3	14,671078	215,24053	—0,4758504	0,4154184
4	18,669872	348,56412	+0,4050218	0,38291915
5	22,669143	513,89004	—0,3557565	0,35868555
6	26,668662	711,21753	+0,3191690	0,33962210
7	30,668323	940,54604	—0,2907358	0,32406215
8	34,668074	1201,8754	+0,2678911	0,31101395
9	38,667883	1495,2052	—0,2490625	0,29984400
10	42,667734	1820,5355	+0,2332277	0,29012455

Стандартным все же следует считать определение α по (5.3.3) как при ламинарном, так и при турбулентном режимах течения.

Среднее по длине L значение коэффициента теплоотдачи и средняя расчетная разность температур определяются формулами:

$$\langle\alpha\rangle = \int_0^L \alpha_x dx/L; \qquad (5.3.6)$$

$$\langle\Delta T\rangle = (T_{x=0} - \langle T_{x=L}\rangle)/\ln\left[(T_{\text{ст}} - T_{x=0})/(T_{\text{ст}} - \langle T_{x=L}\rangle)\right].$$

Таблица 5.4. **Значения числа Нуссельта при ламинарном течении в области стабилизированной теплоотдачи**

Профиль канала	$Nu_{мин}$ при	
	$T_{ст}$=const	q=const
Круг	3,66	4,36
Прямоугольник с отношением сторон a/b:		
1	2,89	3,63
0,7	3,0	3,80
0,5	3,39	4,10
0,3	4,30	4,90
0,1	6,10	6,80
→0	7,54	8,24
Плоская щель (a/b→0) с односторонним обогревом	4,86	5,40
Равнобедренный треугольник с углом β при вершине, град:		
20	2,7	2,7
40		2,95
60		3,0
80		2,95
100		2,8
120		2,7

Примечание. Значения $Nu_{мин}$ для каналов прямоугольного сечения приведены для условий q=const по длине канала и $T_{ст}$=const по периметру.

Практические расчеты можно вести по приближенным аппроксимационным формулам:

при $L<L_{н\,т}$

$$\langle Nu\rangle \approx A_1(Pe/\bar{x})^{1/3}; \qquad (5.3.7)$$

при $L>L_{н.т}$

$$Nu=\text{const (табл. 5.4), т. е. } \alpha=\text{const}\,\lambda/D. \qquad (5.3.8)$$

Здесь, аналогично (5.1.12), длина участка тепловой стабилизации определяется формулой

$$L_{н\,т}/D=B_т Pe, \qquad (5.3.9)$$

где индекс «т» означает тепловую стабилизацию, в то время как индекс «г» в (5.1.12) означает стабилизацию гидродинамическую.

В качестве характерного линейного размера берется эквивалентный гидравлический диаметр $D=4\Omega/P$.

Значения коэффициента A_1 в формуле (5.3.7) при $T_{ст}$=const приведены в табл. 5.5.

Для кольцевых каналов в случае теплообмена с внутренней поверхностью и при изолированной внешней поверхности стабилизированная теплоотдача описывается интерполяционной формулой:

$$Pe/\bar{x}\to 0, \quad Nu_\infty \approx 3{,}96+0{,}9\bar{R}_2^{0{,}95}; \qquad (5.3.10)$$

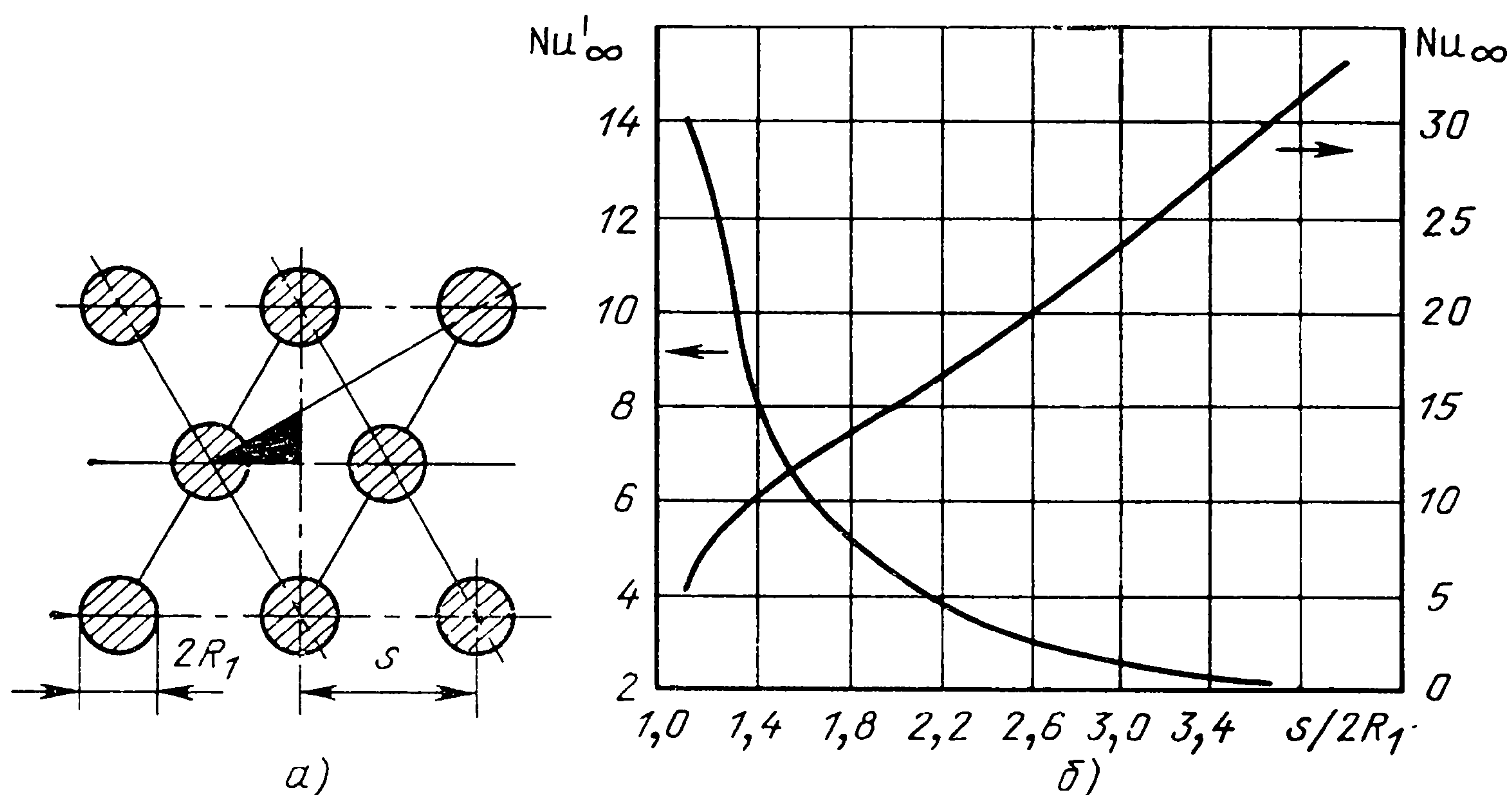


Рис. 5 2. Теплоотдача при продольном обтекании пучка цилиндров:
а — поперечное сечение пучка; *б* — средние значения числа Nu_∞, рассчитанного по эквивалентному диаметру $D=2R_1(0,488\,\bar{s}^2-1)$, и Nu'_∞, рассчитанного по диаметру цилиндра $2R_1$

Таблица 5.5. **Значения коэффициента A_1 в формуле (5.3.7)**

Форма сечения канала	$1/B_T$	A_1
Круг	≈12	1,61
Плоская щель с двухсторонним обогревом, $D=2\delta$	≈70	1,85
Равносторонний треугольник, $D=a\sqrt{3}$, a — длина стороны	≈7	1,50

при теплоотдаче от внешней поверхности и при теплоизолированной внутренней поверхности

$$\mathrm{Pe}/\bar{x}\to 0,\quad \mathrm{Nu}\approx 4{,}03\exp(0{,}185/\bar{R}_2), \tag{5.3.11}$$

где $\bar{R}_2=R_2/R_1$ — отношение радиусов внешней и внутренней стенок канала.

Стабилизированная теплоотдача при продольном обтекании пакета цилиндров характеризуется данными, приведенными на рис. 5.2.

Коэффициенты теплоотдачи при условии $q_{ст}=\mathrm{const}$ мало отличаются от коэффициентов теплоотдачи при условии $T_{ст}=\mathrm{const}$.

5.4. ВЛИЯНИЕ НЕИЗОТЕРМИЧНОСТИ НА КОЭФФИЦИЕНТЫ ТЕПЛООТДАЧИ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

В большинстве инженерных расчетов термодинамические параметры состояния жидкости находятся вдали от критической точки, и с изменением температуры существенно меняется обычно только вязкость. Поэтому в первом приближении влияние неизотермичности по поперечному сечению канала ищется в виде функции от температурного фактора вязкости $\bar{\mu}=\mu_0/\mu_{ст}$,

т. е. отношения значений динамической вязкости при средней температуре потока в данном поперечном сечении канала и при температуре стенки. По Зидеру и Тейту

$$\bar{\alpha} \approx \bar{\mu}^{0,14}, \qquad (5.4.1)$$

где $\bar{\alpha}$ — отношение истинного коэффициента теплоотдачи к значению, рассчитанному для квазиизотермических условий (при $\bar{\mu}=1$).

Для гидродинамического сопротивления аналогичные зависимости сложнее. По Б. С. Петухову [5.4] при изменении μ менее чем на два порядка

$$\bar{\zeta} = \bar{\mu}^{-n}; \; n = C(\mathrm{Pe}/\bar{x})^m; \qquad (5.4.2)$$

при $\mathrm{Pe}/\bar{x} < 1500$ $C=2{,}30$, $m=-0{,}3$; при $\mathrm{Pe}/\bar{x} > 1500$ $C=0{,}535$, $m=-0{,}1$.

Под влиянием разности температур в вынужденном потоке жидкости может возникнуть термогравитационная конвекция.

При очень малых числах Пекле, что практически имеет место только у жидкометаллических теплоносителей, следует учитывать также продольную неизотермичность потока и связанный с нею поток теплоты. Этот эффект несколько повышает теплоотдачу, что видно из приведенных ниже данных о стабилизированных значениях чисел Нуссельта при квазиизотермическом течении в круглой трубе с $T_{\text{ст}}=\text{const}$:

Pe	1,0	3,16	10,0	31,6	≥100
$\mathrm{Nu}_{\text{мин}}$	4,04	3,86	3,74	3,68	3,66

5.5. ТЕПЛООБМЕН ПРИ НАЛИЧИИ ВНУТРЕННИХ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛОТЫ

При равнораспределенных внутренних источниках теплоты заданной интенсивности ($q_V=\text{const}$), постоянных физических свойствах среды, равномерном распределении температуры на входе ($T_1=\text{const}$), постоянной температуре стенки ($T_{\text{ст}}=\text{const}$) и слабой осевой теплопроводности точное решение имеет вид:

$$\overline{\Delta T} = \sum_{i=0}^{\infty} (A_i - A_i^* \bar{q}_V)\psi_i \exp(-2\varepsilon_i^2 \bar{x}\,\mathrm{Pe}^{-1}) + \bar{q}_V(1-\bar{R}^2)/4; \qquad (5.5.1)$$

$$<\overline{\Delta T}> = 8 \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon_i^{-2}(B_i - B_i^* \bar{q}_V)\exp(-2\varepsilon_i^2 \bar{x}\,\mathrm{Pe}^{-1}) + \bar{q}_V/6; \qquad (5.5.2)$$

$$\mathrm{Nu} = \frac{\sum\limits_{i=0}^{\infty} (B_i - B_i^* \bar{q}_V)\exp(-2\varepsilon_i^2 \bar{x}\,\mathrm{Pe}^{-1}) + \bar{q}_V/4}{2\sum\limits_{i=0}^{\infty} \varepsilon_i^{-2}(B_i - B_i^* \bar{q}_V)\exp(-2\varepsilon_i^2 \bar{x}\,\mathrm{Pe}^{-1}) + \bar{q}_V/24}, \qquad (5.5.3)$$

где $\bar{q}_V = q_V R_1^2/[\lambda(T_1 - T_{\text{ст}})]$ — безразмерная плотность тепловыделения, характеризующая соотношение внутреннего тепловыделения и отвода теплоты

теплопроводностью; коэффициенты ψ_i, ε_i, A_i, B_i берут по табл. 5.2 и 5.3. Коэффициенты A^*_i и B^*_i в формулах (5.5.1)—(5.5.3) приведены ниже:

i	0	1	2
A^*_i	0,292	0,051	0,019
B^*_i	0,148	—0,034	0,0173

При $\mathrm{Pe}/\bar{x}\to 0$

$$\mathrm{Nu}\to 6, \tag{5.5.4}$$

т. е. стабилизированный коэффициент теплоотдачи существенно выше, чем при $q_V=0$, но не зависит от интенсивности внутреннего источника.

Трение при большой вязкости среды также является внутренним источником теплоты, но в этом случае q_V зависит от профиля скоростей. Меняется и само распределение скоростей по сечению канала. В первом приближении можно считать, что профиль скоростей сохраняется параболическим, и тогда стабилизированное значение интенсивности теплообмена [$\mu=\mathrm{const}$, $u\approx 2\langle u\rangle(1-\bar{R}^2)$, $\mathrm{Pe}/\bar{x}\to 0$]

$$\mathrm{Nu}\to 9{,}6. \tag{5.5.5}$$

Таким образом, интенсивность теплообмена возрастает больше, чем при равнораспределенном источнике теплоты. В этом случае плотность теплового потока через стенку, обусловленная вязким трением:

$$q_{\text{ст}}=2\mu\langle u\rangle^2/D;\quad T_{R=0}=T_{\text{ст}}+\langle u\rangle^2\mu/\lambda. \tag{5.5.6}$$

При этом предполагается, что другие источники теплоты отсутствуют.

5.6. СОВМЕСТНОЕ ДЕЙСТВИЕ ВЫНУЖДЕННОГО ТЕЧЕНИЯ И ТЕРМОГРАВИТАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ

Влияние вынужденного и термогравитационного течений на гидродинамическое сопротивление и теплоотдачу рационально (с теоретической точки зрения) представлять зависимостями типа

$$\mathrm{Nu}=f_1[\mathrm{Pe}/\bar{x}+f_2(\mathrm{Ra};\ \mathrm{Pe}/\bar{x})], \tag{5.6.1}$$

так чтобы при $\mathrm{Ra}\to 0$ $f_2\to 0$, где $\mathrm{Ra}=gL^3\beta\Delta T/(\nu a)$, $\Delta T=T_{\text{ст}}-T_1$, т. е. взята разность температур на входе в канал.

Для вертикальных труб при одинаковом направлении векторов вынужденной скорости течения и подъемной силы $g\beta\Delta T$ имеются как теоретические решения, так и обширный экспериментальный материал, позволяющие считать, что влияние термогравитации на вынужденное ламинарное течение неметаллических сред при $\mathrm{Ra}/\bar{x}<1{,}5\cdot 10^4$ несущественно. При $\mathrm{Ra}/\bar{x}>1{,}5\cdot 10^4$

$$\alpha/\alpha_0\approx 0{,}17\,(\mathrm{Ra}/\bar{x})^{0{,}18}, \tag{5.6.2}$$

где α_0 — коэффициент теплоотдачи при данном значении $\mathrm{Pe}/\bar{x}$ и $\mathrm{Ra}=0$.

В вертикальных трубах при противоположно направленных векторах скорости вынужденного течения и подъемной силы экспериментальные данные показывают, что в области чисел $1{,}5\cdot 10^3<\mathrm{Ra}<1{,}2\cdot 10^7$ и $250<\mathrm{Re}<$

$<2\cdot10^4$ течение приближается к турбулентному и теплообмен описывается эмпирической зависимостью

$$\langle Nu\rangle=0{,}037Re^{0{,}75}Pr^{0{,}4}\bar{\mu}^{n}, \qquad (5.6.3)$$

где при нагревании жидкости ($T_{ст}>T_0$) $n=0{,}11$; при охлаждении жидкости ($T_{ст}<T_0$) $n=0{,}25$; вязкость μ_0 берется при температуре жидкости, осредненной по длине трубы.

В горизонтальной трубе смешанная конвекция может приводить к существенному различию температур по окружности. Относительное изменение среднего коэффициента теплоотдачи приближенно описывается формулой

$$\bar{\alpha}\approx[1+(Ra/Ra_0)^4]^{0{,}045}, \qquad (5.6.4)$$

где $Ra_0=5\cdot10^3Pe/\bar{x}$ при $\bar{x}/Pe<1{,}7\cdot10^{-3}$ и $Ra_0=1{,}8\cdot10^4+55(Pe/\bar{x})^{1{,}7}$ при $\bar{x}/Pe>1{,}7\cdot10^{-3}$.

При $\bar{x}/Pe\to\infty$, т. е. в условиях стабилизации интенсивности теплоотдачи,

$$\bar{\alpha}\approx[1+0{,}095(10^{-4}\cdot Ra)^4]^{0{,}045}. \qquad (5.6.5)$$

Для среднего по длине коэффициента гидродинамического сопротивления в этом случае

$$\bar{\zeta}\approx1+0{,}16\cdot10^{-3}\sqrt{Ra}, \qquad (5.6.6)$$

где $\bar{\zeta}=\zeta/\zeta_0$; ζ_0 — значение, соответствующее $Ra=0$; поправка на неизотермичность вводится по формуле (5.4.1).

Пример. Определить коэффициент теплоотдачи при смешанной конвекции в вертикальной трубе внутренним диаметром $D=0{,}2$ м и высотой $L=2$ м при подаче в нее снизу воздуха со скоростью $\langle u\rangle=0{,}1$ м/с и начальной температурой $T_1=300$ K. Труба обогревается конденсирующимся паром и имеет практически равную по всей поверхности температуру $T_{ст}=420$ K.

Физические свойства воздуха, отнесенные к средней температуре $\langle T\rangle=(420+300)/2=360$ K, имеют значения: $\nu=2{,}0\cdot10^{-5}$ м²/с; $a=2{,}9\cdot10^{-5}$ м²/с; $\rho=1{,}18$ кг/м³; $\lambda=1{,}66\cdot10^{-3}$ Вт/(м·K); $\beta=1/\langle T\rangle=1/360$ K⁻¹.

Вычислим необходимые для расчета числа подобия: $Re=0{,}1\cdot0{,}2/2{,}0\cdot10^{-5}=10^3<Re_{кр}$; $Pe=0{,}1\cdot0{,}2/2{,}9\cdot10^{-5}=689$; $\bar{x}=2/0{,}2=10$; $Pe/\bar{x}=68{,}9$; $Ra=2^3\cdot9{,}81\,(420-300)/360\cdot2{,}0\cdot10^{-5}\cdot2{,}9\cdot10^{-5}=4{,}5\cdot10^{10}$.

Стабилизация теплоотдачи наступает при $Pe/\bar{x}=1/B_1\lessapprox12$ (см. табл. 5.5). Поскольку в нашем случае $Pe/\bar{x}>12$, следует воспользоваться формулой (5.3.7) для определения коэффициента теплоотдачи при $Ra=0$:
$\langle Nu\rangle=1{,}6\cdot68{,}9^{1/3}=6{,}56$; $\alpha_0=6{,}56\cdot1{,}66\cdot10^{-3}/0{,}2=0{,}0545$ Вт/(м²·K).
Здесь вынужденное и термогравитационное течения совпадают по направлению ($u\uparrow$, $T_{ст}>T_0$), поэтому следует воспользоваться для введения соответствующей поправки формулой (5.6.2): $\alpha=0{,}0545\cdot0{,}17(4{,}5\cdot10^{10}/10)^{0{,}18}=0{,}506$ Вт/(м²·K).

Таким образом, в данных условиях главный вклад в смешанный конвективный теплообмен вносит восходящая термогравитационная конвекция.

5.7. ТЕПЛООБМЕН ЭЛЕКТРОПРОВОДНОЙ ЖИДКОСТИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Поперечное магнитное поле в данном случае будет влиять через деформацию поля скоростей (см. § 5.2) и тепловыделение при возникновении электрических токов. В высокотеплопроводных теплоносителях, каковыми являются все жидкие металлы, обычно существенна первая из этих причин.

Проблема эта связана с существенными математическими трудностями, кроме того, имеется мало экспериментальных данных [5.1]. Для стабилизированного теплообмена в круглой трубе и $q=\text{const}$

$$4{,}36<\text{Nu}<8. \qquad (5.7.1)$$

Меньшее значение относится к числам $\text{Ha}\to 0$, большее — к очень сильным магнитным полям и соответственно максимально заполненным профилям скоростей.

Таким образом, поперечное магнитное поле увеличивает интенсивность теплообмена в ламинарном потоке.

Глава шестая

СТАЦИОНАРНОЕ ЛАМИНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ОДНОРОДНЫХ НЕРЕЛАКСИРУЮЩИХ СРЕД ПРИ ВНЕШНЕМ ОБТЕКАНИИ ТЕЛ

6.1. ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

Тело, помещенное в практически неограниченный поток, обтекается последним так, что вносимые телом возмущения монотонно распространяются во всем окружающем пространстве, или так, что эти возмущения локализуются в относительно тонкой пристенной области. Первый тип течения называется ползущим и существует при весьма малых числах Рейнольдса, например в случае обтекания сферы при $\text{Re}<1$. Второй тип течения характеризуется значительными числами Рейнольдса: при $\text{Re}\gg 1$ возникает сначала ламинарный пограничный слой, а затем, при $\text{Re}>\text{Re}_{\text{кр}}$, переходный и развитый турбулентный пограничные слои.

Понятие пограничного слоя и описывающие его фундаментальные уравнения были введены Прандтлем (1904 г.). Теоретически во внешнем потоке возмущения полей скоростей, температур, концентраций распространяются на сколь угодно большое расстояние от обтекаемого потоком тела. Однако, как уже было сказано, с большой степенью точности основная часть этих возмущений концентрируется в пристенном слое толщиной $\delta\ll L$, где L — характерный линейный размер тела. Поэтому в теории рассматриваются как точные модели пограничного слоя, асимптотически затухающего на бесконечности, так и приближенные модели пограничного слоя конечной толщины δ, вне которого основное течение считается невозмущенным.

Строгой мерой толщины пограничного слоя, вернее, области концентрации возмущений полей скоростей и других характерных для данного процесса величин, являются особые интегральные соотношения:
толщина вытеснения

$$\delta^* = \int_0^\infty (1 - \bar{\rho}\bar{u})dy \approx \delta \int_0^1 (1 - \bar{\rho}\bar{u})d\bar{y}; \qquad (6.1.1)$$

толщина потери импульса

$$\delta^{**} = \int_0^\infty \bar{\rho}\bar{u}(1 - \bar{u})dy \approx \delta \int_0^1 \bar{\rho}\bar{u}(1 - \bar{u})d\bar{y}, \qquad (6.1.2)$$

где $\bar{\rho} = \rho/\rho_0$ — отношение плотности среды в данной точке к плотности среды на бесконечном удалении (в невозмущенном потоке); $\bar{u} = u/U$ — отношение продольной компоненты вектора скорости в пограничном слое к скорости невозмущенного потока ($y \to \infty$, $u \to U$); δ — размер пограничного слоя по нормали к стенке в модели слоя конечной толщины, когда считается, что при $y = \delta$ $u = U$; $\bar{y} = y/\delta$ — относительное расстояние по нормали от обтекаемой поверхности в глубь потока.

Приближенные равенства означают, что величины этого типа при переходе к области интегрирования $y > \delta$ практически уже не меняют своего численного значения. Поэтому расчетную величину собственно толщины пограничного слоя удобно ввести через характерные линейные масштабы типа δ^* и δ^{**}. Например, определяется δ^* по экспериментальному профилю скоростей, рассчитывается относительное значение $\bar{\delta}^* = \delta^*/\delta$ по второму интегралу (6.1.1) при подстановке в него подходящего аппроксимирующего распределения скоростей в пограничном слое конечной толщины ($\bar{u} = f(\bar{y})$, $f(0) = 0$, $f(1) = 1$) и далее вычисляется значение $\delta = \delta^*/\bar{\delta}^*$.

Поэтому в теории пограничного слоя важную роль играют числа подобия, составленные по характерным собственным линейным масштабам потока, например числа Рейнольдса:

$$\mathrm{Re}^* = U\delta^*/\nu; \quad \mathrm{Re}^{**} = U\delta^{**}/\nu. \qquad (6.1.3)$$

При этом, конечно, существует число Рейнольдса, построенное по какому-то реальному геометрическому масштабу:

$$\mathrm{Re}_L = UL/\nu, \qquad (6.1.4)$$

где L — например, хорда крыла или расстояние от передней кромки обтекаемого тела. И именно эта величина в конечном итоге является истинным числом подобия данного течения.

6.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ИМПУЛЬСОВ И ЭНЕРГИИ

Здесь и далее приводятся формулы для двумерного пограничного слоя, имеющие массовое применение в инженерных расчетах. Данные для более сложных течений можно найти в работах [1.8, 4.9, 8.7].

Если нет сил, вызывающих изменение давления по нормали к обтекаемой поверхности (например, центробежных), то уравнения движения вязкой жидкости в приближении теории пограничного слоя принимают вид:

$$F_{V_x} - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) = \rho\left(u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial \imath}{\partial y}\right);$$
$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0. \qquad (6.2.1)$$

Вне пограничного слоя ($y \to \infty$) трение отсутствует, течение одномерно и имеют место условия:

$$-\frac{dp}{dx} = \rho_0 U \frac{dU}{dx}; \quad \frac{d\rho_0}{dx} = \left(\frac{\partial \rho_0}{\partial p}\right)_s \frac{dp}{dx};$$
$$U^2 \left(\frac{d\rho_0}{dp}\right)_s = \mathrm{M}_0^2; \quad \frac{d\rho_0}{dx} = -\mathrm{M}_0^2 \frac{\rho_0}{U} \frac{dU}{dx}, \qquad (6.2.2)$$

где M_0 — число Маха потока вне пограничного слоя.

Уравнение энергии приводится к виду

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left[\mu \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{u^2}{2}\right)\right] + q_V = \rho\left(u \frac{\partial h^*}{\partial x} + v \frac{\partial h^*}{\partial y}\right). \qquad (6.2.3)$$

При $c_p = \mathrm{const}$ имеем

$$\frac{\partial}{\partial y}\left\{\lambda \frac{\partial}{\partial y}\left[T^* + (\mathrm{Pr} - 1)\frac{u^2}{2c_p}\right]\right\} + q_V = c_p \rho\left(u \frac{\partial T^*}{\partial x} + v \frac{\partial T^*}{\partial y}\right), \qquad (6.2.4)$$

где F_{V_x} — объемные силы в проекции на ось x; q_V — плотность внутренних источников энергии; $h^* = h + u^2/2$ — энтальпия торможения; $T^* = T + u^2/2c_p$ — температура торможения.

К этим уравнениям, помимо краевых условий, необходимо присоединить уравнение состояния $\rho(p, h)$ и соответствующие зависимости $\mu(p, h)$ и $\lambda(h)$.

При $\mathrm{Pr} = 1$, т. е. для многоатомных газов и приближенно для одно- и двухатомных газов, имеют место уравнения (при $F_{V_x} = 0$, $q_V = 0$, $c_p = \mathrm{const}$):

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial T^*}{\partial y}\right) = \rho\left(u \frac{\partial T^*}{\partial x} + v \frac{\partial T^*}{\partial y}\right); \\ &-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial \imath}{\partial y}\right) = \rho\left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial \imath}{\partial y}\right); \\ &\partial p/\partial y = 0; \quad \partial(\rho u)/\partial x + \partial(\rho v)/\partial y = 0; \\ &p = R_0 \rho T; \quad \mu = \mu(T), \end{aligned}\right\} \qquad (6.2.5)$$

где R_0 — удельная газовая постоянная.

Для несжимаемой жидкости с постоянными физическими свойствами и слабой диссипацией энергии за счет вязкого трения уравнения (6.2.5) при-

нимают вид ($h^* \approx h$):

$$a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y};$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right); \qquad (6.2.6)$$

$$\partial p/\partial y = 0; \quad \partial u/\partial x + \partial v/\partial y = 0.$$

Для сжимаемого газа понятие коэффициента теплоотдачи обобщается введением разности энтальпий ($\Delta h = h_{\text{ст}} - h^*_{\text{ст}}$) или, при $c_p = \text{const}$, температур ($\Delta T = T_{\text{ст}} - T^*_{\text{ст}}$):

$$\alpha_{\Delta h} = q/\Delta h; \quad \alpha = q/\Delta T = \alpha_{\Delta h} c_{p_0} \qquad (6.2.7)$$

с единицами соответственно кг/(м²·с) и Вт/(м²·К). Здесь $h^*_{\text{ст}}$, $T^*_{\text{ст}}$ — энтальпия среды у стенки и температура теплоизолированной стенки при изоэнтропическом торможении потока ($h^*_{\text{ст}} = h + ru^2/2$; $T^*_{\text{ст}} = T + ru^2/2c_p$; r — коэффициент восстановления).

При подобно заданных граничных условиях (например, при $y=0$ $u=0$, $T_{\text{ст}}=\text{const}$) и $\partial p/\partial x = 0$ имеют место подобие полей скоростей и температур торможения (при $T \gg u^2/(2c_p)$ — полей термодинамических температур T) и термогидродинамическая аналогия Рейнольдса

$$\text{St} = c_f/2, \qquad (6.2.8)$$

где число Стентона записано как $\text{St}_h = \alpha_{\Delta h}/(\rho U)$, если $\alpha_{\Delta h} = q/\Delta h$, и $\text{St} = \alpha/(c_p \rho U)$, если $\alpha = q/\Delta T$.

Интегрирование уравнения пограничного слоя по нормали к стенке в пределах от $y=0$ до $y \to \infty$ дает интегральное соотношение импульсов Кармана (1921 г.), обобщенное на течение с переменной плотностью невозмущенного потока,

$$d\delta^{**}/dx + f(2 + H - \text{M}_0^2) - \bar{j}_1 = c_f/2 \qquad (6.2.9)$$

или

$$\text{Re}_L^{-1} d\text{Re}^{**}/d\bar{x} + f(1 + H - M_0^2) - \bar{j}_1 = c_f/2. \qquad (6.2.10)$$

Величина $c_f/2 + \bar{j}_1 = (\Psi + b)c_{f_0}/2$, где $\Psi = (c_f/c_{f_0})_{\text{Re}^{**}}$, $b = 2\bar{j}_1/c_{f_0}$ — фактор проницаемости, определенный по массовой скорости j_1 вещества, поступающего через пористую поверхность в пограничный слой, кг/(м²·с), и коэффициенту трения на непроницаемой поверхности c_{f_0} при прочих равных условиях ($b=0$, $\text{Re}^{**} = \text{idem}$, $M_0 = \text{idem}$ и т. п.). Другие обозначения: $\text{Re}_L = UL/\nu_0$; $\text{Re}^{**} = U\delta^{**}/\nu_0$; $H = \delta^*/\delta^{**}$; $f = (\delta^{**}/U)dU/dx$; $\bar{x} = x/L$; $\bar{j}_1 = j_1/(\rho_0 U)$; L — характерная длина тела, м; индекс «0» означает параметры в невозмущенном потоке ($y \to \infty$), индекс «1» относится к потоку вдуваемого вещества. Число подобия H называется формпараметром; число подобия f — аэродинамической кривизной поверхности обтекания. Толщины δ^* и δ^{**} определены по (6.1.1) и (6.1.2).

Интегральное соотношение энергии для теплового пограничного слоя при $\Pr=1$ имеет вид

$$\frac{d\delta_h^{**}}{dx}+\delta_h^{**}\left[\frac{d\ln\overline{\Delta h}}{dx}+(1-\mathrm{M}_0^2)\frac{d\ln U}{dx}\right]-\bar{j}_{1,h}=\mathrm{St}_h, \qquad (6.2.11)$$

где $\delta_h^{**}=\int\limits_0^\infty\bar{\rho}\bar{u}(1-\overline{\Delta h})dy$ — толщина потери энергии, определенная по разности полных энтальпий среды в невозмущенном потоке и у стенки (что справедливо и для случая многокомпонентных систем); $\overline{\Delta h}=(h_{\text{ст}}-h^*)/(h_{\text{ст}}-h_{\text{ст}}^*)$; $\bar{j}_{1,h}=(h_1-h_{\text{ст}})j_1/[(h_{\text{ст}}-h_{\text{ст}}^*)\rho_0 U]$.

При $c_p=\text{const}$ толщина потери энергии выражается через $\overline{\Delta T}$ и обозначается $\delta_{\text{т}}^{**}$, а число Стентона определяется не по Δh, а по ΔT. Уравнение (6.2.11) при этом может быть представлено в виде (если $T_1=T_{\text{ст}}$)

$$\frac{d\,\mathrm{Re}_{\text{т}}^{**}}{d\bar{x}}+\mathrm{Re}_{\text{т}}^{**}\frac{d\ln\overline{\Delta T}}{d\bar{x}}=(\mathrm{St}+\bar{j}_{\text{т}})\mathrm{Re}_L, \qquad (6.2.12)$$

где $\bar{j}_{\text{т}}=(c_p j)_1/[(c_p\rho)_0 U]$ — относительный поток тепла через проницаемую стенку. Здесь можно ввести параметры $\Psi_s=(\mathrm{St}/\mathrm{St}_0)_{\mathrm{Re}_{\text{т}}^{**}}$ и $b_{\text{т}}=\bar{j}_{\text{т}}/\mathrm{St}_0$, аналогичные параметрам Ψ и b в уравнении импульсов.

Таким образом, эти уравнения точны при $\Pr=1$ и практически могут применяться при расчетах течений всех газов.

В интегральные соотношения импульсов и энергии легко вводятся члены, учитывающие действие объемных сил и внутренних источников энергии. При этом появляются числа подобия типа $\bar{q}_V=q_V\delta_{\text{т}}/(\rho_0 U\Delta h)$.

6.3. АППРОКСИМАЦИЯ ПРОФИЛЕЙ СКОРОСТЕЙ ТЕЧЕНИЯ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Интегральное соотношение импульсов может использоваться для приближенных (в большинстве случаев практически достоверных) расчетов пограничных слоев на поверхностях малой кривизны, если в него ввести закон трения $c_f(\mathrm{Re}^{**})$ для пластины и функцию, аппроксимирующую профиль скорости (К. Польгаузен, 1921 г.). При аппроксимации полиномом можно вычислить его коэффициенты по граничным условиям, число которых определяет и число членов полинома. Для профиля скорости в ламинарном пограничном слое на непроницаемой поверхности традиционно используется полином четвертой степени

$$\bar{u}=(2+\Lambda_1/6)\bar{y}-\Lambda_1\bar{y}^2/2-(2-\Lambda_1/2)\bar{y}^3+(1-\Lambda_1/6)\bar{y}^4, \qquad (6.3.1)$$

который удовлетворяет граничным условиям

$$y=0:\ u=0,\ v=0,\ \mu\partial^2u/\partial y^2=dp/dx=-\rho U dU/dx;$$

$$y=\delta:\ u=U,\ \partial u/\partial y=0,\ \partial^2u/\partial y^2=0,$$

где $\bar{u}=u/U$; $\bar{y}=y/\delta$; $\Lambda_1=(\delta^2/\nu)dU/dx$ — параметр Польгаузена, характеризующий в данном случае аэродинамическую кривизну поверхности; x — координата, направленная по обводу контура стенки вниз по потоку.

Из (6.3.1) следует, что при $\Lambda_1=-12$ производная $\partial u/\partial y$ на поверхности стенки ($y=0$) равна нулю, т. е. это точка перегиба профиля скоростей, которой соответствует нулевое трение на стенке ($y=0$, $\partial u/\partial y=0$, $\tau_{ст}=0$, $c_f=0$).

При $\Lambda_1<-12$ течение около стенки меняет направление относительно вектора $\mathbf{U}$, возникает обратный ток и вихревое движение, приводящее к отрыву пограничного слоя от обтекаемой поверхности. Конечно, в действительности отрыв происходит не в точке, а в некоторой области с пульсирующим пристенным движением потока, при котором $\tau_{ст}=0$ только в среднем за достаточно большой промежуток времени. Следовательно, теплоотдача в месте отрыва пограничного слоя отнюдь не равна нулю.

Распределение скоростей (давлений) вне пограничного слоя (в модели слоя конечной толщины) берется или из экспериментальных данных, или из расчета обтекания данного тела потенциальным потоком. Первое, и обычно достаточное, приближение делается по реальной форме обтекаемого тела; второе приближение делается для тела, увеличенного на толщину $\delta^*(x)$, вычисленную после подстановки в (6.1.1) профиля (6.3.1) со значением dU/dx, взятым из расчета потенциального обтекания тела при $\delta^*=0$ [4.9].

6.4. ПРОДОЛЬНОЕ ОБТЕКАНИЕ НЕПРОНИЦАЕМОЙ ПЛАСТИНЫ

Точные решения для непроницаемой пластины восходят к работе Блазиуса (1908 г.). Локальное гидродинамическое трение и локальная теплоотдача в потоке с постоянными физическими свойствами и в отсутствие эффектов сжимаемости ($dp/dx=0$, $b_1=0$, $\mu=\text{const}$, $\lambda=\text{const}$, $\rho=\text{const}$) определяются формулами:

$$c_f=0{,}44/\text{Re}^{**};\quad \text{St}=f(\text{Pr})c_f/2. \qquad (6.4.1)$$

Если при $x=0$ $\delta=0$, то

$$c_f=0{,}664/\sqrt{\text{Re}_L};\quad \text{Nu}=0{,}332\sqrt{\text{Re}_L}\,f_1(\text{Pr}). \qquad (6.4.2)$$

В формулу (6.4.1) следует подставлять $f(\text{Pr})=f_1(\text{Pr})/\text{Pr}$. Значения $f_1(\text{Pr})$ приведены ниже:

Pr	0,003	0,005	0,01	0,1	0,7	1,0	3,0	7,0
f_1(Pr)	0,0837	0,116	0,156	0,400	0,882	1	1,439	1,942
Pr	10	15	50	100	300	500	1000	3000
f_1(Pr)	2,198	2,515	3,765	4,728	6,807	8,012	9,849	14,457

На участке от $x=0$ до $x=L$ осредненные значения $\langle c_f\rangle=2c_f$; $\langle\alpha\rangle=2\alpha_L$.

Здесь и далее подразумевается одностороннее обтекание плоской поверхности. Если тонкая пластина обтекается одним и тем же потоком с обеих сторон, то соответствующие коэффициенты удваиваются.

При $\Pr \gg 1$ (для газов и неметаллических жидкостей) $f(\Pr) \approx \sqrt[3]{\Pr}$; при $\Pr \ll 1$ (для жидких металлов) можно пользоваться формулой Кутателадзе

$$\langle Nu \rangle \approx 1,1 \sqrt{(1 - \Pr^{1/3}) Pe}, \qquad (6.4.3)$$

где $Pe = UL/a = Re\Pr$, т. е считать $f(\Pr) \approx 1,656\sqrt{\Pr - \Pr^{4/3}}$.

Для газов влияние температурного фактора и сжимаемости учитывается множителем

$$\Psi = (c_f/c_{f_0})_{Re^{**}} \approx \psi^{-0,22}\psi^{*-0,08}, \qquad (6.4.4)$$

где c_{f_0} — коэффициент трения в изотермическом течении; $\psi = T_{ст}/T_0$ — температурный фактор; $\psi^* = T^*_{ст}/T_0$ — кинетический температурный фактор; сопоставление производится при $Re^{**} = idem$.

При сопоставлении по Re_L, когда на входной кромке толщина пограничного слоя равна нулю,

$$\Psi_L = (c_f/c_{f_0})_{Re_L} \approx \psi^{-0,11}\psi^{*-0,16}. \qquad (6.4.5)$$

Поправка для коэффициента теплоотдачи такая же. Для неметаллических жидкостей вводится множитель $\Psi = (\mu_0/\mu_{ст})^{0,14}$. Для металлических жидкостей вследствие их высокой теплопроводности и, соответственно, малых изменений температуры по поперечному сечению потока расчеты следует вести, принимая значения физических характеристик при средней температуре $\langle T \rangle \approx (T_{ст} + T_0)/2$.

Формулами (6.4.1), (6.4.2) можно пользоваться в области чисел $1 \cdot 10^3 < Re_L < 5 \cdot 10^5$. При меньших числах Рейнольдса и необходимости более точно рассчитать входную кромку хорошие результаты дает формула Имаи

$$\langle c_f \rangle = 0,664 Re_L^{-1/2} + 1,163 Re_L^{-1}. \qquad (6.4.6)$$

6.5. ВЛИЯНИЕ ПРОДОЛЬНОГО ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ

Для расчета обтекания криволинейной поверхности, на которой сформировался ламинарный пограничный слой, можно использовать интегральные соотношения импульсов и энергии, введя в них профиль скорости (6.3.1). Тогда для непроницаемой поверхности продольный градиент давления и скорость на внешней границе пограничного слоя будут связаны уравнением Бернулли (поскольку при $y > \delta$ трение отсутствует)

$$-dp/dx = \rho_0 U dU/dx. \qquad (6.5.1)$$

Для толщин вытеснения и потери импульса имеем:

$$\bar{\delta}^* = 3/10 - \Lambda_1/120; \quad \bar{\delta}^{**} = 37/315 - \Lambda_1/945 - \Lambda_1^2/9072; \qquad (6.5.2)$$

$$\tau_{ст}\delta/(\mu U) = 2 + \Lambda_1/6. \qquad (6.5.3)$$

Далее, воспользовавшись этими выражениями для характерных величин, т. е. введя в расчет определяемое в дальнейшем значение δ, строим критерии Re^{**} и $Re_т^{**}$ и находим их связь с $Re_\delta = U\delta/\nu$.

С хорошим приближением (Вальц, 1948 г.) гидродинамическая задача сводится к интегралу

$$\mathrm{Re}^{**}=\left(0,44\nu^{-1}U^{-4}\int\limits_0^x U^5dx\right)^{1/2}. \qquad (6.5.4)$$

Значение c_f находится подстановкой величины Re^{**} в первую из формул (6.4.1). Профиль распределения температур аппроксимируется аналогично (6.3.1). При $T_{\text{ст}}=\mathrm{const}$:

$$\overline{\Delta T}=2\bar{y}-2\bar{y}^3+\bar{y}^4, \qquad (6.5.5)$$

т. е. подобно распределению $\bar{u}$ при $\Lambda=0$. Теплоотдачу рассчитывают по формуле ($\mathrm{Pr}>0,5$, $T_{\text{ст}}=\mathrm{const}$)

$$\mathrm{Nu}=0,332\,\mathrm{Pr}^{1/3}\,\mathrm{Re}\left(\int\limits_0^x\left(\frac{U}{\nu}\right)dx\right)^{-0,5}. \qquad (6.5.6)$$

6.6. ОБТЕКАНИЕ ПРОНИЦАЕМОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ ПЕРЕНОСЕ ВЕЩЕСТВА ЧЕРЕЗ НЕЕ

Здесь возможны два случая: вдув вещества через пористую поверхность в пограничный слой и отсос пограничного слоя через такую поверхность. В первом случае трение снижается (без учета потерь на прокачку вещества через проницаемую поверхность), и может наступить эффект оттеснения пограничного слоя от проницаемой поверхности. Он характеризуется значением $c_f=0$ и в определенном смысле аналогичен эффекту отрыва пограничного слоя.

Во втором случае трение возрастает и может установиться некоторое стационарное асимптотическое состояние.

Основными гидродинамической и тепловой характеристиками проницаемой поверхности являются числа подобия $b=2\bar{j}_1/c_{f_0}$; $b_{\text{т}}=\bar{j}_1/\mathrm{St}_0$, где c_{f_0} и St_0 — значения коэффициента гидродинамического трения и числа Стентона на непроницаемой поверхности при тех же значениях чисел Re^{**} и $\mathrm{Re}_{\text{т}}^{**}$. Обобщение многих расчетов и экспериментальных данных, которое осуществили Гросс (Gross), Хартнетт (Hartnett), Мессон (Masson) и Гезли (Gazley) (1959 г.), позволяет при расчете подачи вещества через пористую пластину в пограничный слой рекомендовать формулы:

$$\Psi(1-\bar{b})^{4/3};\quad b_{\text{кр}}=1,83\sqrt[3]{\varepsilon}\sqrt{1+0,5(\psi-1)+0,22(\psi^*-1)}, \qquad (6.6.1)$$

где $\bar{b}=b/b_{\text{кр}}$ — отношение параметра вдува к его значению в точке оттеснения пограничного слоя; ε — отношение молекулярных масс вещества основного потока и вещества, вдуваемого через стенку в пограничный слой.

Вдув приводит к существенному снижению коэффициента восстановления температуры r в формуле для ψ^*, если вдувается газ более легкий, чем газ основного потока. Так, при вдуве гелия в воздух r может уменьшаться до 50 %.

В бинарном пограничном слое существенно проявляется также термодиффузия. Это явление может быть учтено введением эффективной адиабатной температуры стенки $T^*_{\text{ст}}$, аналогичной температуре торможения. На рис. 6.1 приведены некоторые экспериментальные данные об этой величине.

Уравнение импульсов при $\Lambda_1=0$, $M_0 \ll 1$ и $c_{p_1}=c_{p_0}$ имеет вид

$$d\,\text{Re}^{**}/d\,\text{Re}_x=(\Psi+b)c_f/2. \qquad (6.6.2)$$

Решая это уравнение при $b=2\bar{j}_1/c_{f_0}=\text{const}$, где c_{f_0} определено по формуле (6.4.1), имеем для условий $T_{\text{ст}}=\text{const}$, $\delta_{x=0}=0$:

$$\Psi_x=(1-\bar{b})^{4/3}/\sqrt{(1-\bar{b})^{4/3}+b};\quad b_{\text{кр}}=3{,}35;$$
$$b_x=\bar{b}/\sqrt{(1-\bar{b})^{4/3}+b};\quad b_{x\text{кр}}=1{,}83, \qquad (6.6.3)$$

где $\Psi_x=(c_f/c_{f_0})_{\text{Re}_x}$, а b определено по значению c_{f_0} при $\text{Re}_x=Ux/\nu$.

Остальные случаи (например, $\bar{j}_1=\text{const}$) требуют более громоздких расчетов и в первом приближении могут оцениваться по формуле (6.6.2). Здесь следует сделать общее замечание о том, что теория ламинарного пограничного слоя достаточно строга только при условии $\bar{j}_1\sqrt{\text{Re}_x}\lessapprox 1$.

Так как c_{f_0} определяется для данного значения Re_x формулой (6.4.2), то часто вместо Ψ_x и b_x используют $c_f\sqrt{\text{Re}_x}$ и $\bar{j}_1\sqrt{\text{Re}_x}$. На рис. 6.2 приведен один из таких графиков.

Пример. Элемент конструкции длиной 0,1 м, который можно рассматривать как пластину, выполнен из микропористого материала и охлаждается пропускаемым через него воздухом с начальной температурой $T_1\approx 300$ К. Скорость внешнего потока воздуха, омывающего эту конструкцию, 25 м/с, температура $T_0\approx 1300$ К. Знаки приближенного равенства здесь подчеркивают возможность некоторых флуктуаций параметров. Оценим порядок температуры поверхности элемента с целью выяснения условий его безопасной работы.

Примем для физических свойств воздуха при $T_0=1300$ К следующие значения: $c_p=1189$ Дж/(кг·К), $\rho_0=0{,}28$ кг/м^3, $\nu_0=1{,}8\cdot 10^{-4}$ м^2/с, Pr=0,72. Будем считать, что на поверхности пластины ее температура и температура вдуваемого воздуха совпадают, т. е. охладитель нагревается в самом теле элемента конструкции за счет теплопроводности от ее поверхности. Если дополнительного охлаждения нет, то тепловой поток от горячего воздуха к стенке полностью расходуется на подогрев охлаждающего воздуха

$$q=\alpha(T_0-T_{\text{ст}})=c_p j_1(T_{\text{ст}}-T_1),$$

откуда

$$T_{\text{ст}}=(\alpha T_0+c_p j_1 T_1)/(\alpha+c_p j_1).$$

Подставляя $\alpha=\Psi\text{St}_0 c_{p0}\rho_0 U$ и $j_1=\bar{j}_1\rho_0 U$, после преобразований получаем

$$T_{\text{ст}}=\frac{\Psi\,\text{St}_0 T_0+\bar{j}_1 T_1}{\Psi\,\text{St}_0+\bar{j}_1}.$$

Температурный фактор при неохлаждаемой стенке $\psi=1$, при сильно охлаждаемой стенке $\psi\geqslant 300/1300=0{,}23$; $M_0\ll 1$ и $\psi^*\approx 1$.

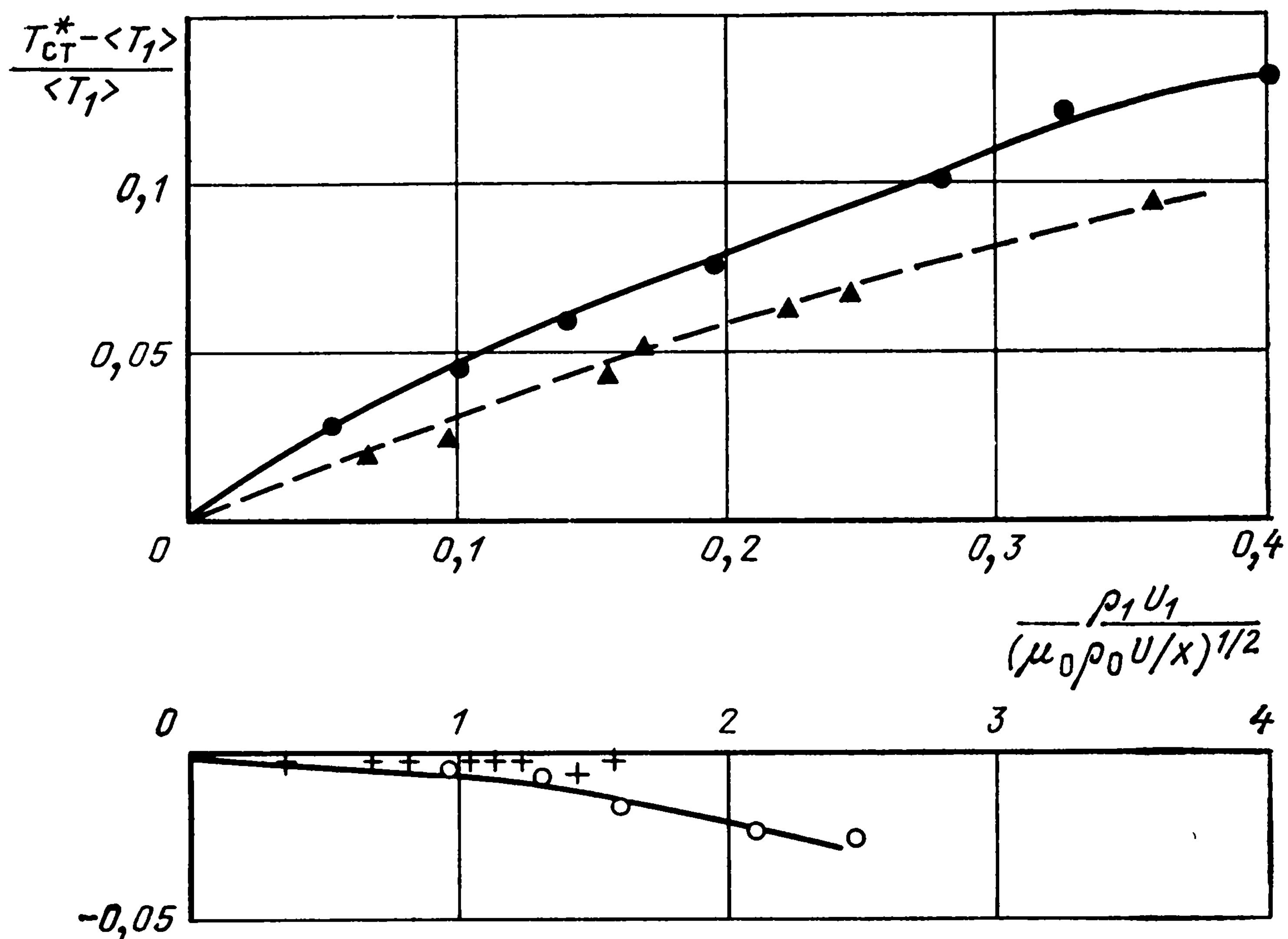


Рис. 6.1. Данные об адиабатной температуре стенки при вдуве:
● — водорода, $\langle T_1\rangle=969$ К; ▲ — гелия, $\langle T_1\rangle=974$ К; + — хладона-13, $\langle T_1\rangle=969$ К; О — диоксида углерода, $\langle T_1\rangle=977$ К

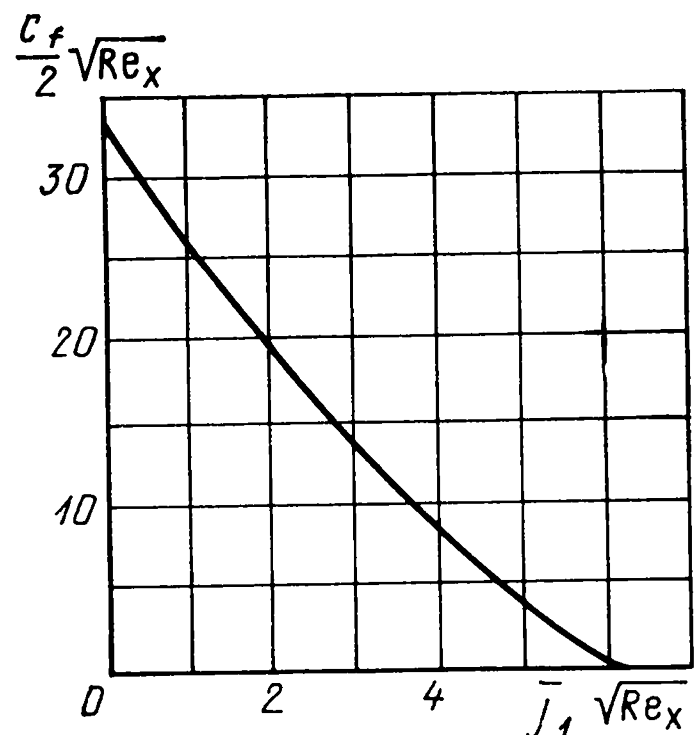


Рис. 6.2. Влияние вдува воздуха на локальный коэффициент трения плоской пластины при постоянных свойствах ламинарного потока

Примем относительный массовый расход охлаждающего воздуха $\bar{j}_1=0{,}01$ [что соответствует $j_1=0{,}01\cdot 0{,}28\cdot 25=0{,}07$ кг/(м$^2\cdot$с)]. Число Рейнольдса $Re_{x=L}=25\cdot 0{,}1/1{,}8\cdot 10^{-4}=1{,}39\cdot 10^4$, т. е. течение ламинарное.

Определим коэффициент трения и число Стентона при отсутствии вдува: $j_1=0$, $b=0$, $\psi=1$. По первой из формул (6.4.2) $c_{f_0}=0{,}664/\sqrt{1{,}39\cdot 10^4}=5{,}63\cdot 10^{-3}$, а по второй формуле с учетом аппроксимации $f(\mathrm{Pr})$ вычислим $St_0=Nu/(PrRe)=c_{f_0}/(2Pr^{2/3})=5{,}63\cdot 10^{-3}/2\cdot 0{,}72^{2/3}=3{,}5\cdot 10^{-3}$.

Так как $Pr\approx 1$, то $\Psi_s\approx\Psi$, и для оценочного расчета ограничимся формулой (6.6.1).

Для одинакового газа основного потока и вдуваемого охладителя отношение молекулярных масс $\varepsilon=1$, и при $\psi=1$ для $\bar{x}=x/L=1$: $b_{кр}=1{,}83$; $b=2\bar{j}_1/c_{f_0}=2\cdot 0{,}01/5{,}63\cdot 10^{-3}=3{,}55>b_{кр}$. Следовательно, в этом случае имеет

место сильное оттеснение пограничного слоя и стенка полностью защищена холодным воздухом. Но его расход явно избыточен, и такое охлаждение неэкономично.

Проведем оценку при $\bar{j}_1=0{,}003$ (т. е. $j_1=0{,}021$ кг/(м^2·с)), чему при прочих равных условиях соответствует значение $b=1{,}065<b_{кр}$. В этом случае имеет место частичное охлаждение стенки. По первой формуле (6.6.1) для принятых выше условий $\Psi=(1-1{,}065/1{,}83)^{4/3}=0{,}312$; $T_{ст}=(0{,}312\cdot3{,}5\times\times10^{-3}\cdot1300+0{,}003\cdot300)/(0{,}312\cdot3{,}5\cdot10^{-3}+0{,}003)=567$ К.

При другом крайнем значении температурного фактора $\psi=0{,}23$ с учетом формулы (6.4.4) $c_{f_0}=5{,}63\cdot10^{-3}\cdot0{,}23^{-0{,}22}=7{,}78\cdot10^{-3}$; $St_0=7{,}78\cdot10^{-3}/2\times\times0{,}72^{2/3}=4{,}84\cdot10^{-3}$; $b=2\cdot0{,}003/7{,}78\cdot10^{-3}=0{,}77$; $b_{кр}=1{,}83\sqrt{1+0{,}5\cdot(0{,}23-1)}==1{,}43$; $\Psi=(1-0{,}77/1{,}43)^{4/3}=0{,}358$; $T_{ст}=(0{,}358\cdot4{,}84\cdot10^{-3}\cdot1300+0{,}003\times\times300)/(0{,}358\cdot4{,}84\cdot10^{-3}+0{,}003)=667$ К.

Оценим температуру элемента на расстоянии $\bar{x}=0{,}25$. Соотношение коэффициентов трения и теплоотдачи по сравнению с их значениями при $\bar{x}=1$ пропорционально $\sqrt{L/x}$, что следует из формулы (6.4.2). Следовательно, новое значение фактора проницаемости по оценке при $\psi=0{,}23$ равно $b==0{,}77\sqrt{0{,}25}=0{,}385$; $\Psi=(1-0{,}385/1{,}43)^{4/3}=0{,}657$; $St_0=4{,}84\cdot10^{-3}/\sqrt{0{,}25}==9{,}68\cdot10^{-3}$; $T_{ст}=(0{,}657\cdot9{,}68\cdot10^{-3}\cdot1300+0{,}003\cdot300)/(0{,}657\cdot9{,}68\cdot10^{-3}++0{,}003)=980$ К. Если это значение приемлемо по прочностным свойствам материала конструкции, то приведенными оценками можно ограничиться.

6.7. ОТСОС ВЕЩЕСТВА ИЗ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

При равномерном отсосе вещества из однородного изотермического пограничного слоя на некотором расстоянии от начала пористого участка устанавливается асимптотическое распределение скоростей, не зависящее от координаты x,

$$\bar{u}=1-\exp(v_1 y/\nu), \qquad (6.7.1)$$

где $\bar{u}=u/U$; $v_1=j_1/\rho$ — скорость отсоса на проницаемой поверхности. Этому профилю соответствуют значения:

$$\delta^*=-\nu/v_1;\ \delta^{**}=-\nu/(2v_1.) \qquad (6.7.2)$$

При этом следует иметь в виду, что при отсосе $v_1<0$.

Касательное напряжение на стенке при таком распределении скорости

$$\tau_{ст}=\mu(\partial u/\partial y)_{ст}=-\rho v_1 U; \qquad (6.7.3)$$

максимальный коэффициент трения при отсосе пограничного слоя как при ламинарном, так и при турбулентном движении

$$c_f=-2\bar{v}_1=-2\bar{j}_1$$

не зависит от режима течения потока, что видно из структуры выражения, в которую входит только полный импульс, уносимый из потока через стенку.

Асимптотический пограничный слой при отсосе устанавливается при

$$\bar{x}>\bar{x}_*=4\bar{v}_1^{-2}Re_L^{-1}. \qquad (6.7.4)$$

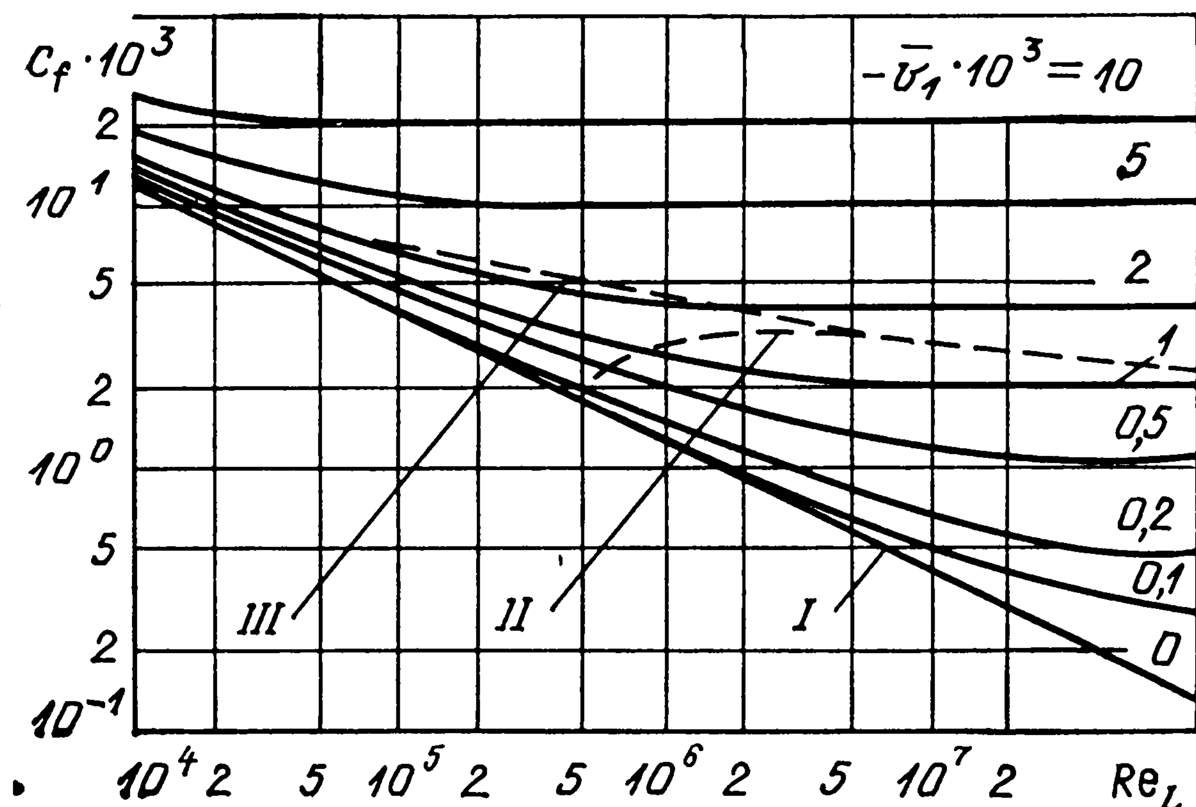


Рис. 6.3. Коэффициент сопротивления плоской продольно обтекаемой пластины при равномерном отсосе и без отсоса (*I—III*):

I — ламинарное течение; *II* — переходный режим; *III* — турбулентное течение

В области $0<\bar{x}<\bar{x}_*$ толщина пограничного слоя постепенно нарастает до асимптотического значения. На рис. 6.3 даны зависимости $c_f(\mathrm{Re}_L;\ -\bar{v}_1)$ для равномерного отсоса ($v_1=\mathrm{const}$).

Пример. Обтекается пластина, через которую равномерно отсасывается часть газа для других технологических нужд. Число $\mathrm{Re}_L=3\cdot10^5$. Определить относительную скорость отсоса, при которой на 80% площади поверхности установится асимптотический пограничный слой.

В данном случае $\bar{x}_*=0{,}2$ и по формуле (6.7.4) $-\bar{v}_1=2/\sqrt{0{,}2\cdot3\cdot10^5}=$ $=0{,}0081$.

6.8. ОБТЕКАНИЕ СФЕРЫ

Для сферы при $\mathrm{Re}=UD/\nu<2$ гидродинамическое сопротивление определяется формулой Стокса

$$F=6\pi R\mu U=\zeta\pi R^2\rho U^2/2;\ \zeta=24/\mathrm{Re}; \tag{6.8.1}$$

при $2<\mathrm{Re}<100$ по эмпирической зависимости

$$\zeta\approx25\mathrm{Re}^{-0,7}. \tag{6.8.2}$$

Средний по всей сфере, имеющей $T_{\text{ст}}=\mathrm{const}$, коэффициент теплоотдачи определяется эмпирической формулой ($0<\mathrm{Re}<100$)

$$\mathrm{Nu}=2+0{,}375\mathrm{Re}^{0,58}. \tag{6.8.3}$$

Отчетливо видно, что для такой геометрии аналогия Рейнольдса не выполняется. Потенциальное обтекание сферы приводит к распределению скорости

вдоль ее обвода в направлении течения по закону

$$U_0 = (3/2) U_\infty \sin \varphi, \tag{6.8.4}$$

где U_0 — скорость внешнего течения в теории пограничного слоя (первое приближение); U_∞ — скорость потока на бесконечном удалении от сферы; φ — угол, отсчитываемый от лобовой точки, т. е. центральной точки набегания потока. Используя это распределение внешней скорости, можно вычислить формпараметр Λ_1 и определить точку отрыва ламинарного пограничного слоя от поверхности сферы — $\varphi_{отр} = 109{,}6°$; $x_{отр} = 1{,}91R$, где x — координата, направленная по обводу сферы от лобовой точки к корме; R—радиус сферы.

Вследствие отрыва пограничного слоя в кормовой области сферы возникают вихри, и общее гидродинамическое сопротивление значительно превышает ламинарное трение в пограничном слое. Это и объясняет вид приведенных расчетных формул.

В окрестности лобовой точки распределение скорости $U(x)$ на затупленном теле или теле вращения почти линейное, и локальный коэффициент теплоотдачи зависит от чисел Pr и Re аналогично случаю обтекания пластины:

$$\Pr \to \infty: \ \mathrm{Nu}_x = 0{,}66 \Pr^{1/3} \mathrm{Re}_x^{1/2};$$

$$\Pr \to 0: \ \mathrm{Nu}_x = (2\mathrm{Pe}_x/\pi)^{1/2}. \tag{6.8.5}$$

Возникновение вихревого течения на значительной части поверхности плохообтекаемых тел (сфера, поперечно обтекаемый цилиндр и др.) переводит эти задачи в круг проблем турбулентных течений. Поэтому относящиеся к ним расчетные формулы более детально рассмотрены в последующих главах.

6.9. ТЕРМОГРАВИТАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ

Свободная термогравитационная конвекция возникает под влиянием разности температур в различных точках текучей среды. В общем случае для заданной геометрии и при отсутствии других внешних воздействий гидродинамика и теплообмен при свободной тепловой конвекции определяются числом Прандтля и числом Грасгофа $\mathrm{Gr} = gL^3\beta\Delta T/\nu^2$, где β — коэффициент объемного термического расширения среды, 1/K. С некоторым приближением достаточно развитое термогравитационное течение зависит при прочих равных условиях только от произведений

$$\mathrm{Ra} = \Pr\mathrm{Gr} \ \text{при} \ \Pr \gg 1 \ \text{и} \ B = \Pr^2\mathrm{Gr} \ \text{при} \ \Pr \ll 1, \tag{6.9.1}$$

называемых числами Рэлея и Буссинеска.

Теория ламинарных термогравитационных течений достаточно развита и дает хорошие результаты при числах $5 \cdot 10^2 < \mathrm{Ra} < 2 \cdot 10^7$.

Для конвекции у *вертикальной пластины* получены точные численные решения по расчетам Польгаузена (Pohlhausen), Остраха (Ostrach), Сперроу (Sparrow), Шу (Schuh) и др. (табл. 6.1, 6,2).

Таблица 6.1. **Значения $\langle Nu \rangle Ra^{-1/4}$ при числах $Pr > 0,7$**

Pr	0,72	0,73	1	2	10	100	1000	∞
$\frac{\langle Nu \rangle}{(Gr\,Pr)^{1/4}}$	0,516	0,518	0,535	0,568	0,620	0,653	0,665	0,670

Таблица 6.2. **Значения $\langle Nu \rangle B^{-1/4}$ для сред с $Pr \ll 1$**

Pr	0	0,003	0,008	0,01	0,02	0,03
$\langle Nu \rangle (Pr^2 Gr)^{-1/4}$	0	0,777	0,762	0,765	0,745	0,733

Многочисленные эксперименты, проведенные с плитами, сферами и цилиндрами, показали, что для всех этих тел можно использовать единую эмпирическую зависимость

$$\langle Nu \rangle = (0,52 Pr^{0,30} - 0,02 Pr^{-0,33}) Gr^{1/4}. \quad (6.9.2)$$

Расчеты по теории пограничного слоя становятся неточными для неметаллических жидкостей при $Ra < 500$. В этой области можно пользоваться формулой М. А. Михеева [6.2]

$$\langle Nu \rangle = 1,18 Ra^{1/8}, \quad (6.9.3)$$

имея в виду, что для *сферы* минимальное теоретическое число $Nu = 2$, для *тонких проволочек* при $Ra \to 0$ по теории $Nu \to 0$, а по экспериментам Л. С. Эйгенсона и др. $Nu \approx 0,45$.

Физические свойства относятся к температуре $T = (T_{ст} + T_0)/2$, как и во всех других расчетах, когда не вводится специальная поправка на температурный фактор, учитывающий переменность свойств среды.

При $Pr \approx 1$ по теории пограничного слоя и ряду экспериментальных данных проявляется влияние формы тела [4.9]: значение комплекса $\langle Nu \rangle Ra^{-1/4}$ для вертикальной плиты примерно равно 0,555, для горизонтального цилиндра 0,395, для сферы 0,429.

6.10. ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ТЕЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОЙ ЖИДКОСТИ

Интегральное соотношение импульсов для пограничного слоя с постоянными физическими свойствами при постоянной магнитной индукции имеет вид

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} + (2\delta^{**} + \delta^*) \frac{d \ln U}{dx} + \frac{\sigma_э B^2 \delta^*}{\rho U} = \frac{c_f}{2}. \quad (6.10.1)$$

Член $\sigma_э B^2 \delta^* / (\rho U)$ характеризует объемную силу, наведенную в потоке проводящей жидкости поперечным магнитным полем.

Общее решение уравнения (6.10.1) имеет вид [5.1]

$$\delta^{**2} \approx (0{,}47\nu/U^6)\exp\int\limits_0^x [-2\sigma_э B^2/(\rho U)]\,dx \int\limits_0^x U^5 \exp\left(\int\limits_0^x [2\sigma_э B^2/(\rho U)]\,dx\right)dx. \tag{6.10.2}$$

Коэффициенты полинома, аппроксимирующего профиль скоростей по оси y, вычисляются по обычным граничным условиям.

Для продольного одностороннего обтекания пластины ($dU/dx=0$) имеется решение [5.1]

$$c_f\sqrt{\mathrm{Re}_x} = \sqrt{0{,}235N_x}\,\{1 + 1{,}254\,[1 - \exp(-2N_x)]\}/\sqrt{1-\exp(-2N_x)}, \tag{6.10.3}$$

где $N_x=\mathrm{Ha}^2/\mathrm{Re}_x=\sigma_э B^2 x/(\rho U)$ — параметр магнитогидродинамического взаимодействия.

Уравнение теплопроводности в приближении пограничного слоя имеет обычный вид, но плотность внутренних источников теплоты определяется как диссипацией энергии вязкого трения, так и выделением теплоты за счет электрического сопротивления

$$q_V = \mu(du/dy)^2 + j^2/\sigma_э, \tag{6.10.4}$$

где j — плотность электрического тока.

Для интенсивности теплообмена в магнитогидродинамическом пограничном слое на пластине в поперечном магнитном поле приближенное решение имеет вид

$$\Psi_\alpha = (1+1{,}287N_x - 1{,}810N_x^2 + 3{,}114N_x^3 - 6{,}626N_x^4\ \ldots), \tag{6.10.5}$$

где $\Psi_\alpha=\alpha/\alpha_0$ — отношение коэффициента теплоотдачи при данных условиях к его значению при $N_x=0$. Сопоставление проводится при $\mathrm{Re}_x=\mathrm{idem}$.

Подробнее о материалах этой главы см. [1.6, 1.7, 4.9, 5.1—5.6, 6.1, 6.2].

Глава седьмая

ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ В КАНАЛАХ

7.1. ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПРИ ОТСУТСТВИИ ОБЪЕМНЫХ СИЛ

Гидродинамически гладкими являются каналы, у которых высота выступов шероховатости $\varepsilon < 5\nu/v^*_{ст}$.

Фундаментальный закон гидродинамического сопротивления следует из логарифмического распределения скоростей (4.4.3) и для круглой трубы имеет вид

$$\zeta = [0{,}88\ln(\mathrm{Re}\sqrt{\zeta}) - 0{,}9]^{-2}, \tag{7.1.1}$$

где $\mathrm{Re}=UD/\nu$.

Приближенно, по Филоненко — Альтшулю

$$\zeta = (0{,}78\ln \mathrm{Re} - 1{,}64)^{-2}. \tag{7.1.2}$$

В области $4 \cdot 10^3 < \mathrm{Re} < 1 \cdot 10^5$ по Блазиусу (1913 г.)

$$\zeta = 0{,}316\mathrm{Re}^{-0{,}25}, \qquad (7.1.3)$$

чему соответствует закон распределения скоростей

$$\bar{u} = (1 - \bar{R})^{1/7}; \qquad (7.1.4)$$

в области $1 \cdot 10^5 < \mathrm{Re} < 2 \cdot 10^6$ по Никурадзе (1932 г.)

$$\zeta = 0{,}0032 + 0{,}22\mathrm{Re}^{-0{,}237}; \qquad (7.1.5)$$

приближенно в интервале $10^4 < \mathrm{Re} < 10^6$

$$\zeta = 0{,}184\mathrm{Re}^{-0{,}2}. \qquad (7.1.6)$$

Вследствие тонкости вязкого подслоя и консервативности турбулентного ядра течения среднее гидродинамическое сопротивление прямолинейных каналов можно рассчитывать в первом приближении по формулам для круглой трубы, вводя эквивалентный гидравлический диаметр $D_{\text{г э}} = 4\Omega/P$.

В переходной области, $2200 < \mathrm{Re} < 4000$,

$$\zeta \approx 6{,}3 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{Re}^{0{,}5}. \qquad (7.1.7)$$

При *однородной зернистой шероховатости* в области $5 < \varepsilon v_{\text{ст}}^*/\nu < 70$ коэффициент гидродинамического сопротивления зависит как от вязкости, так и от шероховатости. При $\varepsilon v_{\text{ст}}^*/\nu > 70$ имеет место *квадратичный закон сопротивления*, автомодельный относительно числа Рейнольдса (Никурадзе, 1933 г.):

$$\zeta = \left(0{,}88 \ln \frac{R_0}{\varepsilon} + 1{,}74\right)^{-2}. \qquad (7.1.8)$$

Интерполяционная формула Коулбрука — Уайта (1939 г.)

$$\zeta \approx \left[1{,}74 - 0{,}88 \ln \left(\frac{\varepsilon}{R_0} + \frac{18{,}7}{\mathrm{Re}\sqrt{\zeta}}\right)\right]^{-2} \qquad (7.1.9)$$

удовлетворительно описывает закон сопротивления для гладкой трубы и квадратичный закон, давая в переходной области зависимость, характерную для «технической шероховатости».

Стабилизация течения при возникновении турбулентности на входной кромке трубы наступает на расстоянии

$$x_0 \geqslant 0{,}6 D_0 \mathrm{Re}^{0{,}25}. \qquad (7.1.10)$$

Если же организован плавный вход и в начале участка развивается ламинарный пограничный слой, то в диапазоне чисел Рейнольдса $10^4 < \mathrm{Re} \leqslant 5 \cdot 10^4$ можно использовать соотношение

$$x_0 = 4{,}5 \cdot 10^5\ D_0 \mathrm{Re}^{-1}. \qquad (7.1.11)$$

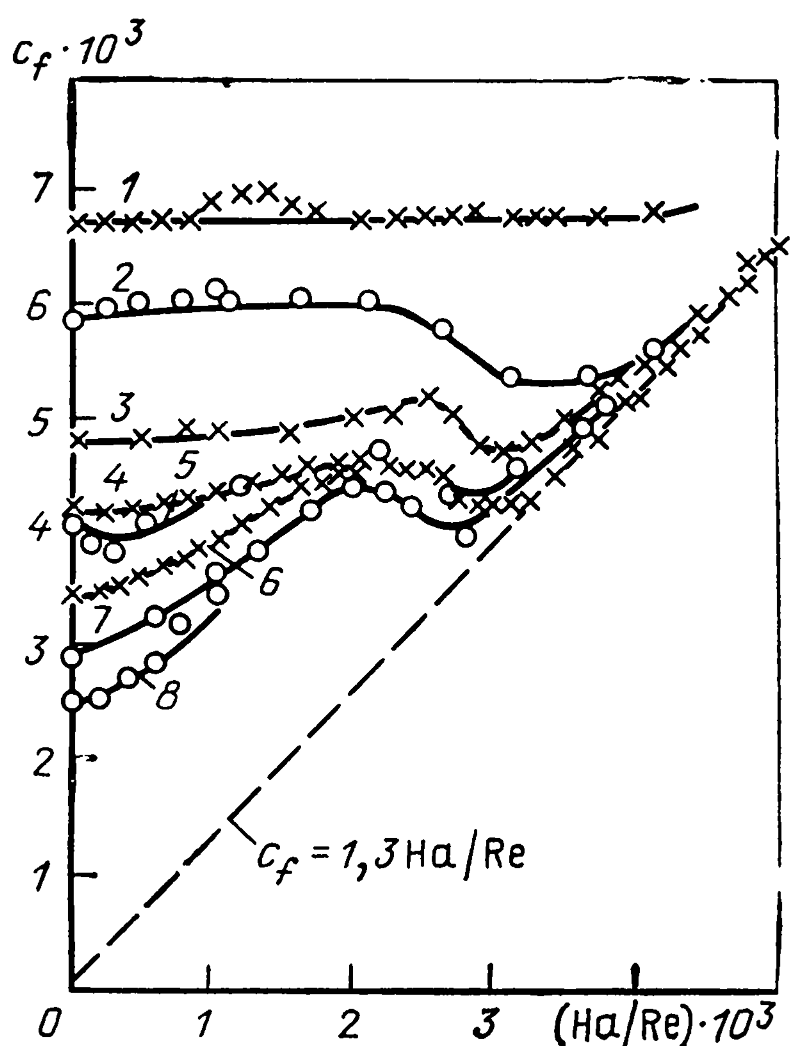
Подробнее см. [73].

7.2. ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПРИ ТЕЧЕНИИ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

При течении в *продольном магнитном поле* взаимодействие осредненного течения с магнитным полем отсутствует из-за параллельности векторов $\langle \mathbf{u} \rangle$ и $\langle \mathbf{B} \rangle$. Однако имеет место взаимодействие пульсационного движения, поскольку v' и w' ортогональны **B**. Это взаимодействие приводит к уменьшению гидродинамического трения. По Ковнеру и Красильникову [7.4] при $Re_{кр}<Re<5\cdot10^4$ и $Ha<300$

$$\zeta/\zeta_0 = 1 - 38Ha^{1,65}/Re^{1,45}. \qquad (7.2.1)$$

Поперечное магнитное поле взаимодействует как с пульсационным, так и с осредненным движением проводящей жидкости. При этом магнитное поле подавляет турбулентные пульсации. На рис. 7.1 и 7.2 приведена зависимость $\zeta(Re, Ha)$ для гладких труб и плоского щелевого канала в поперечном магнитном поле. Эта непростая картина описывается сложными эмпирическими зависимостями. Подробнее см. [5.2—5.5, 7.1].



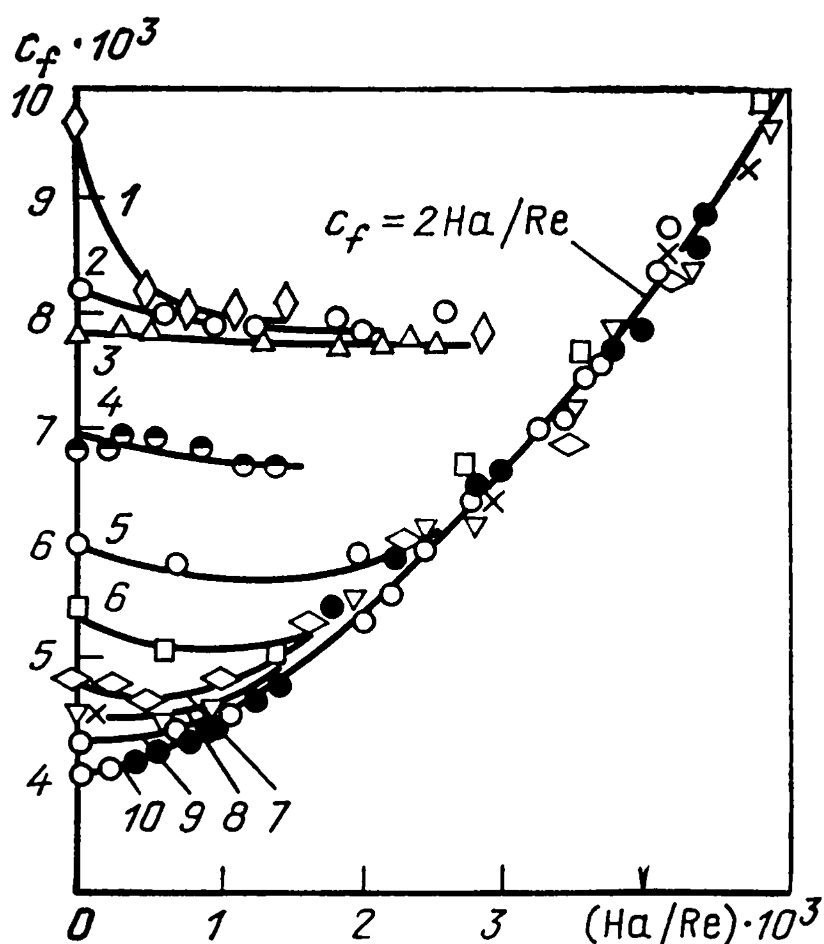


Рис. 7.1. Коэффициент гидродинамического сопротивления при течении ртути в гладких каналах:

1 — $Re=6,2\cdot10^4$; *2* — 10^5; *3* — $1,87\cdot10^5$; *4* — $3,75\cdot10^5$; *5* — $3,75\cdot10^5$; *6* — $1,25\cdot10^6$; *7* — $2\cdot10^6$; *8* — $7\cdot10^6$

Рис. 7.2. Влияние поперечного магнитного поля на коэффициент сопротивления щелевых каналов:

1 — $Re=1,4\cdot10^3$; *2* — $1,6\cdot10^3$; *3* — $2,1\cdot10^3$; *4* — $3,5\cdot10^3$; *5* — $7,5\cdot10^3$; *6* — $1,45\cdot10^4$; *7* — $2,1\cdot10^4$; *8* — $2,5\cdot10^4$; *9* — $3\cdot10^4$; *10* — $4,5\cdot10^4$

7.3. ТЕПЛООТДАЧА В ГЛАДКОЙ КРУГЛОЙ ТРУБЕ

Для газов и неметаллических жидкостей, т. е. сред с числами $Pr>0,5$, в стабилизированном потоке ($x>x_0$)

$$Nu=\frac{\alpha D}{\lambda}=0,14 Pr\, Re\sqrt{\zeta}\left[\ln Re\sqrt{\zeta}+2\ln\frac{1+5Pr}{1+0,2Pr}+2,4Pr\varphi(Pr)-6,638\right]^{-1}, \quad (7.3.1)$$

где функция $\varphi(Pr)$ графически представлена на рис. 7.3.

При $Pr<100$ можно пользоваться упрощенной формулой

$$Nu=\zeta\, Re\, Pr\left[40\sqrt{\zeta}(Pr^{2/3}-1)+8\right]^{-1}; \quad (7.3.2)$$

при $Pr>100$

$$Nu=0,035 Pr^{0,25} Re\sqrt{\zeta}; \quad (7.3.3)$$

при $0,5<Pr<5$ удовлетворительные результаты дает формула Нуссельта (1910 г.) — Крауссольда (1933 г.)

$$Nu=0,023 Pr^{0,4} Re^{0,8}. \quad (7.3.4)$$

Для чистых металлических жидкостей ($Pr\ll 1$)

$$Nu=Nu_{мин}+0,044 Pe^{0,75}; \quad (7.3.5)$$

при $Re<10^6$: $q_{ст}=\mathrm{const}$, $Nu_{мин}=6,8$; $T_{ст}=\mathrm{const}$, $Nu_{мин}=5,2$.

В *жидкостях* вдали от критической термодинамической точки *неизотермичность* потока влияет в основном через изменение вязкости и характеризуется *вязкостным фактором неизотермичности* $\psi_\mu=\mu_{ст}/\mu_0$, где μ_0 отнесено к среднемассовой температуре жидкости в данном поперечном сечении канала.

В общем случае относительные изменения коэффициентов трения и теплоотдачи зависят как от соотношения физических свойств типа ψ_μ, так и от чисел Re и Pr, а также от расстояния $\bar{x}=x/D$ [7.2] (рис. 7.4—7.5).

При *нагревании* неметаллической жидкости:

$$\psi_\mu<1;\quad \alpha/\alpha_0\approx\psi_\mu^{-0,11};\quad \zeta/\zeta_0\approx\psi_\mu^{0,17}; \quad (7.3.6)$$

при *охлаждении* неметаллической жидкости:

$$\psi_\mu>1;\quad \alpha/\alpha_0\approx\psi_\mu^{-0,25};\quad \zeta/\zeta_0\approx\psi_\mu^{0,24}. \quad (7.3.7)$$

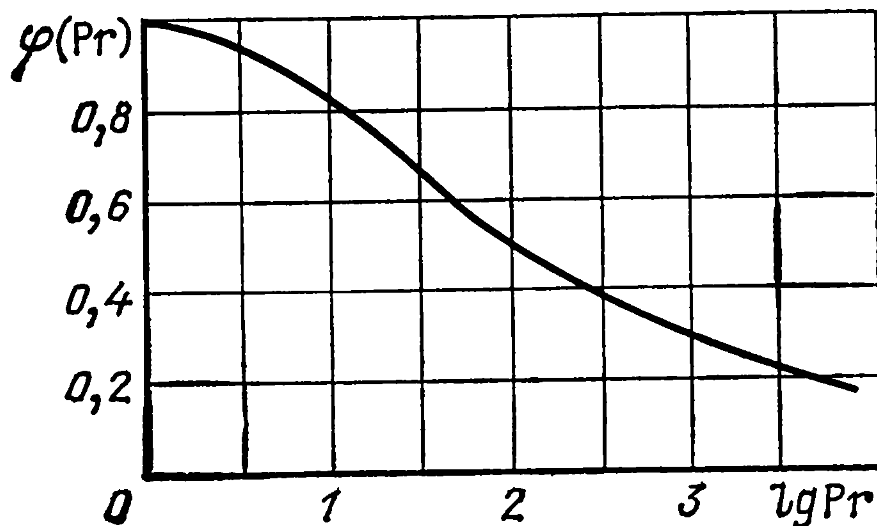
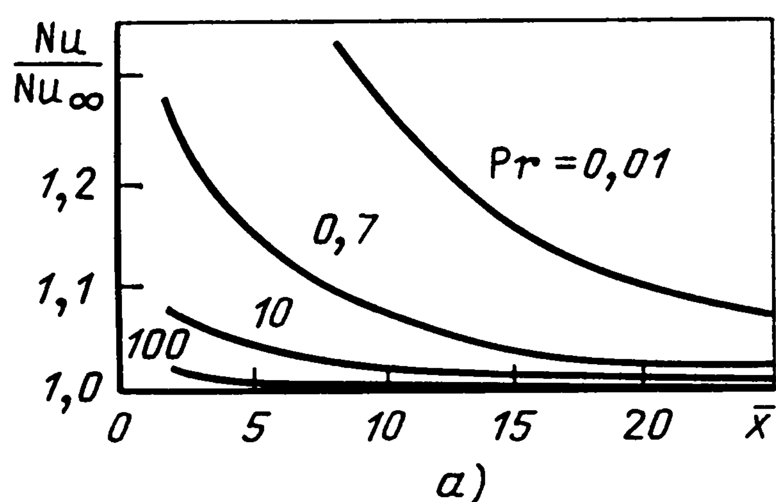
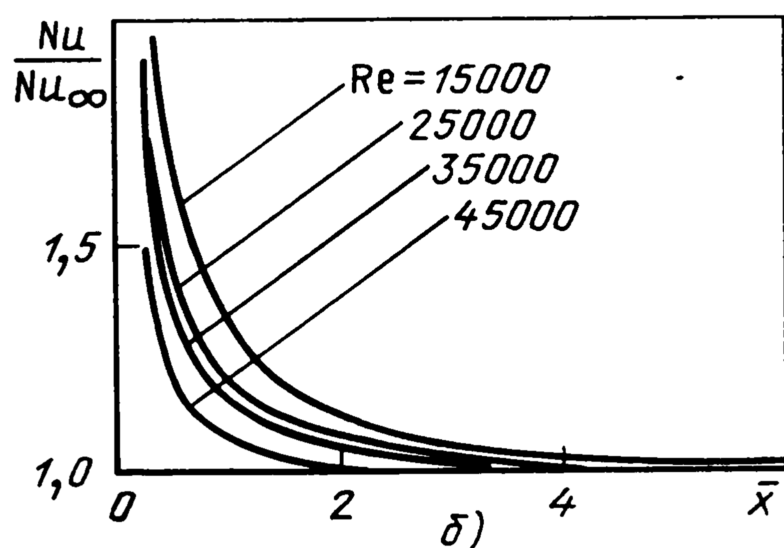


Рис. 7.3. Значения $\varphi(Pr)$ в формуле (7.3.1)





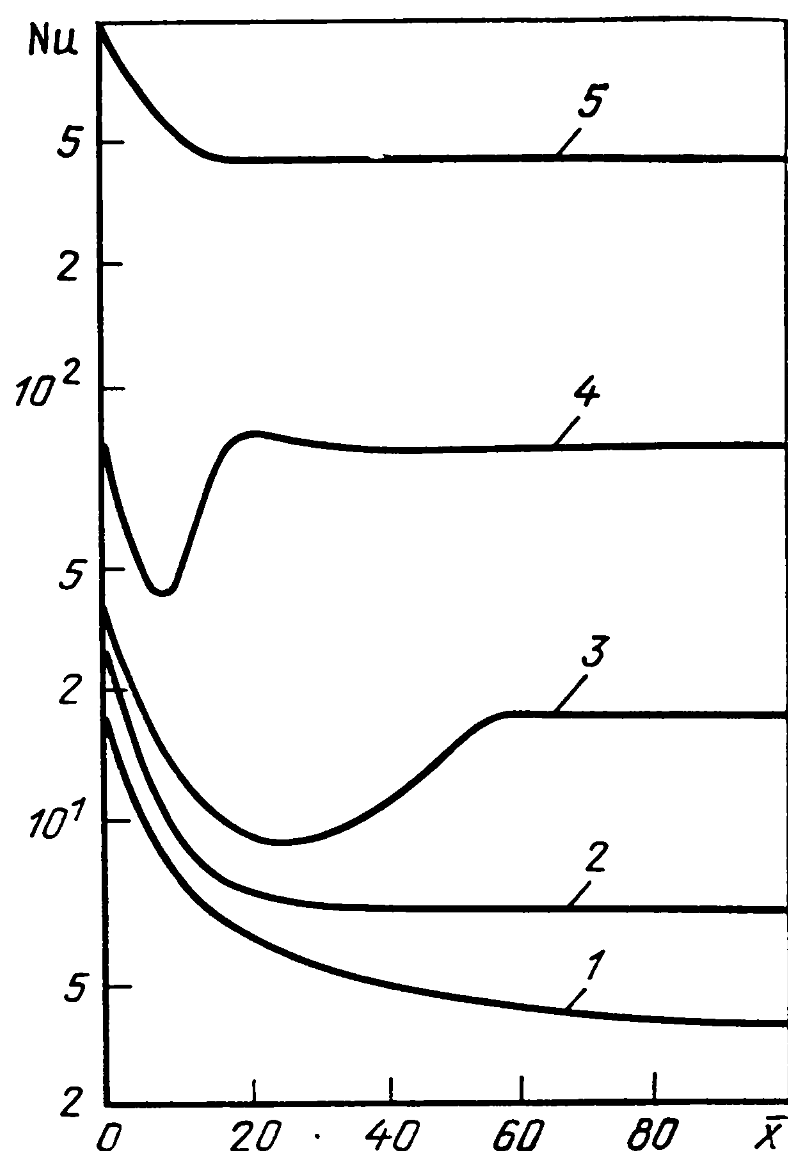


Рис. 7.4. Зависимость локальной теплоотдачи на термическом начальном участке круглой трубы:

а — от числа Pr при Re=10^5; *б* — от числа Re в капельных жидкостях

Рис. 7.5. Изменение коэффициента теплоотдачи по длине трубы при входе через плавное сопло (кривые *1*—*5* соответствуют возрастанию значений числа Re)

Как видно из этих формул, влияние неизотермичности несимметрично относительно направления теплового потока.

Для металлических жидкостей поправка на неизотермичность практически пренебрежимо мала.

В турбулентном потоке *газа* неизотермичность влияет в основном через изменение плотности и характеризуется *температурным фактором* $\psi = T_{ст}/T_0$. Следующая формула учитывает влияние температурного фактора и числа Рейнольдса (через ζ_0) [1.6]:

$$\psi < 1, \quad \frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{\zeta}{\zeta_0} = 4\left[\sqrt{\psi - 16,4(\psi - 1)\sqrt{\zeta_0}} + 1\right]^{-2}; \qquad (7.3.8)$$

$$\psi > 1, \quad \frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{\zeta}{\zeta_0} = 4\left[\sqrt{\psi - 32,8(\sqrt{\psi} - 1)\sqrt{\zeta_0}} + 1\right]^{-2}. \qquad (7.3.9)$$

На *нестабилизированном участке* $(x < x_0)$

$$\alpha/\alpha_0 \approx \zeta/\zeta_0 \approx (x_0/x)^{0,2}. \qquad (7.3.10)$$

где x_0 определяется по формуле (7.1.10).

Более детальные расчеты неизотермических течений в трубах приведены в [7.2, 7.5].

Вследствие малой толщины вязкого подслоя теплообмен и гидродинамическое сопротивление в каналах некруглой формы приближенно можно оценивать по приведенным выше формулам, вводя эквивалентный гидравлический диаметр $D_{г.э}=4\Omega/P$, где Ω — площадь поперечного сечения канала, свободная для протекания; P — смоченный периметр этого сечения.

В переходной области $(2200<\mathrm{Re}<4000;\ 0{,}5<\mathrm{Pr}<5)$

$$\mathrm{Nu}\approx 3\cdot 10^{-4}\mathrm{Pr}^{0,35}\mathrm{Re}^{1,5}. \qquad (7.3.11)$$

7.4. ТЕПЛООТДАЧА В КОЛЬЦЕВОМ КАНАЛЕ

Этот случай требует специального рассмотрения, так как возможны варианты обогрева, приводящие к значительным отличиям полей температур и, следовательно, расчетных значений коэффициентов теплоотдачи с одной и другой поверхностей такого канала [7.5].

При теплообмене в концентричном щелевом канале имеем три варианта: 1 — обогревается только внешняя труба, внутренняя труба адиабатна; 2 — обогревается только внутренняя труба, внешняя труба адиабатна; 3 — неадиабатны и внешняя, и внутренняя трубы.

При одностороннем обогреве на другой поверхности канала устанавливается адиабатная температура

$$\overline{\Delta T}_{ад,1}=\frac{\lambda(T_{ад,1}-T_0)}{q_2 D_{г.э}};\quad \overline{\Delta T}_{ад,2}=\frac{\lambda(T_{ад,2}-T_0)}{q_1 D_{г.э}}. \qquad (7.4.1)$$

Здесь индекс «1» относится к внутренней стенке канала; индекс «2» — к наружной стенке канала; T_0 — среднемассовая температура потока в щелевом канале; q_i — плотность теплового потока на данной стенке.

При *адиабатной внешней поверхности* $(q_2=0)$ теплоотдача с внутренней поверхности определяется по формуле

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_0}=\left(1-\frac{0{,}45}{2{,}4+\mathrm{Pr}}\right)\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^{0,16/\mathrm{Pr}^{0,15}}\varepsilon; \qquad (7.4.2)$$

при *адиабатной внутренней поверхности* $(q_1=0)$ теплоотдача с внешней поверхности определяется по формуле

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_0}=1-\frac{0{,}45}{2{,}4+\mathrm{Pr}}\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,6}\varepsilon. \qquad (7.4.3)$$

Здесь α_0 — коэффициент теплоотдачи для гладкой круглой трубы с $D\equiv \equiv D_{г.э}=D_2-D_1$;

$$\varepsilon=1+7{,}5\left[\frac{(D_2/D_1)-5}{\mathrm{Re}}\right]^{0,6} \quad \text{при } D_1/D_2<0{,}2;$$

$\varepsilon=1$ при $D_1/D_2>0{,}2$.

Адиабатные температуры определяются по формулам:

$$\overline{\Delta T}_{ад,1}=[5{,}94(D_1/D_2)^2-22]\,\mathrm{Pr}^{-1,05}\mathrm{Re}^{-0,87};\ \overline{\Delta T}_{ад,2}=\overline{\Delta T}_{ад,1}(D_1/D_2). \qquad (7.4.4)$$

При $q_1 \neq 0$ и $q_2 \neq 0$ расчет ведется по формулам:

$$\mathrm{Nu}_{12} = \mathrm{Nu}_1 \left(1 + \frac{q_2}{q_1} \overline{\Delta T}_{\text{ад},1} \mathrm{Nu}_1\right)^{-1};$$
$$\mathrm{Nu}_{21} = \mathrm{Nu}_2 \left(1 + \frac{q_1}{q_2} \overline{\Delta T}_{\text{ад},2} \mathrm{Nu}_2\right)^{-1}. \quad (7.4.5)$$

Для *плоского щелевого канала* расчеты ведут по этим же формулам, полагая $D_2 = D_1$ и $D_{\text{г.э}} = 2\delta$, где δ — ширина щели.

Пример. В кольцевом канале с $D_1 = 40$ мм и $D_2 = 60$ мм течет со скоростью 1 м/с вода, нагреваемая со стороны внешней стенки до $T_0 \approx 323$ К. Внутренняя стенка адиабатна ($q_1 = 0$). Определить коэффициент теплоотдачи и тепловой поток при расчетной температуре внешней стенки $T_2 \approx 373$ К.

Таблица 7.1. **Значения коэффициентов в формуле (7.4.6)**

Обогрев	Число подобия	$D_2/D_1 = y$	A	B	n
Внутренней стенки	Nu_1	1—7	$4{,}82 + 0{,}697y$	0,0222	$0{,}758y^{0{,}053}$
Наружной стенки	Nu_2	1—7	$5{,}54 - 0{,}023y$	$0{,}0189 + 0{,}0316y + 0{,}0000867y^2$	$0{,}758y^{-0{,}0204}$
Обеих стенок с $q_1 = q_2$	Nu_1	1,0 1,25 1,50 2,0 3,0 4,0	9,49 10,53 11,81 15,30 27,0 50,0	0,0596 0,0662 0,0726 0,0855 0,1095 0,1278	0,688 0,698 0,701 0,704 0,707 0,708
	Nu_2	1,00 1,25 1,50 2,00 3,0 4,0	9,49 8,72 8,24 7,60 6,94 6,64	0,0596 0,0490 0,0420 0,0379 0,0360 0,0355	0,688 0,707 0,723 0,735 0,741 0,743
Обеих стенок с $T_1 = T_2$	Nu_1	1—7	$7{,}82 + 1{,}72y - 0{,}051y^2$	$0{,}0592 - 0{,}000342y + 0{,}000723y^2$	$0{,}655 + 0{,}0363y - 0{,}0037y^2$
	Nu_2	1—7	$7{,}11 + \frac{3{,}22}{y} - \frac{0{,}842}{y^2}$	$0{,}0396 + \frac{0{,}02}{y}$	$0{,}746 - \frac{0{,}0864}{y} + \frac{0{,}0282}{y^2}$

Примечание. Значение $y = 1$ — для плоской щели.

При $T=323$ К: $\mathrm{Pr}=3{,}54$, $\lambda=0{,}65$ Вт/(м·К), $\nu=5{,}6\cdot10^{-7}$ м²/с; при $T=$ $=373$ К; $\nu=2{,}9\cdot10^{-7}$ м²/с; $D_{\text{г.э}}=60-40=20$ мм;

$$D_1/D_2=40/60=0{,}666>0{,}2;\quad \mathrm{Re}=\frac{1\cdot0{,}02}{5{,}6\cdot10^{-7}}=35714.$$

Влияние неизотермичности по формуле (7.3.6)

$$\frac{\alpha}{\alpha_0}\approx\left(\frac{2{,}9\cdot10^{-7}}{5{,}6\cdot10^{-7}}\right)^{-0{,}11}=1{,}075.$$

Для круглой трубы при этих условиях по формуле (7.3.4):

$$\mathrm{Nu}_0=0{,}023\cdot3{,}54^{0{,}4}\cdot35714^{0{,}8}\cdot1{,}075\approx180;$$

$$\alpha_0=180\cdot0{,}65/0{,}02=5850\ \text{Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

По формуле (7.4.3) при $\varepsilon=1\,(D_1/D_2>0{,}2)$

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_0}=1-\frac{0{,}45\cdot0{,}666^{0{,}6}}{2{,}4+3{,}54}=0{,}94;\quad \alpha_2=0{,}94\cdot5850=5499\ \text{Вт/(м}^2\cdot\text{К)};$$

$$q_2=\alpha_2(T_{\text{ст}2}-T_0)=5499\cdot(373-323)=274\,950\ \text{Вт/м}^2.$$

Для течения *жидких металлов* в кольцевых каналах можно пользоваться полуэмпирической формулой [5.2]

$$\mathrm{Nu}=A+B(\varepsilon\mathrm{Pe})^n, \tag{7.4.6}$$

где $\varepsilon=1-1{,}8[\mathrm{Pr}(4+0{,}0029\mathrm{Re}^{0{,}92})^{1{,}4}]^{-1}$. Значения коэффициентов A, B и n приведены в табл. 7.1.

7.5. КАНАЛЫ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

В каналах с угловыми элементами возникают вторичные вихревые течения, некоторые типы которых показаны на рис. 7.6 [7.2]. Поэтому в специальных случаях надо уметь определять локальную теплоотдачу по пери-

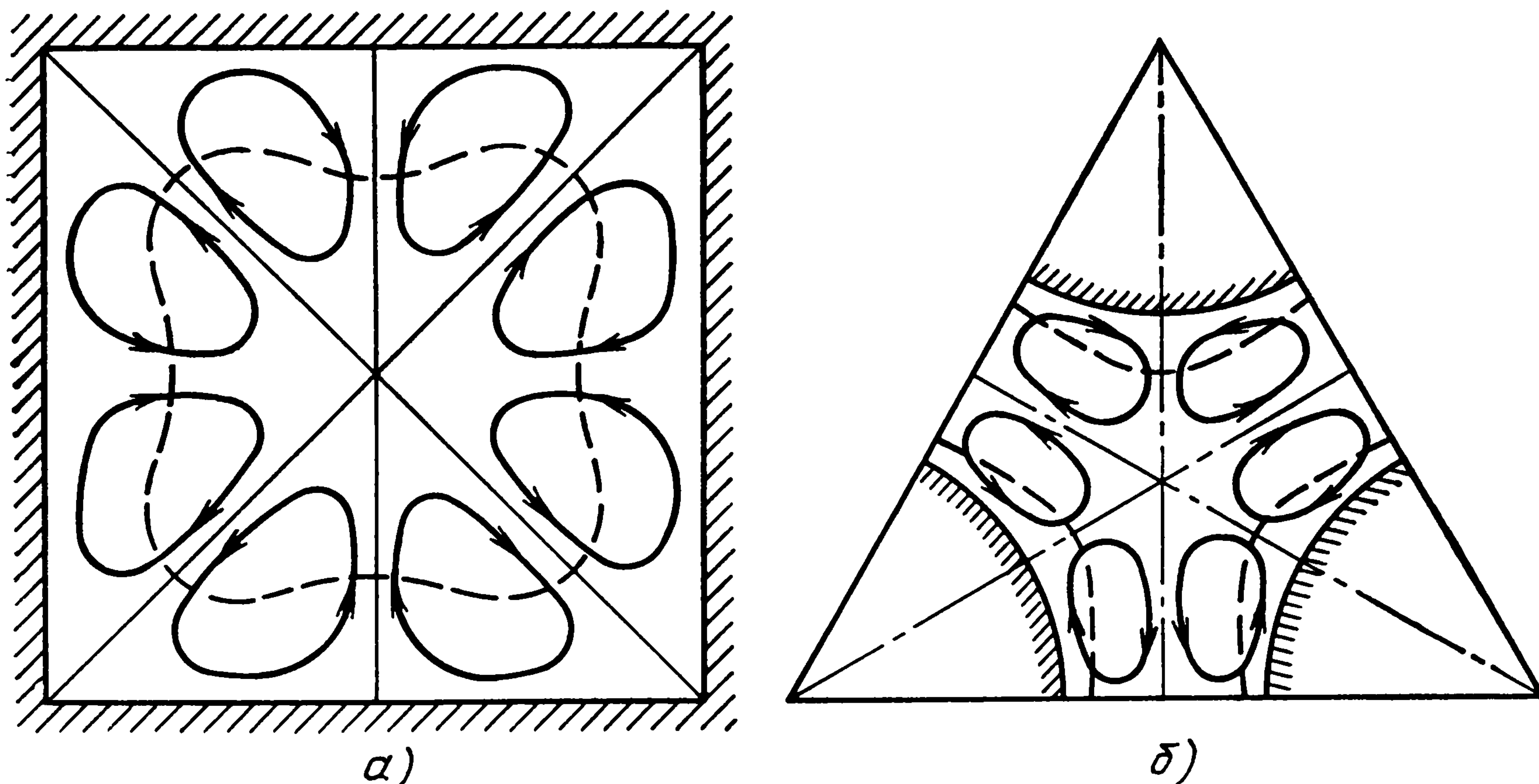


Рис. 7.6. Схемы вторичных течений в квадратном канале (*а*) и в пучке круглых стержней (*б*):

штриховые линии — изотахи

метру канала. В каналах с продольно расположенными круглыми стержнями участок стабилизации может быть весьма значительным и при определенных условиях охватывать всю длину канала.

Для течения неметаллических жидкостей в продольном пакете цилиндрических стержней эмпирическая зависимость, составленная по экспериментальным данным для 63 объектов, имеет вид (Маркоци, 1972 г.) [7.2]

$$\mathrm{Nu} = 0{,}023\mathrm{Pr}^{0{,}8}\,\mathrm{Re}^{0{,}7}\left[1 - \exp\left(-\frac{D_{\text{г.э}}}{D}\right)\right]. \qquad (7.5.1)$$

Для треугольной решетки стержней

$$\frac{D_{\text{г.э}}}{D} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}\left(\frac{s}{D}\right)^2 - 1;$$

для квадратной решетки

$$\frac{D_{\text{г.э}}}{D} = \frac{4}{\pi}\left(\frac{s}{D}\right)^2 - 1,$$

где D — диаметр стержня; s — расстояние между осями соседних стержней (шаг решетки).

7.6. ТЕПЛООБМЕН В ШЕРОХОВАТЫХ КАНАЛАХ

В каналах с зернистой и эквивалентной ей случайной шероховатостью интенсивность теплоотдачи в области квадратичного закона сопротивления связана с коэффициентом гидродинамического сопротивления ζ, эквивалентной высотой выступов шероховатости $\varepsilon^* = \varepsilon_э v_{ст}^*/\nu$ и числом Прандтля теплоносителя эмпирической формулой Дипрея и Саберского (1963 г.)

$$\mathrm{Nu} = \frac{\zeta}{8}\,\mathrm{Pr}\,\mathrm{Re}\left[(5{,}19\varepsilon^{*0{,}2}\,\mathrm{Pr}^{0{,}44} - 8{,}48)\sqrt{\frac{\zeta}{8}} + 1\right]^{-1}, \qquad (7.6.1)$$

где $\varepsilon^* = \bar{\varepsilon}\mathrm{Re}\sqrt{\zeta/8}$; $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_э/D$; ζ для круглой трубы определяется по формуле (7.1.8).

Глава восьмая

ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

8.1. ОБТЕКАНИЕ ГЛАДКОЙ НЕПРОНИЦАЕМОЙ ПЛАСТИНЫ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Физические свойства ρ, μ, λ, c постоянны. Распределение скоростей и закон трения описываются формулами:

$$\bar{u} = 1 + 2{,}5\sqrt{c_f/2}\,\ln\bar{y}; \quad \bar{\delta}^{**} = 2{,}5\sqrt{c_f/2} - 6{,}25c_f;$$
$$H = (1 - 2{,}5\sqrt{2c_f})^{-1}; \quad \sqrt{2/c_f} = 3{,}21 + 2{,}5\ln H\,\mathrm{Re}^{**}. \qquad (8.1.1)$$

Таблица 8.1. **Значения параметров степенных законов трения и распределения скоростей**

n	1/7	1/8	1/9	1/10
A	8,74	9,71	10,6	11,5
$\bar{\delta}^{**}$	0,0975	0,0890	0,0818	0,0757
H	1,28	1,25	1,22	1,20
m	0,250	0,222	0,200	0,182
m_1	0,200	0,182	0,167	0,154
B	0,0252	0,0206	0,0190	0,0148
B_1	0,0576	0,0450	0,0362	0,0308

Для практических расчетов можно пользоваться упрощенной формулой Кармана

$$c_f \approx 2(2{,}5\ln \mathrm{Re}^{**}+3{,}8)^{-2}. \quad (8.1.2)$$

Логарифмические законы являются огибающими множества степенных законов вида:

$$\varphi = A\eta^n;\quad \bar{u}=\bar{y}^n;\quad \bar{\delta}^{**}=n\,[(1+n)(1+2n)]^{-1};\quad H=1+2n;$$

$$c_f = B\,\mathrm{Re}^{**-m};\quad m=2n(1+n)^{-1};\quad B=2(\bar{\delta}^{**n}/A)^{\frac{2}{1+n}}, \quad (8.1.3)$$

где $\varphi = u/v^*_{\text{ст}}$; $\eta = v^*_{\text{ст}}y/\nu$; $\bar{u}=u/U$; $\bar{y}=y/\delta$; $\bar{\delta}^{**}=\delta^{**}/\delta$; $H=\delta^*/\delta^{**}$; U — скорость течения вне пограничного слоя; δ — расчетная толщина гидродинамического пограничного слоя в модели слоя конечной толщины.

Если турбулентный пограничный слой возникает и развивается с входной кромки пластины так, что при $x=0$ $\delta=0$, то

$$\mathrm{Re}_x=\frac{Ux}{\nu};\quad c_f=B_1\,\mathrm{Re}_x^{-m_1};\quad m_1=\frac{m}{1+m};\quad B_1=B^{\frac{m}{1+m}}\left(\frac{2}{1+m}\right)^{\frac{m}{1+m}}. \quad (8.1.4)$$

При $\mathrm{Re}^{**}<10^4$ можно принимать в формулах показатель $n=1/7$, при $\mathrm{Re}^{**}>10^4$ значение $n=1/8$.

В области $0{,}5<\mathrm{Pr}<50$:

$$\mathrm{St}\approx \mathrm{Pr}^{-0{,}6}c_f/2;\quad \mathrm{Nu}_x\approx \mathrm{Pr}^{0{,}4}\,\mathrm{Re}_x c_f/2;\quad \mathrm{Nu}_x=\frac{\alpha x}{\lambda}. \quad (8.1.5)$$

Для области с $n=1/7$ при условии $x=0$, $\delta=0$

$$\mathrm{Nu}_x=0{,}0288\mathrm{Pr}^{0{,}4}\mathrm{Re}_x^{0{,}8}. \quad (8.1.6)$$

Для $0<\mathrm{Pr}\ll 1$, $x=0$, $\delta=0$, $10^3<\mathrm{Pe}_x<10^5$

$$\mathrm{Nu}_x=0{,}3\mathrm{Pe}_x^{0{,}65}, \quad (8.1.7)$$

где $\mathrm{Pe}_x=Ux/a$.

8.2. АППРОКСИМАЦИЯ ПРОФИЛЕЙ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ

Поля касательных напряжений и тепловых потоков в пограничном слое текучей среды консервативны относительно режимов течения и определяются, главным образом, краевыми условиями. На этом основана аппроксимация зависимости $\bar{\tau}=f(\bar{y})$ в пограничных слоях (Федяевский, 1936 г.). Для плоского пограничного слоя конечной толщины граничные условия имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} &y=0: u=0,\ v=v_1,\ \tau=\tau_{\text{ст}},\ \frac{\partial\tau}{\partial y}=\frac{dp}{dx}+\rho_1 v_1\frac{\partial u}{\partial y},\ \frac{\partial^2\tau}{\partial y^2}=0;\\ &y=\delta: u=U,\ \tau=0,\ \frac{\partial\tau}{\partial y}=0,\ \frac{\partial^2\tau}{\partial y^2}=0,\ \frac{dp}{dx}+\rho U\frac{dU}{dx}=0.\end{aligned}\right\} \quad (8.2.1)$$

При $U=\text{const}$, $v_1=0$ граничным условиям соответствует полином 5-й степени

$$\bar{\tau}=\tau/\tau_{\text{ст}}=1-10\bar{y}^3+15\bar{y}^4-6\bar{y}^5. \quad (8.2.2)$$

Практически можно ограничиться кубической параболой, которая для градиентного обтекания проницаемой стенки имеет вид

$$\bar{\tau}=1-3\bar{y}^2+2\bar{y}^3+(\Lambda\bar{y}+b_1\bar{u})(1-\bar{y})^2. \quad (8.2.3)$$

Здесь не удовлетворяется условие $\partial^2\tau/\partial y^2=0$ при $\bar{y}=1$; $\Lambda=\dfrac{\delta}{\tau_{\text{ст}}}\dfrac{dp}{dx}$; $b_1=2\bar{j}_1/c_f$ — *параметр проницаемости*, отнесенный к истинному локальному коэффициенту трения; $\bar{j}_1=\rho_1 v_1/(\rho_0 U)$ — отношение массовой скорости вещества, вдуваемого через проницаемую стенку, к массовой скорости потока вне пограничного слоя; индекс «1» относится к среде, проходящей через проницаемую стенку.

Параметр Λ связан с формпараметром f соотношением

$$\Lambda=-2f/(c_f\bar{\delta}^{**}). \quad (8.2.4)$$

Параметры f, Λ, как и число Польгаузена Λ_1 в теории ламинарного пограничного слоя характеризуют *аэродинамическую кривизну* обтекаемой поверхности. Например, геометрически плоская поверхность, помещенная в поток с градиентом скорости основного течения ($dU/dx\neq 0$), является в аэродинамическом смысле криволинейной.

На непроницаемой поверхности ($b_1=0$) при $\Lambda>0$ касательное напряжение достигает максимума на расстоянии от стенки

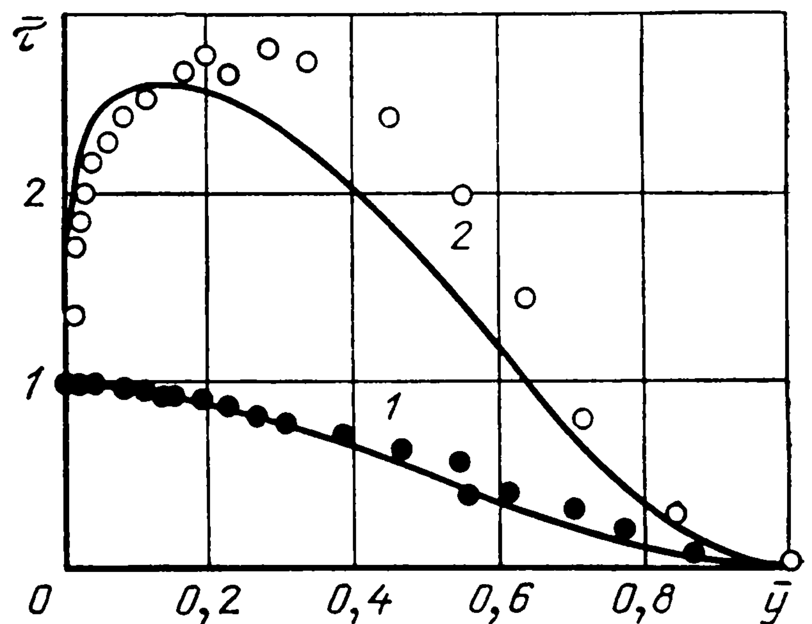
$$\bar{y}_m=\frac{2\Lambda+3}{3\Lambda+6}-\sqrt{\left(\frac{2\Lambda+3}{3\Lambda+6}\right)^2-\frac{\Lambda}{3\Lambda+6}}=\frac{\Lambda}{3\Lambda+6}, \quad (8.2.5)$$

т. е. при $\Lambda\to\infty$ $\bar{y}_m\to 1/3$, а в реальных диффузорных течениях координата максимума τ лежит в интервале $0<\bar{y}_m<1/3$.

На рис. 8.1 показаны зависимости $\bar{\tau}(\bar{y})$ для непроницаемой (*1*) и проницаемой (*2*) пластины при $\Lambda=0$.

Рис. 8.1. Сопоставление результатов расчетов по формуле (8.2.3) с опытными данными Миклея и др.:

● — $\bar{j}_1=0$; ○ — $\bar{j}_1=0{,}003$; $b=1{,}3$



При отсутствии внутренних источников и стоков теплоты ($q_V=0$) аппроксимация профиля тепловых потоков кубической параболой дает формулу

$$\bar{q} = 1 - 3\bar{y}_т^2 + 2\bar{y}_т^3 + b_{1т}\overline{\Delta h}(1-\bar{y}_т)^2, \qquad (8.2.6)$$

где $\bar{q}=q/q_{ст}$; $\bar{y}_т=y/\delta_т$; $b_{1т}=\bar{j}_1/\mathrm{St}$; $\delta_т$ — расчетная толщина теплового пограничного слоя; $\mathrm{St}=q_{ст}/(\rho_0 U\Delta h)$ — число Стентона; Δh — полная разность энтальпий среды у поверхности теплообмена и во внешнем потоке; $\overline{\Delta h}$ — относительная текущая разность энтальпий.

8.3. ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ ГАЗА

У газов и паров число Прандтля лежит в пределах $0{,}5<\mathrm{Pr}<1$, и при подобном задании граничных условий (в частности, $T_{ст}=\mathrm{const}$) с хорошей точностью можно принять подобие между энтальпией торможения и скоростью течения газа

$$\bar{u} = (h^* - h_{ст})/(h^*_{ст} - h_{ст}), \qquad (8.3.1)$$

где $h^*_{ст} = h_0\left(1 + r\,\dfrac{\gamma-1}{2}\,\mathrm{M}^2\right)$ — энтальпия торможения на стенке; $r \approx \mathrm{Pr}^{0{,}33}$ — коэффициент восстановления энтальпии (температуры).

При $\mathrm{Pr}=1$ (Крокко, 1932 г.)

$$\bar{h}=\psi-\Delta\psi\bar{u}-(\psi^*-1)\bar{u}^2, \qquad (8.3.2)$$

где $\bar{h}=h/h_0$ — текущее относительное значение энтальпии в пограничном слое; $\psi=h_{ст}/h_0$ — энтальпийный (температурный) фактор; $\psi^*=h^*_{ст}/h_0$ — кинетический энтальпийный (температурный) фактор; $\Delta\psi=\psi-\psi^*$ — фактор теплообмена (при $\Delta\psi=0$ поверхность тела адиабатна, при $\Delta\psi>0$ тело отдает теплоту газу, при $\Delta\psi<0$ тело воспринимает теплоту от газа).

Поскольку у газов в широком интервале температур $c_p\approx\mathrm{const}$, то (8.3.2) справедливо и для температур: $\bar{h}=T/T_0$, $\psi=T_{ст}/T_0$, $\psi^*=T^*_{ст}/T_0$.

При $c_p\neq\mathrm{const}$ коэффициент теплоотдачи определяется по разности энтальпий, при $c_p=\mathrm{const}$ — по разности температур — см. (6.2.7).

При таком определении коэффициента теплоотдачи в формулу (8.2.6) вместо $\overline{\Delta h}$ следует подставлять $\overline{\Delta T}$, и тогда выражение для фактора проницаемости примет вид $b_{1T} = \frac{c_{p_1} \bar{j}_1}{c_{p_0} \mathrm{St}}$.

Вследствие приближенного подобия полей скоростей и энтальпий имеет место аналогия Рейнольдса, или, точнее, практическое равенство относительных изменений чисел Стентона и коэффициентов трения

$$\Psi_S = \mathrm{St}/\mathrm{St}_0 = \Psi = c_f/c_{f_0}, \tag{8.3.3}$$

где индекс «0» означает некоторые стандартные условия. Должны быть также оговорены и условия сопоставления, например при $\mathrm{Re}^{**} = \mathrm{idem}$ для трения и $\mathrm{Re}_T^{**} = \mathrm{idem}$ для теплообмена.

Числа Стентона для различных определений коэффициента теплоотдачи приведены в формуле (6.2.8).

8.4. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЗАКОНЫ ТРЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ГАЗА

Эти законы строго справедливы при числах $\mathrm{Re} \to \infty$, но практически могут с успехом применяться и при конечных значениях чисел Рейнольдса пограничного слоя.

Продольное обтекание неизотермическим потоком газа гладкой непроницаемой пластины (точно — при $\mathrm{Pr} = 1$, $dp/dx = 0$, $\mathrm{Re} \approx \infty$):

$$\Psi(\psi^* - 1) = \left[\arcsin \frac{\psi + \psi^* - 2}{\sqrt{(\psi + \psi^*)^2 - 4\psi}} - \arcsin \frac{\psi - \psi^*}{\sqrt{(\psi + \psi^*)^2 - 4\psi}}\right]^2; \tag{8.4.1}$$

при дозвуковом обтекании (точно — при $M \to 0$, $\psi^* \to 1$)

$$\Psi = \left(\frac{2}{1 + \sqrt{\psi}}\right)^2; \tag{8.4.2}$$

при обтекании адиабатной поверхности сжимаемым потоком ($\psi = \psi^*$)

$$\Psi_M(\psi^* - 1) = \left(\arcsin \sqrt{\frac{\psi^* - 1}{\psi^*}}\right)^2. \tag{8.4.3}$$

На рис. 8.2 показан характер этих зависимостей.

Продольное дозвуковое обтекание равномерно проницаемой пластины (точно — при $\mathrm{Pr} = 1$, $dp/dx = 0$, $\mathrm{Re} \approx \infty$):

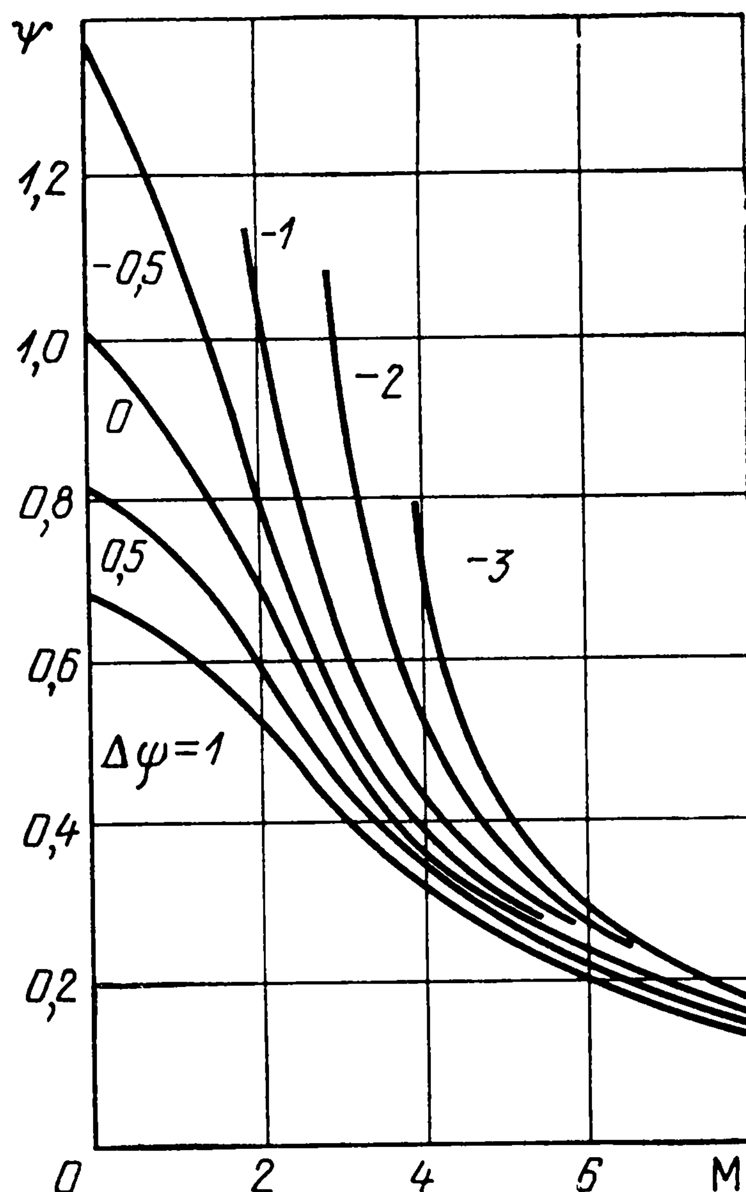
$$\psi_1 < 1: \Psi = \frac{4}{b_1(1 - \psi_1)} \left[\ln \frac{\sqrt{(1 - \psi_1)(1 + b_1)} + \sqrt{b_1}}{\sqrt{(1 - \psi_1)} + \sqrt{b_1 \psi_1}}\right]^2; \tag{8.4.4}$$

$$b_{\text{кр}} = \frac{1}{1 - \psi_1} \left(\ln \frac{1 + \sqrt{1 - \psi_1}}{1 - \sqrt{1 - \psi_1}}\right)^2; \tag{8.4.5}$$

$$\psi_1 > 1: \Psi = \frac{4}{b_1(\varphi_1 - 1)} \left[\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{(\psi_1 - 1)(1 + b_1)}{b_1}} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{\psi_1 - 1}{b_1 \psi_1}}\right]^2; \tag{8.4.6}$$

$$b_{\text{кр}} = \frac{1}{\psi_1 - 1} \left(\arccos \frac{2 - \psi_1}{\psi_1}\right)^2, \tag{8.4.7}$$

Рис. 8.2. Зависимость относительного коэффициента трения от числа Маха и фактора теплообмена $\Delta\bar{\psi}$



где $\psi_1 = \rho_0/\rho_1$ — отношение плотностей газа вне пограничного слоя и в непосредственной окрестности проницаемой поверхности ($y=0$, $\rho=\rho_1$); $b_{кр}$ — критическое значение фактора проницаемости ($b=b_{кр}$, $\Psi=0$).

Для однородного квазиизотермического пограничного слоя ($\psi_1=\psi=1$)

$$\Psi = \left(1 - \frac{b}{4}\right)^2;$$

$$b_{кр} = 4; \quad \bar{j}_{1кр} = 2c_{f_0}. \qquad (8.4.8)$$

Для *неоднородного* пограничного слоя, если $\bar{R}=R_1/R_0$ — отношение удельных газовых постоянных газа, вдуваемого через проницаемую стенку в пограничный слой, и газа основного потока, справедливы следующие формулы:

изотермический пограничный слой

$$\psi_1 = 1 + \frac{b_1}{1+b_1}(\bar{R}-1);$$

неизотермический пограничный слой газов одинаковой атомности

$$\psi_1 = \psi\left[1 + \frac{b_1}{1+b_1}(\bar{R}-1)\right].$$

Для практических расчетов можно пользоваться аппроксимирующей зависимостью[1]

$$\Psi \approx \frac{4}{\psi^*-1}\left[\frac{(1-\bar{b})\arcsin\sqrt{\frac{\psi^*-1}{\psi^*}}}{1+\sqrt{\psi}}\right]^2, \qquad (8.4.9)$$

где $\bar{b}=b/(b_{кр}\Psi_M)$ — относительное значение фактора проницаемости.

---

[1] **Выражения (8.4.4)—(8.4.9)** в научной литературе известны как формулы Кутателадзе — Леонтьева. (*Прим. ред.*)

8.5. РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУР И СКОРОСТЕЙ В ТУРБУЛЕНТНОМ ЯДРЕ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ГАЗА

При $\Pr \approx 1$ и $dp/dx \approx 0$ для *непроницаемой* продольно обтекаемой пластины в области $y > y_1$:

$$\bar{T} = T/T_0 = 1 + (\psi^* - 1)(1 - \bar{u}^2) + \Delta\psi(1 - \bar{u}); \qquad (8.5.1)$$

$$\bar{u} = Z_1 + Z_2 \sin\left(Z_3 + Z_4 \ln\frac{y}{y_1}\right), \qquad (8.5.2)$$

где

$$Z_1 = \frac{\psi^* - \psi}{2(\psi^* - 1)}; \quad Z_2 = \frac{\sqrt{4(\psi^* - 1)\psi + (\psi - \psi^*)^2}}{2(\psi^* - 1)};$$

$$Z_3 = \arcsin\frac{2(\psi^* - 1)\bar{u}_1 + \psi - \psi^*}{\sqrt{4(\psi^* - 1)\psi + (\psi - \psi^*)^2}}; \quad Z_4 = 2{,}5\sqrt{(\psi^* - 1)c_f};$$

$\bar{u}_1$ — относительная скорость на границе вязкого подслоя ($y = y_1$).

В пограничном слое на *проницаемой* пластине в точке оттеснения потока

$$\int_{\bar{u}_1}^{\bar{u}} \left(\frac{\bar{\rho}}{\bar{u}}\right)^{1/2} d\bar{u} = 2{,}5\sqrt{\bar{j}_{\text{кр}}}\ln\bar{y}; \qquad (8.5.3)$$

при больших числах Рейнольдса (точно — при $\text{Re} \approx \infty$) в области $y > y_1$

$$\bar{u} = \left(1 + 2{,}5\sqrt{\frac{c_f}{2}}\ln\bar{y}\right)^2. \qquad (8.5.4)$$

Значения формпараметров, входящих в интегральные уравнения импульсов и энергии, для квазиизотермического турбулентного пограничного слоя на проницаемой пластине приведены в табл. 8.2.

Таблица 8.2. **Значения параметров H и $\bar{\delta}^{**}$**

H; $\bar{\delta}^{**}$	Re**				
	$2\cdot10^3$	10^4	10^5	10^6	∞
H при $b=0$	1,28	1,23	1,18	1,15	1
$\bar{\delta}^{**}$ при $b=0$	0,0859	0,0756	0,0652	0,0569	0
H при $b=b_{\text{кр}}$	1,53	1,44	1,40	1,33	1
$\bar{\delta}^{**}$ при $b=b_{\text{кр}}$	0,1274	0,117	0,105	0,095	0
H/H_0	1,19	1,17	1,18	1,15	1
$\bar{\delta}^{**}/\bar{\delta}_0^{**}$	1,49	1,55	1,605	1,668	1

8.6. ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ЗАКОНЫ ТРЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ГАЗА ПРИ КОНЕЧНЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

При *конечных числах Рейнольдса* относительные законы трения и теплообмена могут применяться при условии сопоставления функций Ψ и Ψ_s для $Re^{**}=\mathrm{idem}$ и $Re_т^{**}=\mathrm{idem}$ соответственно. В первом приближении зависимость Ψ от возмущающих факторов ψ, ψ^*, b и других факторов может не учитываться. При желании более детально учесть влияние конечности чисел Re на функции Ψ (например, при $\psi<1$) практически можно ограничиться приближением в форме аппроксимации, аналогичной (8.4.9):

$$\Psi \approx \Psi_\psi \Psi_М \Psi_b, \tag{8.6.1}$$

где

$$\Psi_\psi = 4\left[\frac{1-\sqrt{\psi-(\psi-1)\bar{u}_1}}{(1-\psi)(1-\bar{u}_1)}\right]^2; \tag{8.6.2}$$

$$\Psi_М = (\psi^*-1)^{-1}(1-\bar{u}_1)^{-2}\left[\arcsin\frac{\psi^*-1}{\sqrt{\psi^{*2}-\psi^*}} - \arcsin\frac{(\psi^*-1)\bar{u}}{\sqrt{\psi^{*2}-\psi^*}}\right]^2; \tag{8.6.3}$$

$$\Psi_b = (1-\bar{b})^2; \quad b_{кр} = b_{кр,\infty}[1+0{,}83(Re^{**})^{-0{,}14}]. \tag{8.6.4}$$

В последней формуле $b_{кр,\infty}$ рассчитывается по (8.4.5) и (8.4.7) при $Re^{**}\approx\infty$ или по формуле

$$b_{кр,\infty} \approx 12(1+2\psi_1)^{-1}\Psi_М. \tag{8.6.5}$$

Для однородного дозвукового пограничного слоя газа на пластине значения $b_{кр}$ приведены в табл. 8.3.

При течении с $dp/dx \neq 0$ величина $b_{кр}$ является функцией формпараметра Λ.

Расчетное значение скорости течения на границе вязкого подслоя определяется по значениям Ψ — функций при $Re\to\infty$:

$$\bar{u}_1 = 8{,}2\sqrt{\Psi_\psi \Psi_М c_{f_0}}. \tag{8.6.6}$$

Пример. Оценить влияние отдельных возмущающих факторов для пограничного слоя воздуха на непроницаемой, продольно обтекаемой пластине

Таблица 8.3. **Значения $b_{кр}$ для однородного пограничного слоя**

ψ	Re^{**}			
	$2\cdot10^3$	10^4	10^6	∞
0,25	11,6	11,0	10,0	9,25
0,50	7,96	7,54	6,87	6,21
1	5,18	4,92	4,48	4,00
2	3,23	3,06	2,79	2,47
4	1,92	1,83	1,67	1,46

в сечении, где $\mathrm{Re}^{**}=10^3$, при условиях: $T_{ст}=400$ K, $T_0=220$ K, $U=500$ м/с. Течение при заданном значении числа Рейнольдса, рассчитанного по толщине потери импульса, заведомо турбулентное. При заданной температуре внешнего потока $\mathrm{Pr}=0{,}73$, показатель адиабаты $\gamma=1{,}4$, массовая теплоемкость при постоянном давлении $c_p=1006$ Дж/(кг·K). Здесь уместно заметить, что размерность теплоемкости Дж/(кг·K) $=$ м²/(с²·K). В обычных тепловых расчетах такая запись физически не отчетлива, но делает ясной формулу для скорости звука в газе

$$a_* = \sqrt{c_p(\gamma-1)T}.$$

В данном случае: $a_* = \sqrt{1006\cdot(1{,}4-1)220} = 297{,}5$ м/с; температурный фактор $\psi = 400/220 = 1{,}81$; коэффициент восстановления температуры $r=\sqrt[3]{0{,}73} = 0{,}9$; число Маха внешнего потока $M = 500/297{,}5 = 1{,}68$; кинематический температурный фактор $\psi^* = 1+0{,}9\,\dfrac{1{,}4-1}{2}\cdot 1{,}68^2 = 1{,}5$. Для оценки значений Ψ—функций трения и теплообмена определим величину c_{f_0} по формуле (8.1.2):

$$c_{f_0} = 2(2{,}5\ln 1000+3{,}8)^{-2} = 0{,}0045.$$

Значение $\bar{u}_1$ по формуле (8.6.6) при значениях Ψ по (8.4.2) и (8.4.3) при $\mathrm{Re}\approx\infty$:

$$\Psi_\psi = \left(\frac{2}{1+\sqrt{1{,}81}}\right)^2 = 0{,}727;\quad \Psi_M = (1{,}5-1)^{-1}\times$$

$$\times\left(\arcsin\sqrt{\frac{1{,}5-1}{1{,}5}}\right)^2 = 0{,}757;$$

$$\bar{u}_1 = 8{,}2\sqrt{0{,}727\cdot 0{,}757\cdot 0{,}0045} = 0{,}408.$$

Подставляя это значение $\bar{u}_1$ в формулы (8.6.2) и (8.6.3), получим:

$$\Psi_\psi = 4\left[\frac{1-\sqrt{1{,}81-(1{,}81-1)\cdot 0{,}408}}{(1-1{,}81)(1-0{,}408)}\right]^2 = 0{,}814;$$

$$\Psi_M = (1{,}5-1)^{-1}(1-0{,}408)^{-2}\left[\arcsin\frac{1{,}5-1}{\sqrt{1{,}5^2-1{,}5}}\right. -$$

$$\left. -\arcsin\frac{(1{,}5-1)\cdot 0{,}408}{\sqrt{1{,}5^2-1{,}5}}\right]^2 = 0{,}813;$$

$$\Psi = 0{,}814\cdot 0{,}813 = 0{,}661.$$

Таким образом, в рассматриваемом случае неизотермичность, обусловленная теплообменом ($T_{ст}\neq T^*_{ст}$) и сжимаемостью ($M>1$), снижает интенсивность теплообмена и аэродинамического трения примерно на треть по сравнению с изотермическим обтеканием при тех же параметрах невозмущенного потока.

8.7. ЧАСТНЫЕ РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СООТНОШЕНИЙ ИМПУЛЬСОВ И ЭНЕРГИИ

При продольном обтекании проницаемой пластины неограниченным потоком $U = \text{const}$ и все безразмерные параметры аэродинамической кривизны (f, Λ и т. п.) равны нулю. Уравнение импульсов принимает вид

$$\frac{d\,\text{Re}^{**}}{d\,\text{Re}_x} = (\Psi + b)\frac{c_{f_0}}{2}, \tag{8.7.1}$$

где $\text{Re}_x = Ux/\nu_0$ — текущее число Рейнольдса, построенное по расстоянию от сечения, соответствующего началу развития пограничного слоя; c_{f_0} — коэффициент трения при $\Psi = 1$, $b = 0$ и данном значении Re^{**}.

Заменяя в (8.7.1) Ψ, Re^{**} и b на

$$\Psi_s = \text{St}/\text{St}_0; \quad \text{Re}_\text{т}^{**} = U\delta_\text{т}^{**}/\nu_0; \quad b_\text{т} = \bar{j}_1/\text{St}_0, \tag{8.7.2}$$

получаем интегральное соотношение энергии для квазиизотермического пограничного слоя на проницаемой пластине.

На проницаемой пластине область существования турбулентного пограничного слоя определяется соотношениями:

$$\Psi = -b, \quad \frac{d\delta^{**}}{dx} = 0; \quad \Psi = 0, \quad \frac{d\delta^{**}}{dx} = \bar{j}_1. \tag{8.7.3}$$

При $\psi_1 = \psi^* = 1$ и $\text{Re} \approx \infty : b = -4, \quad \frac{d\delta^{**}}{dx} = 0; \quad b = 4, \quad \frac{d\delta^{**}}{dx} = 2c_{f_0}$.

Для степенного закона трения (или теплоотдачи) вида (8.1.3) и турбулентного пограничного слоя, растущего от нулевой толщины на передней кромке пластины ($x = 0$, $\delta = 0$), при $b = \text{const}$

$$\text{Re}^{**} = \left[\frac{1+m}{2} B \left(1 + \frac{b}{4}\right)^2 \text{Re}_x\right]^{\frac{1}{1+m}}. \tag{8.7.4}$$

Для этих условий связь между параметрами, заданными при Re^{**} и Re_x, устанавливается формулами:

$$\left.\begin{aligned} \Psi_x &= (c_f/c_{f_0})_{\text{Re}_x} = \Psi(\Psi + b)^{-m_1}; \\ b_x &= 2\bar{j}_1/c_{f_{0x}} = b(\Psi + b)^{-m_1}. \end{aligned}\right\} \tag{8.7.5}$$

При больших числах Re_x:

$$\left.\begin{aligned} \Psi_x &= (1 - 0{,}25b)^2(1 + 0{,}25b)^{-2m_1}; \\ b_x = b(1 + 0{,}25b)^{-2m_1}&; \quad 4^{1-m_1} > b_x > -\infty; \\ b_x \to -\infty&; \quad \Psi_x \to -b_x. \end{aligned}\right\} \tag{8.7.6}$$

Таким образом, при интенсивном отсосе и для ламинарного, и для турбулентного пограничных слоев имеет место одна и та же асимптотическая закономерность (рис. 8.3):

$$j_1 \to -\infty; \quad \tau_\text{ст} \to -j_1 U. \tag{8.7.7}$$

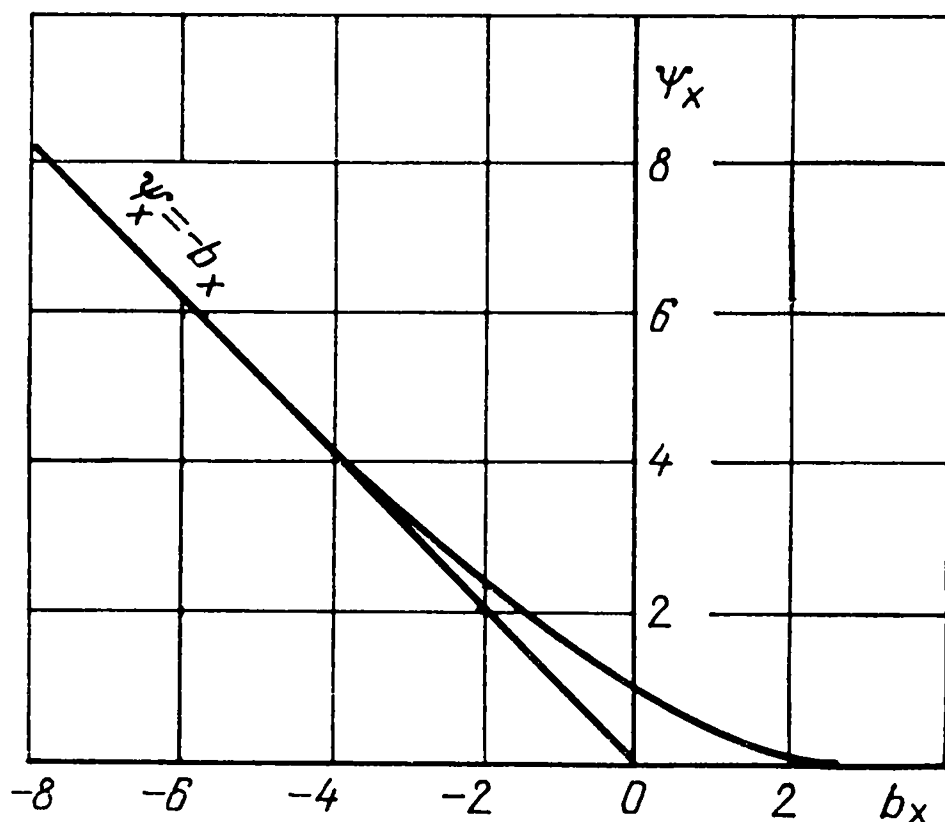


Рис. 8.3. Зависимость Ψ_x от b_x, построенная по предельному закону трения при $m_1 = 0{,}2$

Для расчета теплообмена по интегральным соотношениям энергии необходимо задавать значения St_0. В качестве примера определим значения коэффициентов в формуле

$$St = \frac{B}{2} Pr^{-k} Re_T^{**-m} = \frac{B_1}{2} Pr^{-k_1} Re_x^{-m_1}. \qquad (8.7.8)$$

Экспериментальные коэффициенты в формуле (8.1.6) получены при условиях: $x=0$, $\delta=0$, $T_{ст}=\text{const}$, $T_0=\text{const}$, $\psi=\psi^*\approx 1$.

В этом случае

$$\frac{d\,Re_T^{**}}{d\,Re_x} = St; \quad Re_T^{**} = \left[\frac{B}{2}(1+m) Pr^{-k} Re_x\right]^{\frac{1}{1+m}}. \qquad (8.7.9)$$

Подставляя это значение Re_T^{**} в (8.7.8), находим, что

$$m_1 = \frac{m}{1+m}; \quad k_1 = \frac{k}{1+m}; \quad B = B_1^{1+m}\left(\frac{1+m}{2}\right)^m. \qquad (8.7.10)$$

Учитывая, что $St = Nu_x/(Re_x Pr)$, найдем из (8.1.6) значения: $B_1 = 0{,}0576$; $k_1 = 0{,}6$; $m_1 = 0{,}2$, чему соответствуют значения: $B = 0{,}025$; $k = 0{,}75$; $m = 0{,}25$.

Таким образом, в области умеренных чисел Рейнольдса для турбулентного пограничного слоя на пластине можно пользоваться формулой ($\psi = 1$, $b = 0$)

$$St_0 = 0{,}0125 Pr^{-0{,}75} Re_T^{**^{-0{,}25}}. \qquad (8.7.11)$$

Из уравнения энергии в общем виде (6.2.12) при $q_{ст} = \text{const}$, $\psi = \psi^* = 1$ следует:

$$Re_T^{**} = \left[\frac{B}{2} Pr^{-k} Re_L\, q_{ст}^{-1} \int\limits_{\bar{x}_0}^{\bar{x}} q_{ст}\, d\bar{x}\right]^{\frac{1}{1+m}};$$

$$x_0 = 0; \quad \delta = 0; \quad St_x = 0{,}0306 Pr^{-0{,}6} Re_x^{-0{,}2}, \qquad (8.7.12)$$

где x_0 — начало участка теплообмена.

Для случая $T=\text{const}$, $T_{\text{ст}}=T_0+C\bar{x}$, $\psi=\psi^*=1$:

$$\text{Re}_{\text{т}}^{**}=\frac{1}{\Delta T}\left[\frac{B}{2}\,\text{Pr}^{-k}(1+m)\text{Re}_L\int_{\bar{x}_0}^{\bar{x}}\Delta T^{1+m}\,d\bar{x}\right]^{\frac{1}{1+m}};$$

$$x_0=0;\ \delta=0;\ \text{St}_x=0{,}0338\text{Pr}^{-0{,}6}\text{Re}_x^{-0{,}2}. \quad (8.7.13)$$

Здесь выражения для $\text{Re}_{\text{т}}^{**}$ даны в общей форме для любых n и m, а выражения для St_x — для практически приемлемых значений этих показателей степеней в (8.7.8).

8.8. ТЕЧЕНИЕ С ПРОДОЛЬНЫМ ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ

При *диффузорном* течении c_f уменьшается с увеличением диффузорности

$$\partial p/px>0:\ \partial U/\partial x<0,\ f<0,\ \partial c_f/\partial f>0;\ f=f_{\text{кр}},\ c_f=0. \quad (8.8.1)$$

При *конфузорном* течении c_f увеличивается с возрастанием конфузорности

$$\partial p/\partial x<0:\partial U/\partial x>0,\ f>0,\ \partial c_f/\partial f>0. \quad (8.8.2)$$

При большой конфузорности наблюдается *эффект квазиламинаризации* турбулентного пограничного слоя (рис. 8.4).

Относительное изменение коэффициентов трения можно рассчитывать по аппроксимационной формуле (строго говоря, при слабой аэродинамической кривизне)

$$\Psi=\Psi_{\psi}\Psi_{\text{M}}\Psi_b\Psi_f. \quad (8.8.3)$$

Первые три сомножителя определяются по формулам (8.6.2)—(8.6.4) и практически одинаковы для величин Ψ и Ψ_s. Фактор аэродинамической кривизны Ψ_f не одинаков для трения и тепломассообмена. Значения Ψ_f и Ψ_{sf} приведены на рис. 8.5.

Параметры однородного изотермического пограничного слоя в *расчетной точке отрыва* от непроницаемой гладкой поверхности:

$$\bar{u}\approx\bar{y}^{1/2};\ \bar{\delta}^*\approx 1/3;\ \bar{\delta}^{**}\approx 1/6;\ H\approx 2;\ f_{\text{кр}}\approx -0{,}0066. \quad (8.8.4)$$

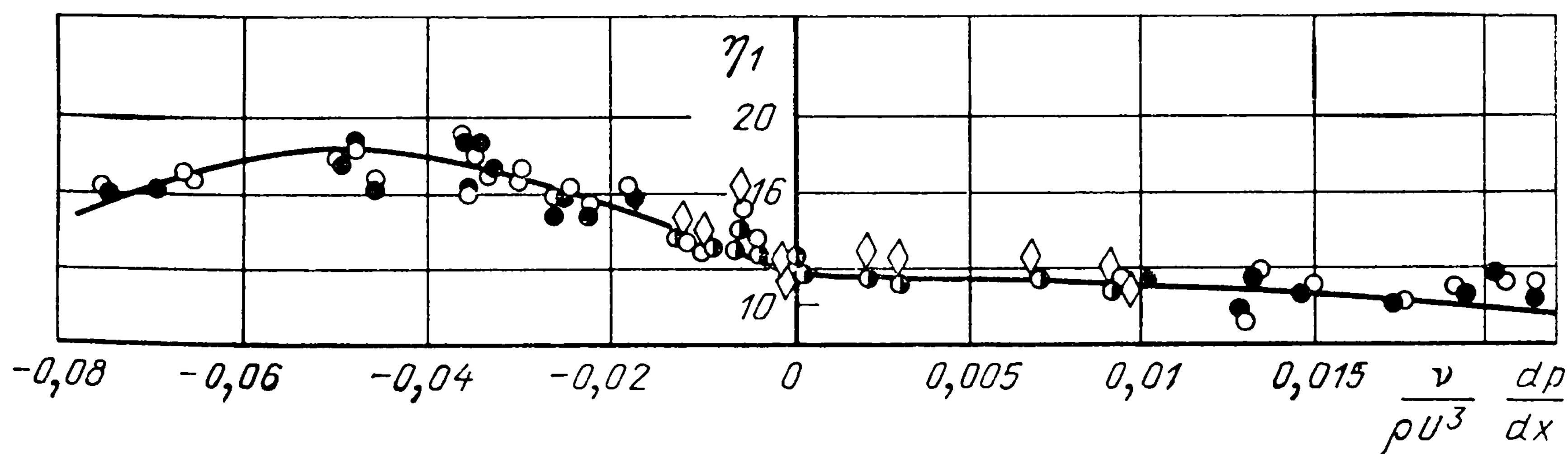


Рис. 8.4. Изменение безразмерной толщины вязкого подслоя $\eta_1=v^*_{\text{ст}}y_1/\nu$ при различных градиентах давления в изотермическом пограничном слое (по опытам Е. У. Репика):

●, ○ — dp/dx=var; ◇, ◑ — $dp/dx\approx$ c osnt

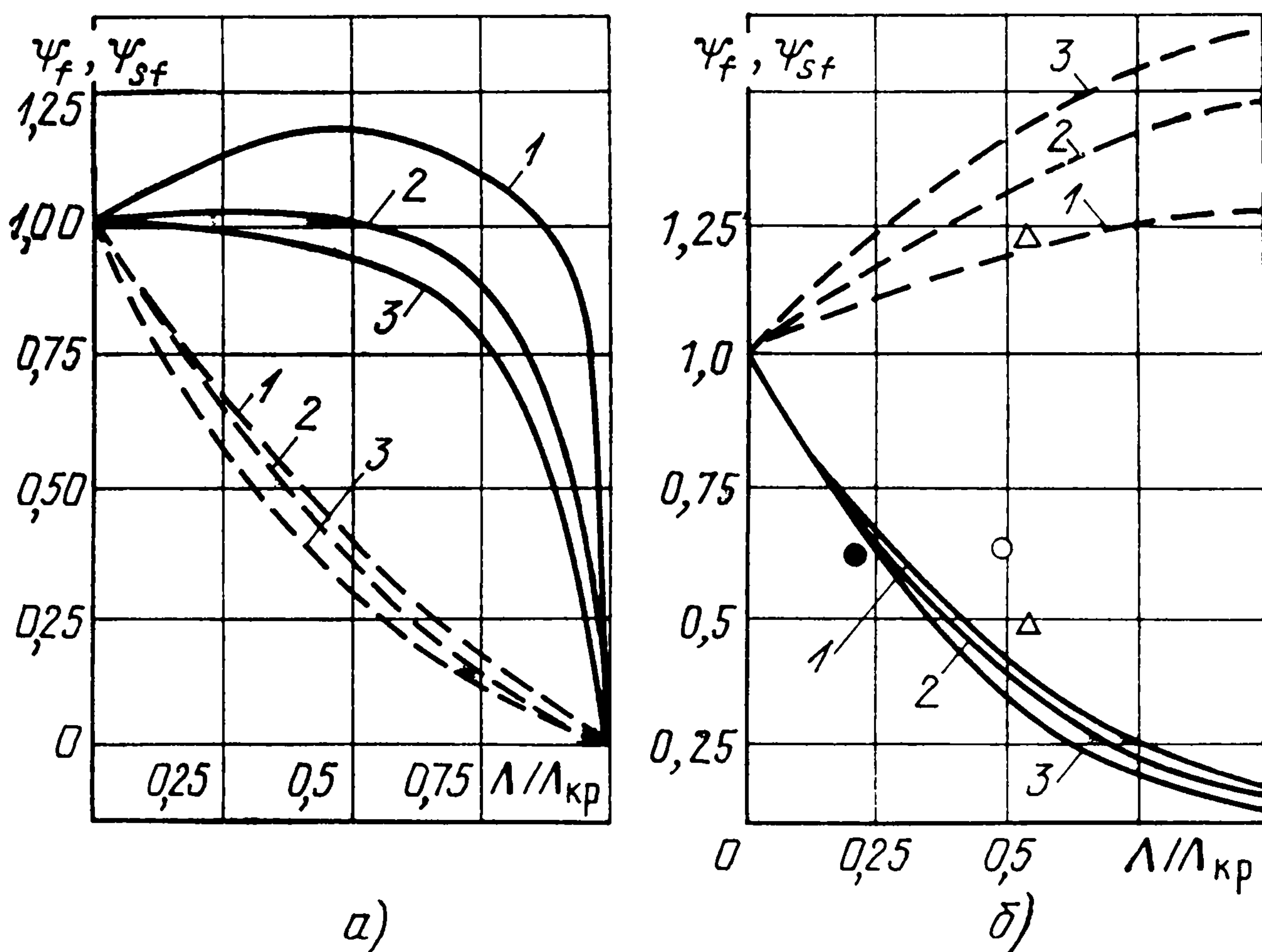


Рис. 8.5. Относительные законы трения (— — —) и теплообмена (——) при положительном (*а*) и отрицательном (*б*) градиентах давления:
1 — $\mathrm{Re}^{**}=10^3$; *2* — 10^4; *3* — 10^5; $\Lambda_{кр}$ — значение параметра в точке отрыва

В реальных течениях отрыв фиксируется в области значений формпараметра $1{,}8<H<3$. В диффузорной области течения ($f<0$):

$$H \approx H_0(1+0{,}75\bar{\Lambda}_0);\quad \Psi_f \approx (1-\bar{\Lambda}_0)^{1{,}54};\quad \bar{\Lambda}_0=\Lambda_0/\Lambda_{0кр}. \qquad (8.8.5)$$

Влияние неизотермичности на параметры отрыва оценивается по формулам:

$$\bar{\Lambda}_{кр}=\frac{\Lambda_{кр}}{\Lambda_{0кр}}=\frac{f_{кр}\bar{\delta}^{**}_{0кр}}{f_{0кр}\bar{\delta}^{**}_{кр}}\approx \Psi_\psi\,\Psi_M;$$

$$M<1,\ \psi<1:\ H_{кр}\approx H_{0кр}\psi;\ f_{кр}\approx f_{0кр}\psi^{-0{,}8};$$

$$M<1,\ \psi>1:\ H_{кр}=H_{0кр}+1{,}32(\psi-1);\ f_{кр}=f_{0кр}\psi^{-1};$$

$$M>1,\ \Delta\psi<0:\ H_{кр}\approx 2{,}41\psi^*+1{,}38\Delta\psi-0{,}52. \qquad (8.8.6)$$

Влияние неизотермичности на формпараметры $f_{кр}$ и $H_{кр}$ иллюстрируют рис. 8.6 и 8.7.

Распределение числа Re^{**}_{00} вдоль плоского турбулентного пограничного слоя газа вычисляется по формуле

$$\mathrm{Re}^{**}_{00}\approx \exp\left(\frac{-J}{1+m}\right)\left\{\frac{B}{2}(1+m)\,\mathrm{Re}_{00}\times\right.$$
$$\left.\times\int\limits_{\bar{x}_0}^{\bar{x}}[\Psi_\psi\Psi_M\bar{\mu}^m\bar{U}(1-\bar{U}^2)^{\frac{1}{\gamma-1}}\exp J]\,d\bar{x}+C\right\}^{\frac{1}{1+m}}. \qquad (8.8.7)$$

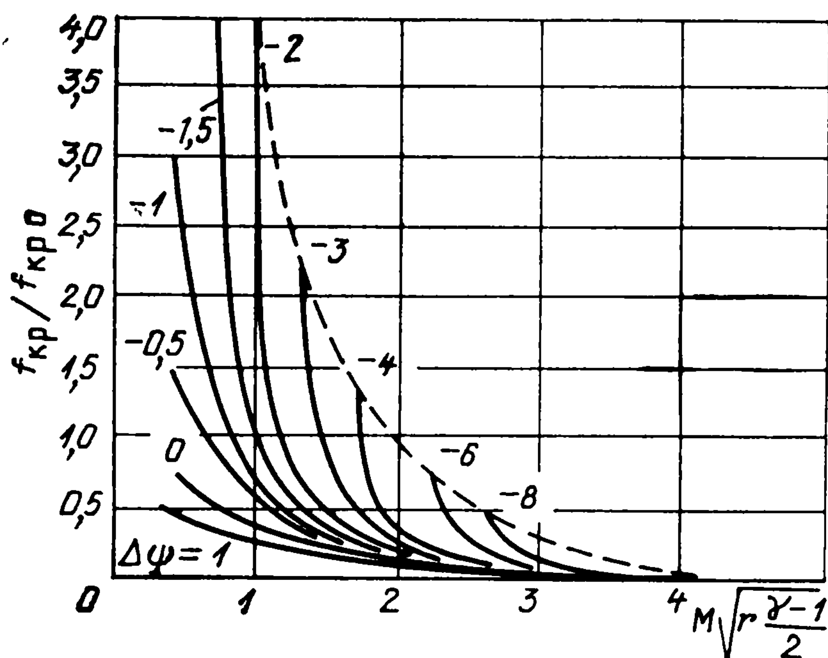


Рис. 8.6. Влияние сжимаемости и теплообмена на параметр отрыва пограничного слоя

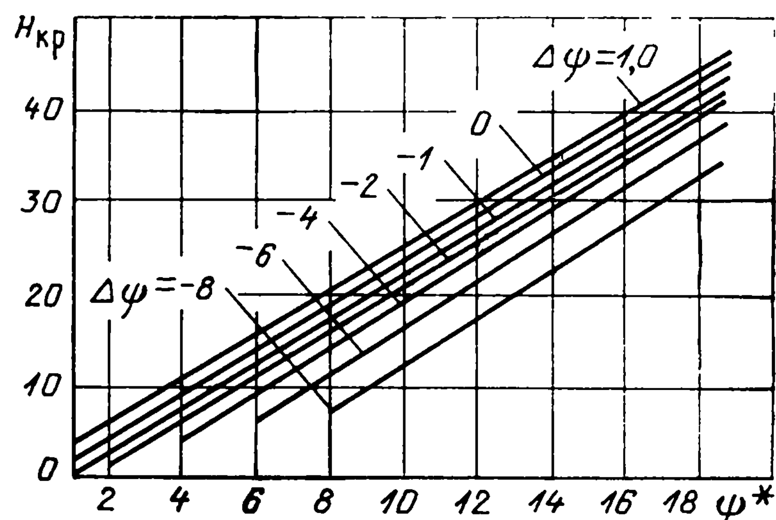


Рис. 8.7. Влияние сжимаемости и теплообмена на формпараметр $H_{кр}$

Здесь

$$\mathrm{Re}_{00}^{**} = U\rho_0\delta^{**}/\mu_{00}; \quad \mathrm{Re}_{00} = U_m L/\nu_{00}; \quad \overline{U} = U/U_m;$$

$$J = (1+m)\int (1 + H_{кр}) \frac{dU}{U}; \quad \overline{\mu} = \mu_{ст}/\mu_{00};$$

$$\nu_{00} = \mu_{00}/\rho_{00}; \quad \rho_{00} = p_{00}/(R_0 T_0^*); \quad U_m = \sqrt{2h_{00}};$$

p_{00} — полное давление; T_0^* — температура торможения при скорости U; индекс «00» означает, что величина определена при температуре T_0^*; R_0 — удельная газовая постоянная; ρ_0 — плотность газа при термодинамической температуре вне пограничного слоя T_0. Все параметры относятся к поперечному сечению пограничного слоя с координатой x. Константа интегрирования

$$C = (\mathrm{Re}_{00}^{**\,1+m} e^{J})_{\bar{x}_0}; \quad x = 0, \quad \delta = 0 : C = 0. \tag{8.8.8}$$

Если турбулентному пограничному слою предшествует ламинарный пограничный слой, то в сечении $\bar{x}_0$ принимается значение Re_{00}^{*}, рассчитанное по предшествующему участку пограничного слоя.

Локальное значение коэффициента трения

$$c_f = \Psi_\phi \Psi_M \Psi_f B\, \mathrm{Re}_{ст}^{**\,-n}, \tag{8.8.9}$$

где $\mathrm{Re}_{ст}^{**} = \mathrm{Re}_{00}^{**}/\overline{\mu}$.

Формпараметр f подсчитывается по формуле

$$f = \frac{\mathrm{Re}_{00}^{**}}{\mathrm{Re}_{00}} \frac{(1-\overline{U}^2)^{1/(1-\gamma)}}{\overline{U}^2} \frac{d\overline{U}}{d\bar{x}}. \tag{8.8.10}$$

Для *осесимметричного* пограничного слоя

$$\mathrm{Re}_{00}^{**} \approx \bar{U}^{-h_1} R_x^{-1} \left[\frac{1+m}{2} B\, \mathrm{Re}_{00} \int\limits_{\bar{x}_0}^{\bar{x}} \Psi_\phi \Psi_M \bar{\mu}^m \bar{U}^{h_2} R_x^{1+m} (1-\bar{U}^2)^{1/(\gamma-1)} d\bar{x} + C \right]^{1/(1+m)}, \tag{8.8.11}$$

где $h_1 = 1 + H_{кр}$; $h_2 = 1 + (1+m) H_{кр}$; $H_{кр} \approx \mathrm{const}$; R_x — текущий радиус тела или канала.

При течении газа в сопле

$$\bar{U}(1-\bar{U}^2)^{1/(\gamma-1)} = \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right)^{1/2} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{1/(\gamma-1)} \frac{\Omega_{кр}}{\Omega_x}, \tag{8.8.12}$$

где $\Omega_{кр}$ — площадь критического поперечного сечения сопла; Ω_x — текущая площадь поперечного сечения сопла.

Расчет теплового пограничного слоя без внутренних источников ($q_V = 0$) для *плоского* течения осуществляется по формуле

$$\mathrm{Re}_{т00}^{**} = \frac{1}{\Delta h_\Sigma} \left\{ \frac{(1+m) B}{2\mathrm{Pr}^n} \mathrm{Re}_{00} \int\limits_{\bar{x}_0}^{\bar{x}} \Psi \bar{\mu}^m \bar{U} (1-\bar{U}^2)^{1/(\gamma-1)} \Delta h_\Sigma^{1+m} d\bar{x} + (\mathrm{Re}_{т00}^{**} \Delta h_\Sigma)_{\bar{x}_0}^{1+m} \right\}^{1/(1+m)}, \tag{8.8.13}$$

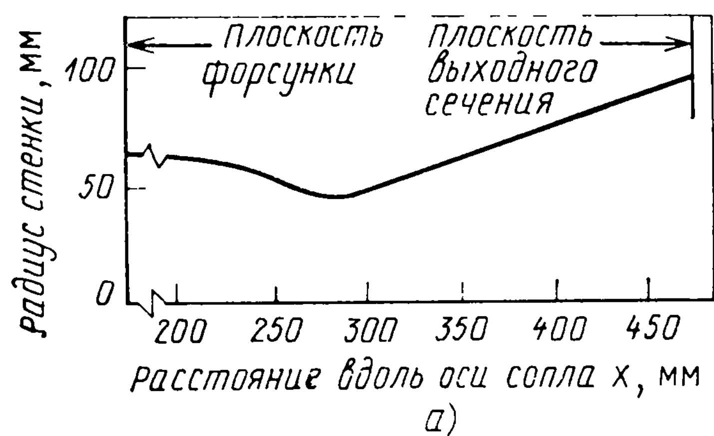
где $\Delta h_\Sigma = h_{\Sigma,ст} - h^*_{\Sigma,ст}$ — разность полных энтальпий на стенке при теплообмене и при $q_{ст} = 0$; для *осесимметричного* течения вместо Δh_Σ вводится $\bar{D} \Delta h_\Sigma$.

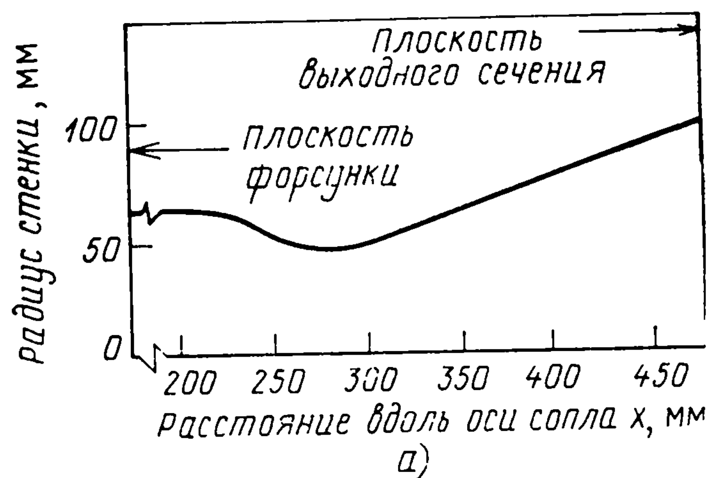
Локальные значения интенсивности теплообмена определяются по формуле

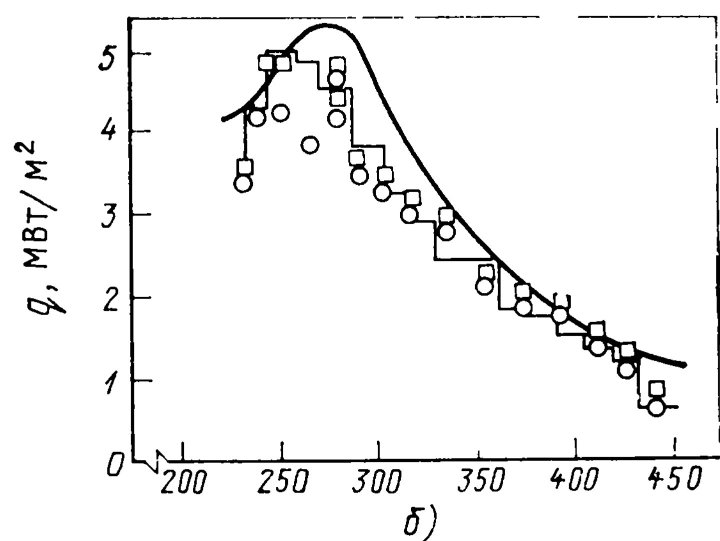
$$\mathrm{St} = \frac{\Psi B}{2\mathrm{Pr}^n \mathrm{Re}_{т,ст}^{**\,n}}; \quad \Psi = \Psi_\phi \Psi_M. \tag{8.8.14}$$

Пример 1. Рассчитать распределение плотности теплового потока по длине сопла жидкостного реактивного двигателя при следующих исходных параметрах: давление в форкамере $p = 6{,}91 \cdot 10^5$; $14{,}25 \cdot 10^5$ Па; характеристическая скорость $U_{макс} = 1617$; 1653 м/с; температура стенки сопла $T_{ст} = 1348$ K; коэффициент восстановления температуры $r = 0{,}9$; топливо — N_2H_4 и N_2O_4 в отношении 1 : 1; показатель адиабаты $\gamma = 1{,}22$; удельная газовая постоянная продуктов сгорания $R_0 = 436$ Дж/(кг·К); геометрия сопла показана на рис. 8.8 и 8.9; массовые концентрации продуктов сгорания $C_{N_2} = 0{,}59$, $C_{H_2} = 0{,}019$, $C_{H_2O} = 0{,}391$; значения теплоемкости и вязкости продуктов сгорания:

T, K	1273	1473	1673	1873	2073	2273
c_p, Дж/(кг·К)	113	117	120	123	126	128
$\mu \cdot 10^5$, Па·с	3,93	4,33	4,67	5,05	5,40	5,66







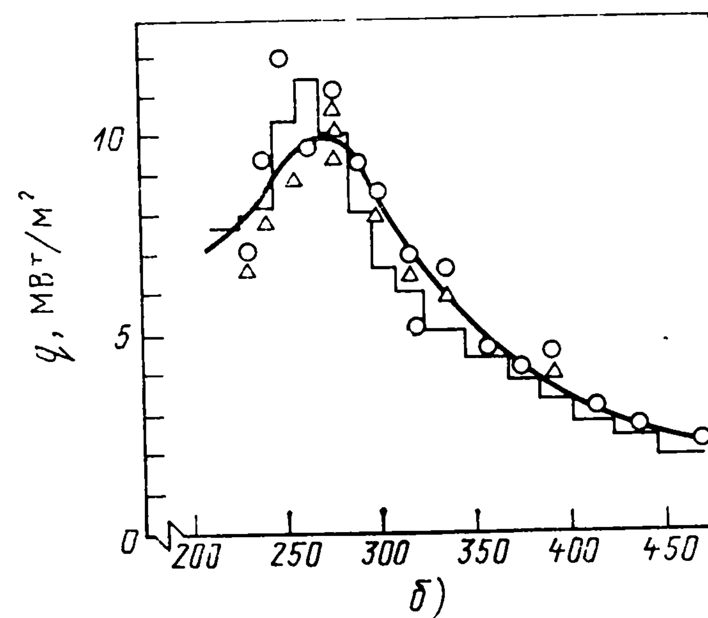


Рис. 8.8. Геометрия сопла (*а*) и распределение теплового потока вдоль его стенки (*б*) (давление в форкамере 0,691 МПа)

Рис. 8.9. Геометрия сопла (*а*) и распределение теплового потока вдоль его стенки (*б*) (давление в форкамере 1,425 МПа)

Таблица 8.4. **Расчет плотности теплового потока по длине сопла**

x, м	Re^{**}_{T00}		$\dfrac{R_{кр}}{R}$	ΔT, К		$\rho_0 U$, кг/(м²·с)		c_{p0}, Дж/(кг·К)		$q\cdot 10^{-6}$, Вт/м²	
	(1)	(2)		(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
0,213	9850	17500	0,782	1672	1792	252	508	2321	2330	4,08	7,34
0,229	10900	19350	0,809	1670	1790	271	548	2313	2321	4,22	7,66
0,241	12650	22450	0,877	1660	1780	317	642	2304	2313	4,59	8,54
0,254	14700	26100	0,938	1650	1760	354	738	2300	2304	4,88	9,30
0,266	16400	29100	0,987	1640	1750	401	810	2296	2304	5,29	9,79
0,279	17300	30700	1,00	1630	1740	414	835	2296	2296	5,29	9,76
0,292	17000	30200	0,987	1620	1735	401	810	2271	2284	4,94	9,18
0,305	16100	28600	0,937	1610	1730	362	732	2263	2271	4,42	8,19
0,317	14820	26300	0,885	1600	1725	322	649	2242	2250	3,89	7,13
0,330	13400	23850	0,833	1600	1720	286	579	2221	2229	3,33	6,25
0,356	11800	20900	0,749	1590	1710	232	466	2200	2208	2,70	4,96
0,381	10130	17950	0,677	1580	1700	189	374	2166	2179	2,11	3,82
0,406	8950	16500	0,618	1570	1690	158	319	2137	2145	1,73	3,17
0,432	8080	14400	0,569	1560	1680	133	269	2124	2137	1,43	2,68
0,457	7320	13000	0,527	1560	1680	115	232	2103	2116	1,23	2,29
0,465	7040	12550	0,514	1555	1670	109	221	2095	2108	1,15	2,15

Температура торможения вне пограничного слоя (с точностью до квадрата коэффициента расхода)

$$T_0^* = U^2_{\text{макс}} \frac{2\gamma}{\gamma+1} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}} R_0^{-1}. \tag{8.8.15}$$

Для данных условий $T_0^*=2820$ и 2940 К.

Расчет ведется по формулам (8.8.12)—(8.8.14), тепловой поток в сечении x определяется по формуле

$$q_{\text{ст}} = \text{St}\, c_p \rho_0 U \left[T_{\text{ст}} - T_0^* - (1-r)\frac{U^2}{2c_p}\right]. \tag{8.8.16}$$

Функция Ψ рассчитывалась при $\bar{u}_1=0$, т. е. в приближении больших чисел Рейнольдса. Результаты расчетов сведены в табл. 8.4 (1—$p=6{,}91\cdot 10^5$ Па; 2—$p=14{,}25\cdot 10^5$ Па).

На рис. 8.8 и 8.9 дано сопоставление этих расчетов с результатами опытов Витте и Харпера, проводивших испытания сопла реального двигателя при заданных в примере условиях.

Для *дозвукового плоского* пограничного слоя с постоянными физическими свойствами, на поверхностях малой кривизны расчет может вестись по следующим формулам:

ламинарный участок ($x \leqslant x_{\text{кр}1}$)

$$\left.\begin{aligned}
\delta^{**} &= 0{,}67\nu^{0,5} U^{-2,9}\left(\int_0^x U^{4,8}\,dx\right)^{0,5};\\
c_f &= 0{,}67\nu^{0,5} U^{1,9}\left(\int_0^x U^{4,8}\,dx\right)^{-0,5};\\
\text{Nu}_x &= 0{,}335\text{Pr}^{0,33}\,\text{Re}\left(\int_0^x \frac{U}{\nu}\,dx\right)^{-0,5};
\end{aligned}\right\} \tag{8.8.17}$$

переходный участок ($x_{\text{кр}1} < x < x_{\text{кр}2}$)

$$\left.\begin{aligned}
\delta^{**} &\approx 0{,}00032\nu^{-0,11} U^{-5,99}\left[\int_{x_{\text{кр}1}}^x U^{5,6}\,dx + 1390\nu^{0,1}(U^6\delta^{**})^{0,9}_{x_{\text{кр}1}}\right]^{1/11};\\
c_f &= 0{,}00071\nu^{-0,11} U^{-0,5}\left[\int_{x_{\text{кр}1}}^x U^{5,5}\,dx + 1390\nu^{0,1}(U^6\delta^{**})^{0,9}_{x_{\text{кр}1}}\right]^{0,11};\\
\text{Nu}_x &= 0{,}00038\text{Pr}^{0,33}\text{Re}_x\left[\int_{x_{\text{кр}1}}^x \frac{U}{\nu}\,dx + 0{,}047\left(\frac{\text{Re}}{\text{Nu}}\right)^2_{x_{\text{кр}1}}\right]^{0,11};
\end{aligned}\right\} \tag{8.8.18}$$

турбулентный участок ($x > x_{кр2}$)

$$\left.\begin{aligned}
\delta^{**} &= 0{,}015\nu^{0{,}14}U^{-3{,}41}\left[\int\limits_{x_{кр2}}^{x} U^{3{,}8}\,dx + 131\nu^{-0{,}17}\left(U^{3{,}97}\delta^{**1{,}17}\right)_{x_{кр2}}\right]^{0{,}86};\\
c_f &= 0{,}0264\nu^{0{,}14}U^{0{,}4}\left[\int\limits_{x_{кр2}}^{x} U^{3{,}8}dx + 131\nu^{-0{,}17}\left(U^{3{,}97}\delta^{**1{,}17}\right)_{x_{кр2}}\right]^{-0{,}142};\\
\mathrm{Nu}_x &= 0{,}028\,\mathrm{Pr}^{0{,}4}\mathrm{Re}\left[\int\limits_{x_{кр2}}^{x}\frac{U}{\nu}dx + 0{,}72\left(\frac{\mathrm{Nu}\cdot 10^4}{3{,}4\mathrm{Re}}\right)^9_{x_{кр2}}\right]^{-0{,}2}.
\end{aligned}\right\}\quad (8.8.19)$$

Пример. Решетка профилей турбинных лопаток обтекается потоком несжимаемого газа (воздуха) с малой степенью турбулентности. Задано:

а) распределение скорости потока вне пограничного слоя вдоль профиля одной из лопаток турбомашины (рис. 8.10) в координатах $\bar{U}=U/U_2$, $\bar{s}=s/L$, где U_2 — скорость потока на выходе из решетки профилей; s — координата, отсчитываемая от задней кромки профиля вдоль его обвода так, как это показано на схеме (см. рис. 8.10); L — полная длина обвода профиля. Положению лобовой точки профиля, где $U=0$, соответствует $\bar{s}=0{,}544$;

б) скорость потока на выходе из решетки $U_2=232$ м/с;

в) длина обвода профиля $L=245{,}1$ мм, хорда профиля $b=109{,}3$ мм;

г) температура торможения 300 К;

д) давление на выходе из решетки 72,1 кПа;

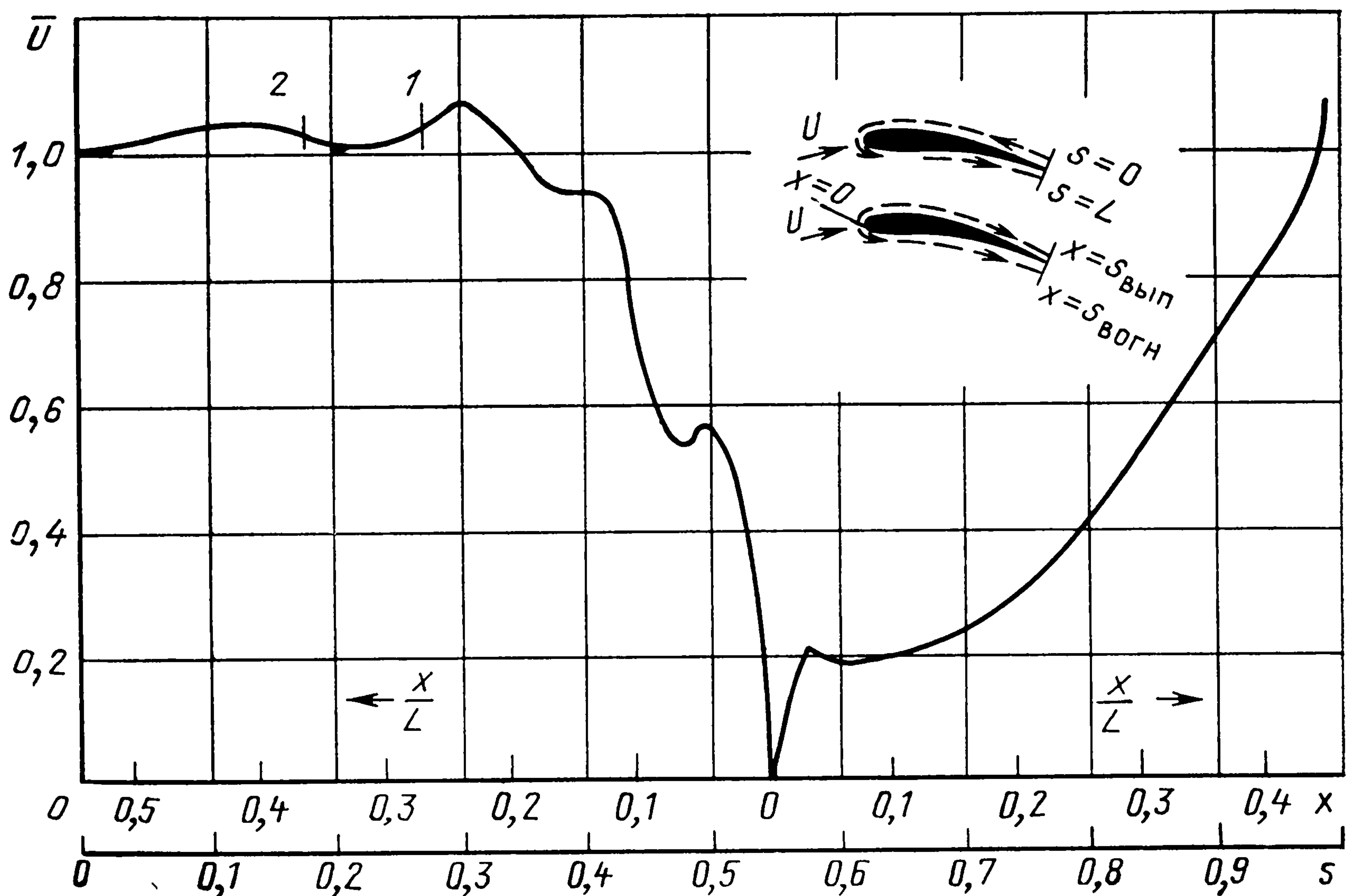


Рис. 8.10. Распределение скорости U/U_2 вдоль контура профиля

е) угол натекания потока на решетку профилей $\beta_1=90°$, угол выхода потока из решетки $\beta_2=13{,}95°$.

Из расчета обтекания, используя известные формулы и газодинамические функции, получаем критическую скорость $a_*=\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma+1}R_0T_0}\approx$ $\approx 18{,}3\sqrt{T_0}=317$ м/с; распределения вдоль контура профиля: относительной скорости U/a_*, температуры потока, плотности, кинематической вязкости, локальных значений числа Рейнольдса и производной скорости.

По формуле (8.8.17) рассчитываем δ^{**} для ламинарного пограничного слоя от передней точки разветвления вниз по потоку, вдоль спинки профиля и локальные значения комплекса

$$\varPi=\left(\frac{\nu_x}{U^2}\,\frac{dU}{dx}+\Gamma\right)\mathrm{Re}_x^{**2},\quad \text{где } \mathrm{Re}_x^{**}=(U\delta^{**}/\nu)_x,$$

$$\Gamma=-1{,}3\cdot 10^{-7},$$

Согласно (4.2.4), в точке, где $\varPi=-0{,}089$, начинается переход от ламинарного режима в пограничном слое к турбулентному. Из расчета получаем координату этой точки $\bar{x}_{\text{кр}1}=x_{\text{кр}1}/L=0{,}269$ или $\bar{s}_{\text{кр}1}=\bar{s}-\bar{x}_{\text{кр}1}=0{,}544-$ $-0{,}269=0{,}275$ (на рис. 8.10 — точка *1*), соответственно число $\mathrm{Re}_{\text{кр}1}=$ $=0{,}857\cdot 10^6$.

Поскольку эпюра скорости вдоль переходной области имеет вогнутую форму, характерную для диффузорного течения, определяем $r_x=\mathrm{Re}_{\text{кр}2}/\mathrm{Re}_{\text{кр}1}$ по кривой *2* на рис. 4.7. Минимальное относительное давление при максимальной скорости $U_{\text{макс}}=\bar{U}_{\text{макс}}U_2=1{,}07\cdot 232=248{,}24$ м/с найдем по соотношению (4.2.5): $p_{\min}=\left[1-\frac{0{,}4}{2{,}4}\left(\frac{248{,}24}{317}\right)^2\right]^{\frac{1{,}4}{0{,}4}}=0{,}686.$

Для этого значения по рис. 4.7 находим $r_x=1{,}345$, т. е. $\mathrm{Re}_{\text{кр}2}=1{,}345\mathrm{Re}_{\text{кр}1}$, откуда $\bar{x}_{\text{кр}2}=1{,}345\bar{x}_{\text{кр}1}\frac{U_{\text{кр}1}}{U_{\text{кр}2}}\,\frac{\nu_{\text{кр}2}}{\nu_{\text{кр}1}}=1{,}345\cdot 0{,}269\cdot 1{,}02=0{,}369$, т. е. координата конца переходной области $\bar{s}_{\text{кр}2}=0{,}544-0{,}369=0{,}175$ (точка *2* на рис. 8.10).

По формуле (8.8.17) находим в точке $\bar{s}_{\text{кр}1}$ значение $\delta^{**}_{\text{кр}1}=0{,}035$ мм; по формуле (8.8.18) для точки $\bar{s}_{\text{кр}2}$ — значение $\delta^{**}_{\text{кр}2}=0{,}068$ мм; далее — до задней кромки по формуле (8.8.19), в сечении задней кромки $\delta_{\text{к}}^{**}=0{,}0164$ мм.

При обтекании *проницаемой* криволинейной поверхности уравнение импульсов плоского пограничного слоя имеет вид

$$\frac{d\,\mathrm{Re}^{**}_{00}}{d\bar{x}}+\mathrm{Re}^{**}_{00}\frac{1+H}{U}\,\frac{dU}{d\bar{x}}=\mathrm{Re}_L(\Psi+b)\frac{c_{f_0}}{2}. \qquad (8.8.20)$$

Интегральное уравнение энергии получается заменой U на h, Re^{**}_{00} на $\mathrm{Re}^{**}_{\text{т}00}$ и $c_{f_0}/2$ на St_0.

Для основных расчетных функций можно пользоваться аппроксимацией (8.8.3), где Ψ_b определено по (8.6.4) и $f_{кр}<f<0$:

$$b_{кр} \approx b_{кр0}(1-\bar{f})^{3/2}; \quad H \approx 1{,}35\psi(\bar{M}\bar{c}_p)^{-1}(1+0{,}05b).$$

Здесь $\bar{f}=f/f_{кр}$; $\psi=h_{ст}/h_0$; $\bar{M}=M_1/M_0$; $\bar{c}_p=c_{p_1}/c_{p_0}$; $\bar{M}$ — относительная молекулярная масса газа.

Подробнее об этом в [8.4], другие методы расчетов и примеры приведены в [4.2, 4.3, 8.3, 8.6, 8.7].

8.9. ПРИСТЕННЫЕ ГАЗОВЫЕ ЗАВЕСЫ

При обтекании твердых тел газом, нагретым до высокой температуры или агрессивно воздействующим на материал тела, можно организовать защитный пограничный слой. Такой слой на некотором участке тела будет иметь существенно более низкую температуру или малую концентрацию агрессивного вещества. Несколько схем таких газодинамических защитных завес показано на рис. 8.11.

Основной исходной моделью является набегание сформировавшегося на предыдущем участке ($0<x<x_1$, $q_{ст}\neq 0$) теплового пограничного слоя на адиабатный участок ($x>x_1$, $q_{ст}=0$). Для квазиизотермического пограничного слоя уравнение энергии имеет вид

$$\frac{d}{d\bar{x}}(\mathrm{Re}_{\mathrm{т}}^{**}\Delta T)=\frac{q_{ст}x_1}{c_p\,\mu}. \tag{8.9.1}$$

На адиабатном участке

$$x>x_1: \mathrm{Re}_{\mathrm{т}}^{**}\Delta T=\mathrm{const}; \quad x\to\infty, \quad \bar{\delta}_{\mathrm{т}}^{**}\to\int_0^1 \bar{u}d\bar{y}. \tag{8.9.2}$$

Таким образом, в набегающем на адиабатную поверхность тепловом пограничном слое параметр эффективности завесы определяется формулой

$$\theta=(T_0-T_{ст}^{*})/(T_0-T_{ст_1})=\mathrm{Re}_{\mathrm{т}_1}^{**}/\mathrm{Re}_{\mathrm{т}}^{**}, \tag{8.9.3}$$

где $\mathrm{Re}_{\mathrm{т}_1}^{**}$ и $\mathrm{Re}_{\mathrm{т}}^{**}$ — числа Рейнольдса, определенные по толщине потери энергии соответственно в начальном ($x=x_1$) и текущем сечениях.

Отношение толщины потери энергии $\delta_{\mathrm{т}}^{**}$ на адиабатной стенке к толщине потери энергии на стенке с теплообменом при $T_{ст}=\mathrm{const}$

$$\beta=\frac{\delta_{\mathrm{т}}^{**}}{(\delta_{\mathrm{т}}^{**})_{\Delta T=\mathrm{const}}}\to\frac{\int_0^1\bar{\rho}\bar{u}d\bar{y}}{\int_0^1\bar{\rho}\bar{u}(1-\overline{\Delta T})\,d\bar{y}}=\frac{\int_0^1\bar{\rho}\bar{y}^n d\bar{y}}{\int_0^1\bar{\rho}\bar{y}^n(1-\bar{y}^n)d\bar{y}}. \tag{8.9.4}$$

Для несжимаемого потока при $n=1/7$ $\beta\to 9$. Число Рейнольдса $\mathrm{Re}_{\mathrm{т}}^{**}$ при $\Delta T=\mathrm{const}$ определяется по (8.7.9).

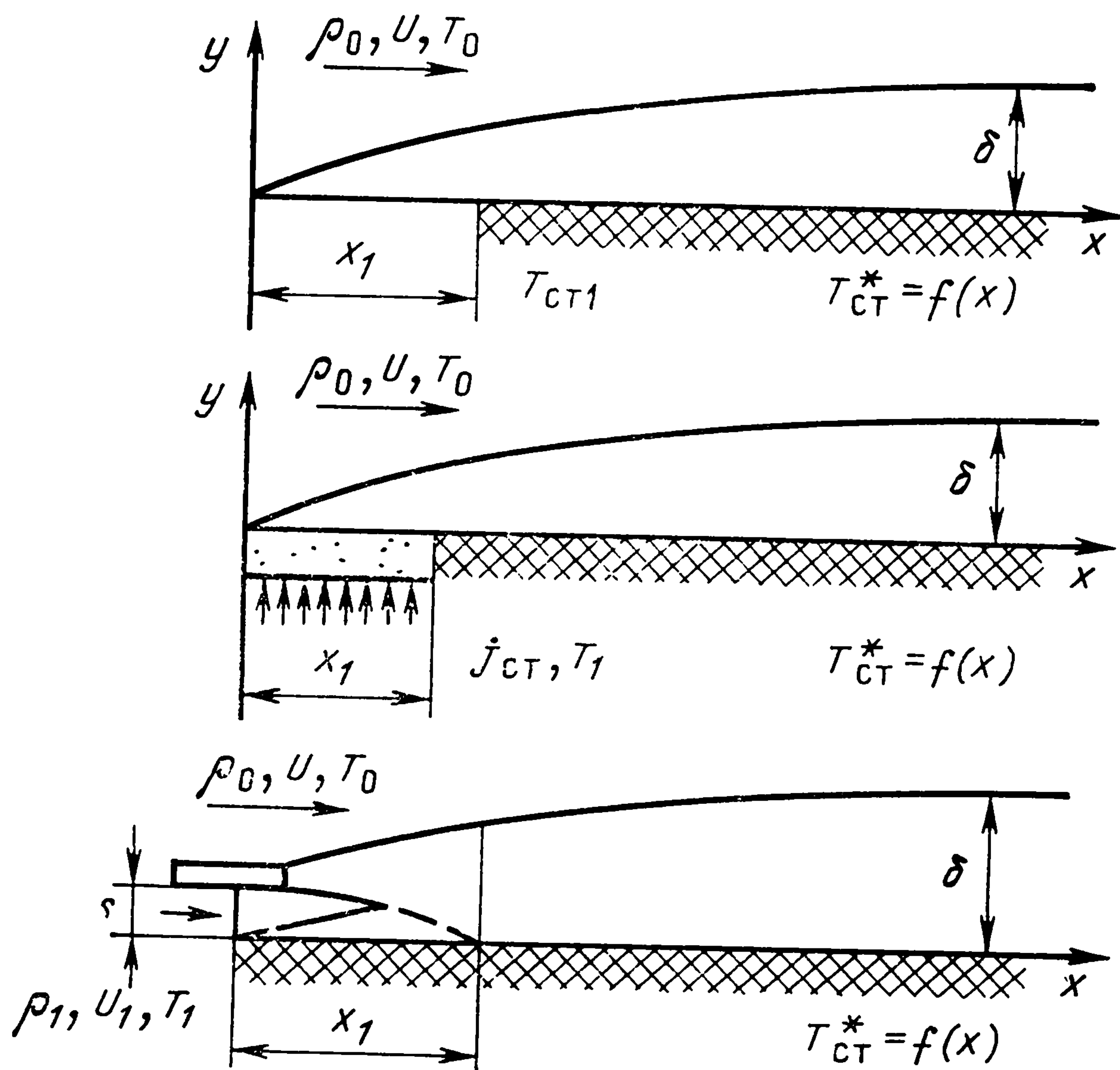


Рис. 8.11. Основные схемы газодинамических завес

Выражение для эффективности завесы на адиабатной стенке при $\Pr\approx 1$ имеет вид (Кутателадзе — Леонтьев, 1962 г.)

$$\Theta=\left[1+\frac{B}{2}(m+1)\beta^{m+1}\frac{\mathrm{Re}_{\Delta x}}{\mathrm{Re}_{\mathrm{T}_1}^{**m+1}}\right]^{-\frac{1}{m+1}}, \qquad (8.9.5)$$

где $\mathrm{Re}_{\Delta x}=\rho_0 U\Delta x/\mu_0$; $\Delta x=x-x_1$; x_1 — длина участка теплообмена или пористого участка, B определено формулой (8.1.3). При вдуве через тангенциальную щель x_1 представляет собой длину начального участка и определяется по формуле Абрамовича для свободных струй

$$\bar{x}_1=\frac{x_1}{s}=\pm\frac{U+U_1}{U-U_1}\left[0{,}112+0{,}036\frac{U}{U_1}\right]^{-1}, \qquad (8.9.6)$$

где s — высота щели.

Для большинства практически важных случаев можно принять $n=1/7$ и считать, что

$$\theta^{**}=\left(1+0{,}25\frac{\mathrm{Re}_{\Delta x}}{\mathrm{Re}_{\mathrm{T}_1}^{*1{,}25}}\right)^{-0{,}8}. \qquad (8.9.7)$$

Последняя формула справедлива при различных способах организации завесы, что учитывается в качестве начальных условий при определении $\mathrm{Re}_{\mathrm{T}_1}^{**}$:

а) за участком теплообмена при заданном законе подвода теплоты

$$\mathrm{Re}_{\mathrm{T}_1}^{**} = [\mu_0 c_{p_0}(T_0 - T_{\mathrm{ст}_1})]^{-1} \int\limits_0^{x_1} q_{\mathrm{ст}} dx;$$

при $T_{\mathrm{ст}} = \mathrm{const}$ $\mathrm{Re}_{\mathrm{T}_1}^{**} = \left[\frac{B}{2}(1+m)\mathrm{Re}_{x_1}\right]^{\frac{1}{1+m}}$;

б) за участком пористого вдува

$$\mathrm{Re}_{\mathrm{T}_1}^{**} = (T_0 - T_1)[\mu_0 (T_0 - T_{\mathrm{ст}_1})]^{-1} \int\limits_0^{x_1} j_1 dx;$$

при интенсивных вдувах

$$T_{\mathrm{ст}_1} \to T_1, \quad \mathrm{Re}_{\mathrm{T}_1}^{**} = j_1 x_1/\mu_0;$$

в) при вдуве через тангенциальную щель при $\bar{U}_1 < 1$

$$\mathrm{Re}_{\mathrm{T}_1}^{**} = \mathrm{Re}_s \frac{\mu_1}{\mu_0},$$

где Re_s рассчитано по высоте щели.

Эффективность пристенной струи при $U_1 \gg 1$ может быть определена по формуле Волчкова [8.2]

$$\Theta = \left[\left(1 + \frac{62,5}{\Delta x/(s\,\mathrm{Re}_s^{0,25}) + 0,143}\right)^{0,114} - 1\right]^{0,8}. \quad (8.9.8)$$

Для определения эффективности завес *при вдуве инородного газа* справедливы приведенные выше формулы, если в них значения Θ определять через полные энтальпии газа или массовые концентрации вдуваемого газа C

$$\Theta_h = \frac{h_0 - h_{\mathrm{ст}}^*}{h_0 - h_{\mathrm{ст}_1}} = \frac{C_0 - C_{\mathrm{ст}}^*}{C_0 - C_{\mathrm{ст}_1}}, \quad (8.9.9)$$

где C_0, $C_{\mathrm{ст}_1}$ и $C_{\mathrm{ст}}^*$ — массовые концентрации вдуваемого газа в основном потоке, на стенке в начальном и текущем сечении.

Безразмерная температура адиабатной стенки связана с энтальпийной эффективностью при $C_{\mathrm{ст}_1} = 1$ простым соотношением

$$\Theta_{\mathrm{T}} = \frac{T_0 - T_{\mathrm{ст}}^*}{T_0 - T_{\mathrm{ст}_1}} = \frac{\Theta_h c_{p_1}}{\Theta_h (c_{p_1} - c_{p_0}) + c_{p_0}}, \quad (8.9.10)$$

где c_{p_1} и c_{p_0} — теплоемкость газа вдуваемого и основного потоков.

Эффективность завесы в *неизотермическом сжимаемом потоке*:

а) на пластине

$$\Theta = \left[1 + \frac{B}{2}(m+1)\beta^{m+1} \frac{\mathrm{Re}_{x_1}}{\mathrm{Re}_{\mathrm{T}_1}^{**\,m+1}} \int\limits_1^{\bar{x}} \Psi \left(\frac{\mu_{\mathrm{ст}}}{\mu_{00}}\right)^m d\bar{x}\right]^{-\frac{1}{m+1}}, \quad (8.9.11)$$

где

$$\Psi = \left(\frac{2}{\sqrt{T_{\text{ст}_1}/T_{00}} + 1} \right)^2 \left(\frac{\operatorname{arctg} M \sqrt{r \frac{\gamma - 1}{2}}}{M \sqrt{r \frac{\gamma - 1}{2}}} \right)^2; \qquad (8.9.12)$$

М — число Маха основного потока. Сжимаемость и неизотермичность оказывают слабое влияние на коэффициент β;

б) в плоском градиентном потоке изменение скорости и плотности в ядре потока учитывается интегрированием этих параметров от начального до текущего сечения:

$$\Theta = \left[1 + \frac{B}{2}(m+1)\beta^{m+1} \frac{\text{Re}_{x_1}}{\text{Re}_{\text{т}_1}^{**m+1}} \int_0^{\bar{x}} \overline{\rho U}\, \Psi\, d\bar{x} \right]^{-\frac{1}{m+1}}, \qquad (8.9.13)$$

где $\overline{\rho U} = \rho U/(\rho_{01} U_1)$; ρ_{01} и U_1 — значения плотности и скорости основного потока в начальном сечении;

в) в осесимметричном сверхзвуковом сопле — если параметры потока выражены через геометрические параметры сопла, эффективность завесы на адиабатной стенке

$$\Theta = \left[1 + \frac{B}{2}(m+1)\beta^{m+1} \left(\frac{D_{\text{кр}}}{D_1} \right)^{m+1} \frac{\text{Re}_{\text{кр}}}{\text{Re}_s^{m+1}} \left(\frac{\mu_{00}}{\mu_1} \right)^{m+1} \int_{\bar{x}_1}^{\bar{x}} \Psi \left(\frac{\mu_{\text{ст}}}{\mu_{00}} \right)^m \times \right.$$

$$\left. \times \left(\frac{D_{\text{кр}}}{D} \right)^{1-m} d\bar{x} \right]^{-\frac{1}{m+1}}, \qquad (8.9.14)$$

где $D_{\text{кр}}$ — диаметр критического сечения; D_1 — диаметр в сечении $x = x_1$; $\bar{x} = x/D_{\text{кр}}$; $\text{Re}_{\text{кр}} = \rho_{\text{кр}} U_{\text{кр}} D_{\text{кр}}/\mu_{00} = 4G/(\pi \mu_{00} D_{\text{кр}})$ — число Рейнольдса, построенное по параметрам в критическом сечении сопла; $G = \rho u \pi D^2/4$ — расход газа, кг/с; $\text{Re}_s = \rho_1 u_1 s/\mu_1$ — число Рейнольдса, определенное по параметрам в щели.

Теплообмен в условиях завесы. Коэффициент теплоотдачи в условиях завесы следует определять с использованием адиабатной температуры стенки

$$\alpha = q_{\text{ст}}/(T_{\text{ст}} - T^*_{\text{ст}}). \qquad (8.9.15)$$

В таком случае интегральное соотношение энергии пограничного слоя с завесой на неадиабатной поверхности сохраняет свой обычный вид

$$\frac{d\,\text{Re}_{\text{т}}^{**}}{d\bar{x}} + \frac{\text{Re}_{\text{т}}^{**}}{\Delta T} \frac{d(\Delta T)}{d\bar{x}} = \text{St}\,\text{Re}_{x_1}, \qquad (8.9.16)$$

где $\Delta T = T_{\text{ст}} - T^*_{\text{ст}}$, а толщина потери энергии

$$\delta_{\text{т}}^{**} = \int_0^{\delta_{\text{т}}} \frac{\rho u}{\rho_0 U} \left(\frac{T - T^*}{T_{\text{ст}} - T^*_{\text{ст}}} \right) dy. \qquad (8.9.17)$$

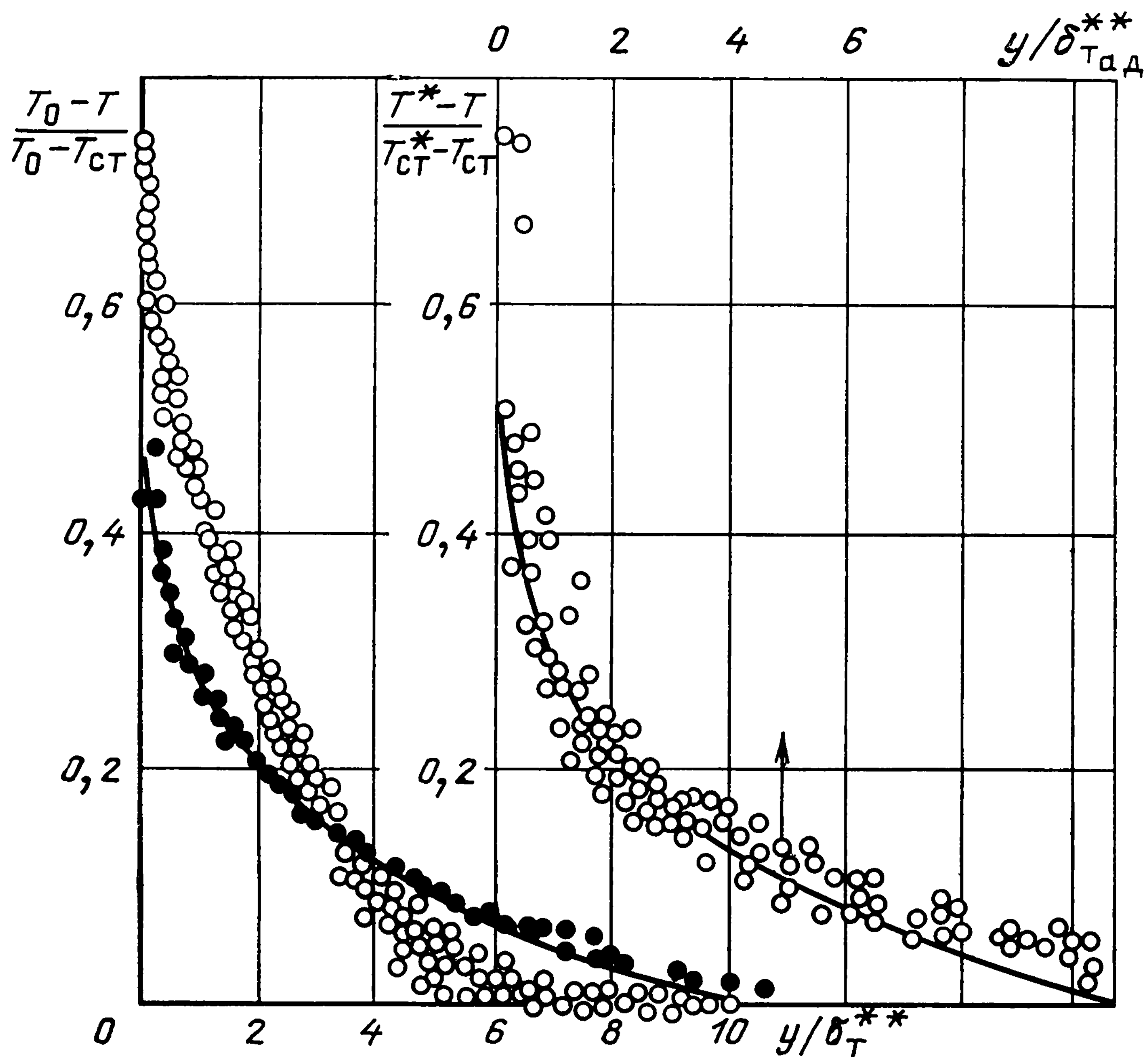


Рис. 8.12. Профили температуры в пограничном слое при наличии теплообмена и газовой завесы:

—— — степенной закон $n=1/7$; опытные данные Э. П. Волчкова, В. П. Лебедева; ● — $q_{ст}$=const; ○ — ступенчатый подвод теплоты

Профиль температуры в этом выражении, записанный относительно равновесной температуры в рассматриваемой точке пограничного слоя, подобен профилю скорости (рис. 8.12).

Распределение плотности по сечению пограничного слоя в условиях завесы

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{M^*_{ст}}{M_0} \frac{T_0}{T^*_{ст}} \frac{1}{\psi_1 + (1-\psi_1)\omega} \tag{8.9.18}$$

отличается от распределения плотности в обычном пограничном слое множителем

$$\frac{M^*_{ст}}{M_0} \frac{T_0}{T^*_{ст}} \approx \frac{h_0}{h^*_{ст}} = \left[1 + \Theta\left(\frac{h_1}{h_0} - 1\right)\right]^{-1}, \tag{8.9.19}$$

учитывающим влияние начальных условий. Здесь $\psi_1 = h_{ст}/h^*_{ст}$; M_0, T_0 — относительная молекулярная масса и температура газа основного потока; $M^*_{ст}$ и $T^*_{ст}$

— относительная молекулярная масса смеси газов и температура на адиабатной непроницаемой стенке.

В соответствии с этим изменятся и все основные предельные соотношения для теплообмена в условиях завесы. Например, формулы (8.4.4—8.4.7) для завесы на проницаемой поверхности примут вид:

при $\psi_1 < 1$

$$\Psi = \frac{M^*_{\text{ст}}}{M_0} \frac{T_0}{T^*_{\text{ст}}} \frac{4}{b_1(1-\psi_1)} \left[\ln \frac{\sqrt{(1-\psi_1)(1+b_1)} + \sqrt{b_1}}{\sqrt{1-\psi_1} + \sqrt{b_1\psi_1}} \right]^2; \quad (8.9.20)$$

$$b_{\text{кр}} = \frac{M^*_{\text{ст}}}{M_0} \frac{T_0}{T^*_{\text{ст}}} \frac{1}{1-\psi_1} \left[\ln \frac{1+\sqrt{1-\psi_1}}{1-\sqrt{1-\psi_1}} \right]^2, \quad (8.9.21)$$

при $\psi_1 > 1$

$$\Psi = \frac{M^*_{\text{ст}}}{M_0} \frac{T_0}{T^*_{\text{ст}}} \frac{4}{b_1(\psi_1-1)} \left[\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{(\psi_1-1)(1+b_1)}{b_1}} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{\psi_1-1}{b_1\psi_1}} \right]^2; \quad (8.9.22)$$

$$b_{\text{кр}} = \frac{M^*_{\text{ст}}}{M_0} \frac{T_0}{T^*_{\text{ст}}} \frac{1}{\psi_1-1} \left(\arccos \frac{2-\psi_1}{\psi_1} \right)^2. \quad (8.9.23)$$

Эти соотношения, как и для случая течения без завесы, могут быть аппроксимированы простой зависимостью

$$\Psi = \frac{M^*_{\text{ст}}}{M_0} \frac{T_0}{T^*_{\text{ст}}} \left(\frac{2}{\sqrt{\psi_1}+1} \right)^2 \left(1 - \frac{b}{b_{\text{кр}}} \right)^2. \quad (8.9.24)$$

Плотность теплового потока на стенке (или температура стенки при заданном тепловом потоке) определится из выражения

$$q_{\text{ст}} = \rho_0 U c_{p_0} (T_{\text{ст}} - T^*_{\text{ст}}) \text{St}_0 \Psi, \quad (8.9.25)$$

где $\text{St}_0 = \dfrac{B/2}{\text{R}_{\text{т}}^{*m} \text{Pr}^n}$ — число Стентона в стандартных условиях; Ψ определяется из соотношений (8.9.20), (8.9.22) или (8.9.24), а число $\text{Re}_{\text{т}}^{**}$ — из решения интегрального соотношения энергии (8.9.16). В частности, для обтекания плоской стенки имеем

$$\text{Re}^{**}_{\text{т}} = \left(\Theta - \frac{T_0 - T_{\text{ст}}}{T_0 - T_{\text{ст}_1}} \right)^{-1} \left[\frac{B}{2} (m+1) \text{Re}_L \int_{\bar{x}_1}^{\bar{x}} \left(\Theta - \frac{T_0 - T_{\text{ст}}}{T_0 - T_{\text{ст}_1}} \right)^{m+1} \Psi d\bar{x} \right]^{\frac{1}{m+1}}. \quad (8.9.26)$$

Для завесы инертного газа на выгорающей стенке параметр проницаемости стенки, записанный через обобщенные концентрации химических элементов, имеет вид

$$b_1^* = \frac{(\bar{C}_{\text{C}})_{\text{ст}}}{(\bar{C}_{\text{O}})_{\text{ст}}} (\bar{C}_{\text{O}})^*_{\text{ст}}, \quad (8.9.27)$$

где $\bar{C}_C$ и $\bar{C}_O$ — приведенные концентрации реагирующего химического элемента стенки и окислителя; $(\bar{C}_O)^*_c$ — концентрация окислителя в условиях завесы на адиабатной нереагирующей стенке, определяется по (8.9.9) с учетом соотношения (8.9.8).

В частности, для области диффузионного выгорания углеродной поверхности, защищаемой завесой инертного газа от газового потока, содержащего кислород, имеем

$$b_1^* = \frac{3}{4}(\bar{C}_O)^*_{ст} = \frac{3}{4}(\bar{C}_O)_0(1-\Theta). \qquad (8.9.28)$$

Это соотношение справедливо для реакции C+O→CO, когда:

$$(\bar{C}_C)_{ст} = \frac{12}{28}(C_{CO})_{ст}; \quad (\bar{C}_O)_{ст} = \frac{16}{28}(C_{CO})_{ст}.$$

Интенсивность выгорания поверхности определяется из соотношения

$$j_{ст} = b_1^* \rho_0 U \frac{B/2}{\mathrm{Re}_D^{**m} \mathrm{Sc}^k}\left(\frac{\mu_{ст}}{\mu_0}\right)^m \Psi; \qquad (8.9.29)$$

для выгорания углеродной поверхности

$$j_{ст} = \frac{3}{4}(\bar{C}_O)_0(1-\Theta)\rho_0 U \frac{B/2}{\mathrm{Re}_D^{**m} \mathrm{Sc}^k}\left(\frac{\mu_{ст}}{\mu_0}\right)^{0,25}\Psi, \qquad (8.9.30)$$

где $\mathrm{Sc}=\mu/(\rho D)$ — число Шмидта; D — коэффициент диффузии; диффузионное число Рейнольдса находится из решения интегрального соотношения диффузии

$$\mathrm{Re}_D^{**} = \frac{1}{\Delta\bar{C}}\left[\frac{B}{2}\frac{(1+m)}{\mathrm{Sc}^k}\int_{\bar{x}_1}^{\bar{x}} \mathrm{Re}_L \Psi(1+b_1^*)\Delta\bar{C}^{m+1}\left(\frac{\mu_{ст}}{\mu_0}\right)^m d\bar{x}\right]^{\frac{1}{m+1}}, \qquad (8.9.31)$$

где $\Delta\bar{C} = (\bar{C}_i)_{ст} - (\bar{C}_i)^*_{ст}$ — разность концентраций рассматриваемого химичес ко го элемента на стенке при наличии и отсутствии химических реакций в условиях завесы. Подробнее об этом в [8.2].

8.10. ВЛИЯНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ВНЕШНЕГО ПОТОКА

Строго говоря, все приведенные выше данные, если нет специальных указаний, относятся к нулевой турбулентности потока вне пограничного слоя. Турбулентность внешнего потока существенно отличается от турбулентности в области пограничного слоя. В зависимости от граничных условий, от интенсивности процессов генерации турбулентной энергии и ее диссипации во внешнем потоке, в пограничном слое устанавливается соответствующее распределение характеристик пристенной турбулентности, находящихся между собой в определенной корреляции.

Турбулентность внешнего потока может быть вызвана искусственно с помощью различных турбулизаторов или возникнуть естественно вследствие особенностей работы того или иного агрегата (например, камеры сгорания, лопаточного аппарата в газовых турбинах и т. п.).

Наиболее характерными и легко определяемыми параметрами турбулентности внешнего потока являются числа Кармана Ka и турбулентности Tu (см. гл. 4). В общем случае внешняя турбулентность должна характеризоваться еще и некоторым линейным масштабом.

Из имеющихся в настоящее время эмпирических зависимостей для трения и теплообмена на непроницаемой поверхности можно рекомендовать следующие:

при $Ka < 0{,}1$:

$$\Psi_{Tu} = c_f/c_{f_0} = 1 + 3Tu; \qquad (8.10.1)$$

$$\Psi_{s,Tu} = St/St_0 = 1 + 5Tu; \quad 0 < Tu < 0{,}2; \qquad (8.10.2)$$

при $Ka > 0{,}1$:

$$c_f/c_{f_0} \approx 1{,}3; \quad St/St_0 \approx 1{,}5.$$

Трение и теплообмен на проницаемой поверхности [8.5]

$$c_f/c_{f(b=0)} = \Psi_{Tu}[1 - b/(b_{кр}\Psi_{Tu})]^2 = \Psi_{Tu}\Psi_b, \qquad (8.10.3)$$

где Ψ_{Tu} рассчитывается по формуле (8.10.1).

Аналогично

$$St/St_{(b=0)} = \Psi_{s,Tu}\left(1 - \frac{b_T}{b_{T,кр}\Psi_{Tu}}\right)^2 = \Psi_{s,Tu}\Psi_{s,b}, \qquad (8.10.4)$$

а $\Psi_{s,Tu}$ рассчитывается по формуле (8.10.2).

Эффективность пористой завесы в турбулизированном потоке при $\bar{l}_п = \infty$ можно определить по формуле

$$\Theta = [1 + (1 + 25Tu_1)F_1^{1,25}]^{-0,8}, \qquad (8.10.5)$$

где $F_1 = Re_{\Delta x}^{0,8}/[Re_{ст_1}(1 + K_1)]$; $K_1 = \dfrac{T_{ст_1} - T_1}{T^*_{ст} - T_{ст_1}}$; $\bar{l}_п = l_п/\delta_0^{**}$; $l_п$ — длина пористой секции; δ_0^{**} — толщина потери импульса перед пористой секцией; Tu_1 — уровень турбулентности в сечении x_1.

При $\bar{l}_п < 150$ влияние внешней турбулентности на эффективность завесы проявляется косвенно — через толщину потери импульса δ_0^{**}:

$$\Theta = [1 + 0{,}25(4 - 3\exp(-0{,}015\bar{l}_п))F_1^{1,25}]^{-0,8}. \qquad (8.10.6)$$

Эффективность щелевой завесы практически не зависит от Tu, и расчет ведется по формуле (8.9.7).

Глава девятая

ОБТЕКАНИЕ СФЕР И ЦИЛИНДРОВ

9.1. ОДИНОЧНАЯ СФЕРА

Сфера наиболее простое симметричное плохообтекаемое тело. Термин «плохообтекаемый» подразумевает, что образующийся на поверхности тела пограничный слой отрывается при сравнительно небольших числах Рейнольдса и после отрыва основное гидродинамическое сопротивление обусловлено

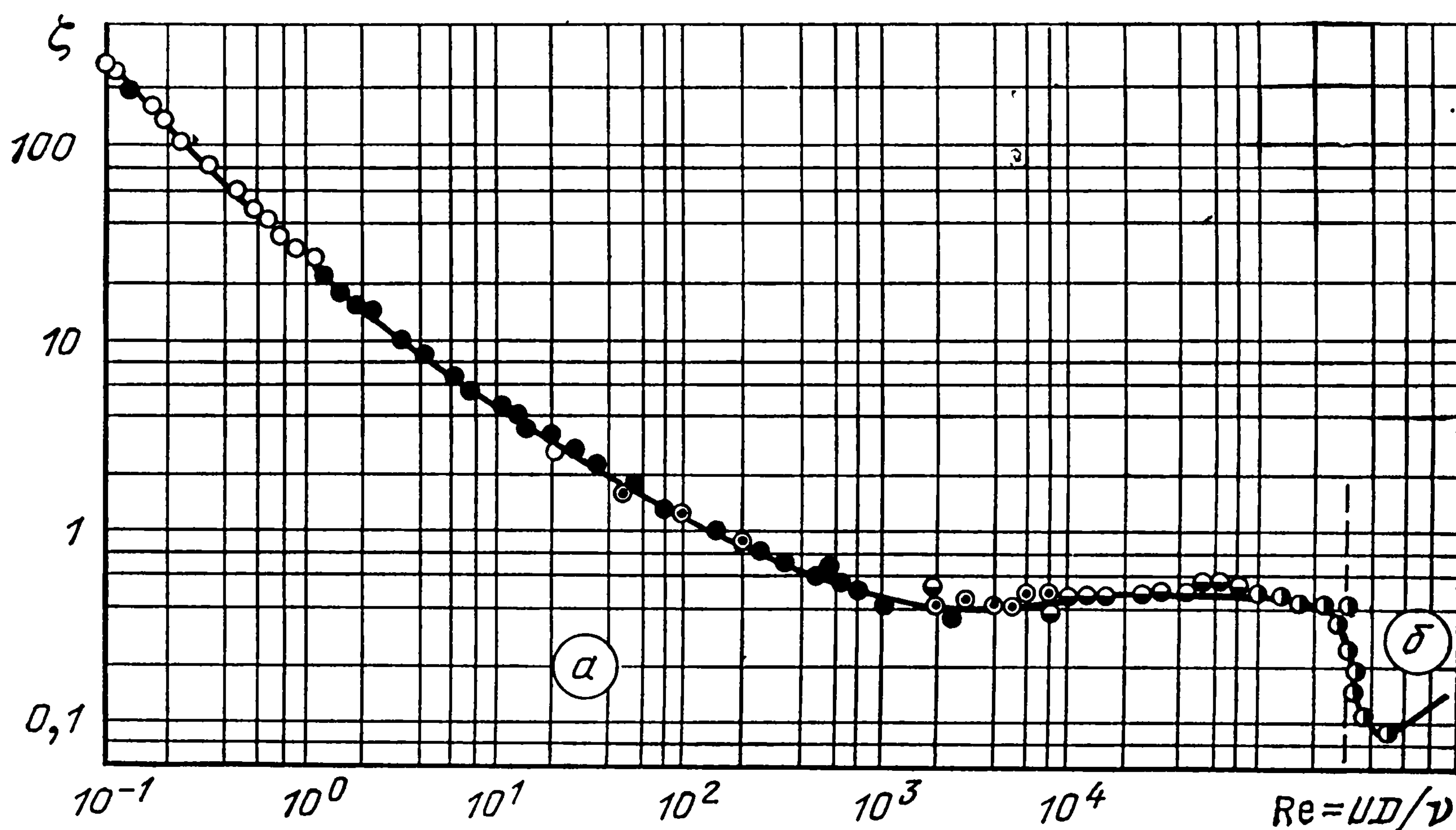


Рис. 9.1. Зависимость коэффициента гидродинамического сопротивления сферы от числа Рейнольдса:

а — ламинарное течение; *б* — турбулентное течение; измерения: ○ — Шиллера — Шмиделя; ● — Либстера; ⊙ — Аллена; ◒, ◑ — Визельсбергера

не трением в пограничном слое, а разностью статических давлений в лобовой и кормовой областях тела.

Коэффициент гидродинамического сопротивления и число Рейнольдса при обтекании сферы диаметра D определяются соотношениями:

$$\zeta = \frac{8F}{\pi D^2 \rho U^2}; \quad \mathrm{Re} = \frac{UD}{\nu}, \tag{9.1.1}$$

где F — полная сила, действующая со стороны потока на сферу, Н; U — скорость невозмущенного потока относительно сферы, м/с.

Экспериментальная зависимость $\zeta(\mathrm{Re})$ при изотермическом обтекании одиночной сферы показана на рис. 9.1. В области $\mathrm{Re}<2$ действует закон Стокса

$$F = 3\pi\mu UD; \quad \zeta = 24\mathrm{Re}^{-1}; \tag{9.1.2}$$

в области квазиавтомодельности закона сопротивления

$$10^3 < \mathrm{Re} < 2\cdot 10^5 \quad \zeta \approx 0{,}4. \tag{9.1.3}$$

Начало этой области обусловлено возникновением интенсивного отрыва ламинарного пограничного слоя с передней части сферы, конец — смещением зоны отрыва к кормовой области сферы вследствие турбулизации пограничного слоя.

В области $2\cdot 10^5 < \mathrm{Re} < 6\cdot 10^5$

$$\zeta \approx 0{,}1.$$

Средний по всей поверхности сферы коэффициент теплоотдачи при квазиизотермическом обтекании может быть определен по эмпирической зави-

симости Б. Д. Кацнельсона и Ф. А. Тимофеевой-Агафоновой:

$$\mathrm{Pr}>0{,}5,\quad \mathrm{Nu}=2+0{,}03\mathrm{Pr}^{0{,}33}\mathrm{Re}^{0{,}5}+0{,}35\mathrm{Pr}^{0{,}36}\mathrm{Re}^{0{,}58}. \qquad (9.1.4)$$

Влияние температурного фактора при обтекании сферы газом определяется при $\mathrm{Re}<2$ формулой Чанга — Лемлиха

$$\zeta=\zeta_0[1+0{,}125(\psi-1)]; \qquad (9.1.5)$$

в первой квазиавтомодельной области ($1\cdot 10^3<\mathrm{Re}<5{,}4\cdot 10^4$) по экспериментальным данным М. А. Гольдштика влияние температурного фактора описывается зависимостью

$$\zeta\approx\zeta_0\,\frac{0{,}02\mathrm{Re}^{0{,}5}+\psi^{1{,}25}}{0{,}02\mathrm{Re}^{0{,}5}+1}. \qquad (9.1.6)$$

Как видно из этой формулы, влияние температурного фактора на гидродинамическое сопротивление плохообтекаемого тела обратно его влиянию при безотрывном обтекании и существенно зависит от числа Re.

9.2. ПОПЕРЕЧНО ОБТЕКАЕМЫЙ ПРОТЯЖЕННЫЙ ЦИЛИНДР

Коэффициент гидродинамического сопротивления и число Рейнольдса определяются соотношениями, аналогичными (9.1.1):

$$\zeta=\frac{F_1}{D\rho U^2};\qquad \mathrm{Re}=\frac{UD}{\nu}, \qquad (9.2.1)$$

где F_1 — полная сила, действующая со стороны потока на единицу длины цилиндра, Н/м.

Из экспериментальной зависимости $\zeta(\mathrm{Re})$ для поперечно обтекаемого изотермическим потоком протяженного цилиндра (рис. 9.2) видно, что

$$\text{при } \mathrm{Re}<1\quad \zeta=10\mathrm{Re}^{-0{,}778} \qquad (9.2.2)$$

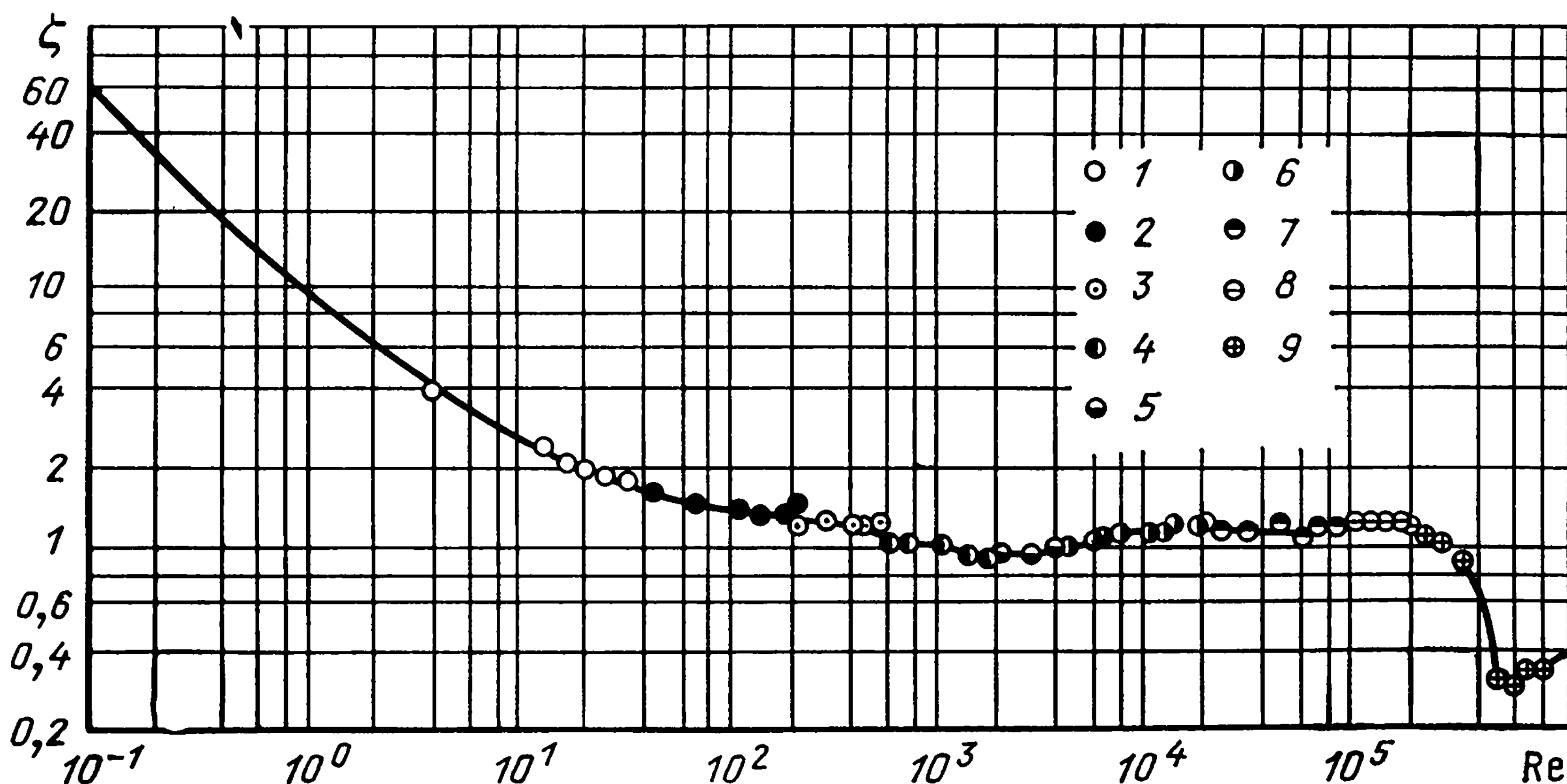


Рис. 9.2. Зависимость коэффициента гидродинамического сопротивления цилиндров от числа Рейнольдса по измерениям Визельсбергера:
Диаметр D, **мм:** ○ — 0,05; ● — 0,1; ⊙ — 0,3; ◐ — 1,0; ◒ — 3,0; ◑ — 7,9; ◓ — 42; ⊖ — 80; ⊕ — 300

Таблица 9.1. **Значения C, n, m в формуле (9.2.6)**

Коэффициент	Re			
	<40	$40-10^3$	$10^3-2\cdot10^5$	$>2\cdot10^5$
C	0,76	0,52	0,26	0,023
n	0,37	0,37	0,37	0,4
m	0,4	0,5	0,6	0,8

имеют место две квазиавтомодельные области:

$$6\cdot10^2<\mathrm{Re}<6\cdot10^3,\ \zeta\approx1; \tag{9.2.3}$$

$$8\cdot10^3<\mathrm{Re}<2\cdot10^5,\ \zeta\approx1,1. \tag{9.2.4}$$

Кризис сопротивления, связанный со смещением зоны отрыва пограничного слоя к задней части цилиндра вследствие турбулизации пограничного слоя на его передней части, имеет место при $\mathrm{Re}>2\cdot10^5$.

Влияние внешней турбулентности на коэффициент гидродинамического сопротивления в области $5\cdot10^{-3}<\mathrm{Re}<1\cdot10^5$ определяется эмпирической зависимостью [4.1]

$$\zeta=\zeta_0(1-1{,}2\mathrm{Ka}^{0,6}), \tag{9.2.5}$$

где Ka — число Кармана для внешней турбулентности, выраженное в данной формуле в процентах.

Средний коэффициент теплоотдачи при обтекании цилиндра квазиизотермическим потоком определяется формулой [7.2]

$$\mathrm{Pr}>0{,}5,\ \langle\mathrm{Nu}\rangle=C\mathrm{Pr}^n\mathrm{Re}^m, \tag{9.2.6}$$

где значения C, n и m различаются в разных диапазонах числа Рейнольдса (табл. 9.1).

В области турбулизации пограничного слоя $2\cdot10^5<\mathrm{Re}<5\cdot10^5$ интенсивность теплоотдачи несколько выше рассчитанной по коэффициентам третьего и четвертого интервалов табл. 9.1.

Влияние неизотермичности для газов определяется формулой [7.2]

$$\bar{\alpha}=\alpha/\alpha_0=\psi^{m/4}; \tag{9.2.7}$$

для капельных жидкостей:

при нагреве ($\psi_\mu<1$)

$$\bar{\alpha}=\psi_\mu^{-0,25};$$

при охлаждении ($\psi_\mu>1$)

$$\bar{\alpha}=\psi_\mu^{-0,20}.$$

В области $1\cdot10^3<\mathrm{Re}<2\cdot10^5$ влияние внешней турбулентности на средний коэффициент теплоотдачи при квазиизотермическом обтекании описывается эмпирической зависимостью

$$\alpha/\alpha_0=1+0{,}09(\mathrm{Re\,Ka})^{0,2}. \tag{9.2.8}$$

Таблица 9.2. **Значения коэффициентов формулы (9.2.11) по М. А. Михееву**

Re	$<2\cdot10^3$	$2\cdot10^3-3\cdot10^4$	$>3\cdot10^4$
C	0,92	0,34	0,045
m	0,47	0,60	0,80

Теплоотдача в окрестности лобовой точки поперечно обтекаемого цилиндра определяется формулой

$$\mathrm{Nu}=1{,}14\mathrm{Pr}^{0,33}\mathrm{Re}^{0,5}. \qquad (9.2.9)$$

Для жидкометаллических сред ($\mathrm{Pr}\ll1$)

$$\langle\mathrm{Nu}\rangle = C\sqrt{(1-\mathrm{Pr}^{1/3})\mathrm{Pe}}, \qquad (9.2.10)$$

где $C=1{,}34$ при $q_{\text{ст}}=\text{const}$ и $C=1{,}23$ при $T_{\text{ст}}=\text{const}$.

Влияние числа Pr на эпюру коэффициентов теплоотдачи по окружности цилиндра показано на рис. 9.3.

Теплоотдача круглого цилиндра, вращающегося по окружности радиуса R вокруг оси, параллельной оси цилиндра, в большом объеме в целом неподвижной жидкой среды, определяется формулой

$$\mathrm{Nu}=C\,\mathrm{Pr}^{0,33}\mathrm{Re}^{m}(D/R)^{0,1}, \qquad (9.2.11)$$

где число $\mathrm{Re}=2\pi RnD/\nu$ определено по окружной скорости вращения оси цилиндра и его диаметру D; n — частота вращения, 1/с; значения коэффициентов приведены в табл. 9.2.

Теплоотдача круглого цилиндра, вращающегося вокруг своей оси в объеме неподвижной жидкости, описывается формулой (9.2.6) при числе Рейнольдса, определенном по окружной скорости $U=\pi nD$. При $\mathrm{Re}<10^3$: $C=10{,}6$, $m=0$; при $1\cdot10^3<\mathrm{Re}<2\cdot10^3$: $C=0{,}051$, $m=0{,}76$. При $\mathrm{Re}>2\cdot10^3$ расчет ведется по данным для поперечного обтекания неподвижного цилиндра при данной окружной скорости. Значения коэффициентов C и m для поперечно обтекаемых стержней различной формы приведены в табл. 9.3.

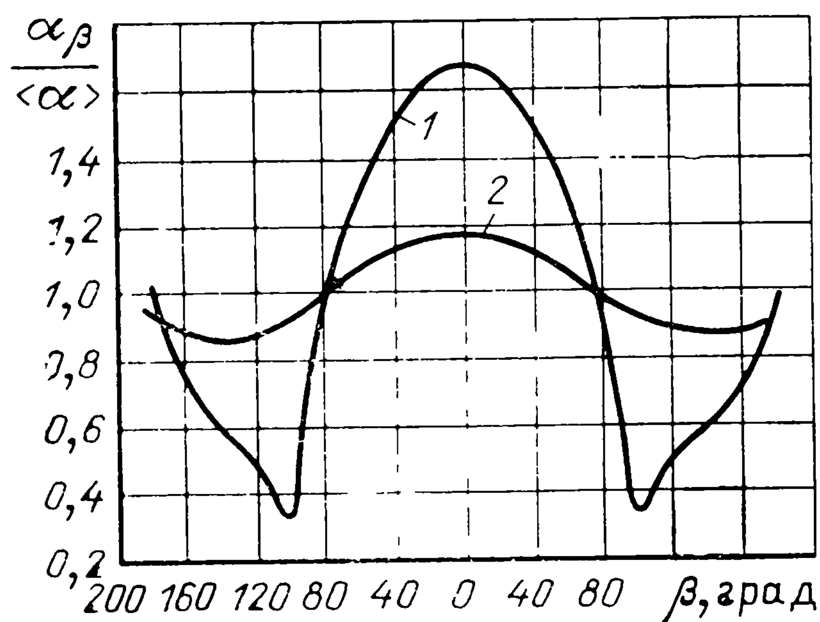


Рис. 9.3. Распределение теплоотдачи по окружности цилиндра, обтекаемого воздухом (*1*) и жидким металлом (*2*)

Таблица 9.3. **Значения C и m в формуле (9.2.6) для поперечно обтекаемых стержней**

Форма сечения стержня (обтекание слева направо)	Re	C	m
	0,1—4	0,99	0,305
	4—50	0,86	0,41
	$8-10^3$	0,59	0,47
	$10^3-5\cdot10^3$	0,665	0,47
	$5\cdot10^3-5\cdot10^4$	0,22	0,60
	$>5\cdot10^4$	0,026	0,80
	$5\cdot10^3-10^5$	0,25	0,588
	$2{,}5\cdot10^3-1{,}5\cdot10^4$	0,25	0,612
	$5\cdot10^3-10^5$	0,156	0,638
	$5\cdot10^3-1{,}95\cdot10^4$	0,162	0,638
	$1{,}95\cdot10^4-10^5$	0,0395	0,782
	$2{,}5\cdot10^3-8\cdot10^3$	0,180	0,699
	$5\cdot10^3-10^5$	0,104	0,675
	$4\cdot10^3-1{,}5\cdot10^4$	0,232	0,731

Продолжение табл. 9.3

Форма сечения стержня (обтекание слева направо)	Re	C	m
	$3\cdot10^3$—$1{,}5\cdot10^4$	0,096	0,804
1:1:1,4	$3\cdot10^3$—$2\cdot10^4$	0,246*	0,61
2:1	$3\cdot10^3$—$2\cdot10^4$	0,264*	0,66

* При изменении положения сечения стержня относительно направления омывающего потока коэффициент теплоотдачи изменяется в пределах ±15%.

9.3. ПОПЕРЕЧНОЕ ОБТЕКАНИЕ ПАКЕТОВ ЦИЛИНДРОВ

Среди большого многообразия компоновок теплообменных поверхностей из пакетов цилиндрических труб основными являются коридорные и шахматные (рис. 9.4). Характерными геометрическими параметрами являются: $\bar{s}_1 = s_1/D$ — относительный продольный шаг между осями цилиндров: $\bar{s}_2 = s_2/D$ — относительный диагональный шаг между осями цилиндров (для шахматных пакетов). В первом ряду пакета трубы находятся в условиях, практически близких к условиям обтекания одиночного цилиндра (если только межтрубный зазор достаточно велик), а в последующих рядах гидродинамическое сопротивление и теплоотдача возрастают. Это является следствием того, что первые ряды действуют как турбулизаторы. *Стабилизация течения* происходит в пределах 10% после 4-го ряда и практически полностью после 14-го ряда. Базисом для расчетов является стабилизированное течение при угле атаки $\beta = 90°$ (т. е. при строго поперечном течении). За характерный линейный размер принимается наружный диаметр труб, за характерную скорость течения $U = U_0/\psi$, где ψ коэффициент наибольшего сужения проходного сечения пакета по ходу потока.

Средняя теплоотдача труб в глубинном ряду:

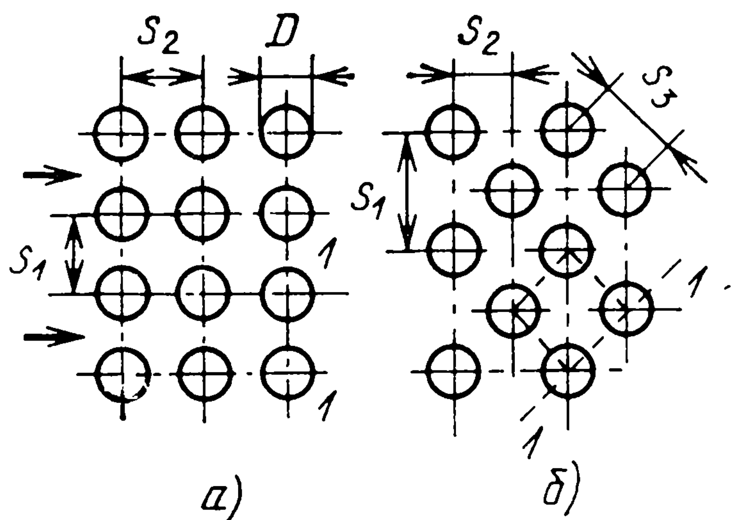


Рис. 9 4. Схема расположения труб в пучке:

а — коридорная; *б* — шахматная

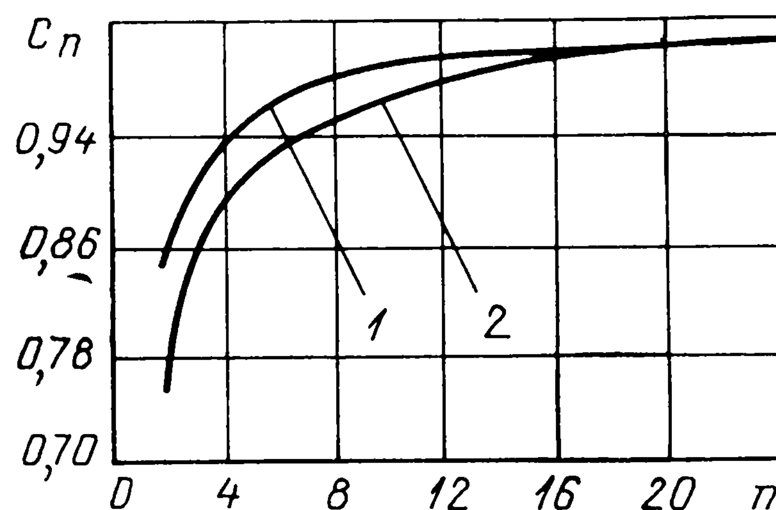


Рис. 9.5. Коэффициент C_n для труб коридорного (*1*) и шахматного (*2*) пучков

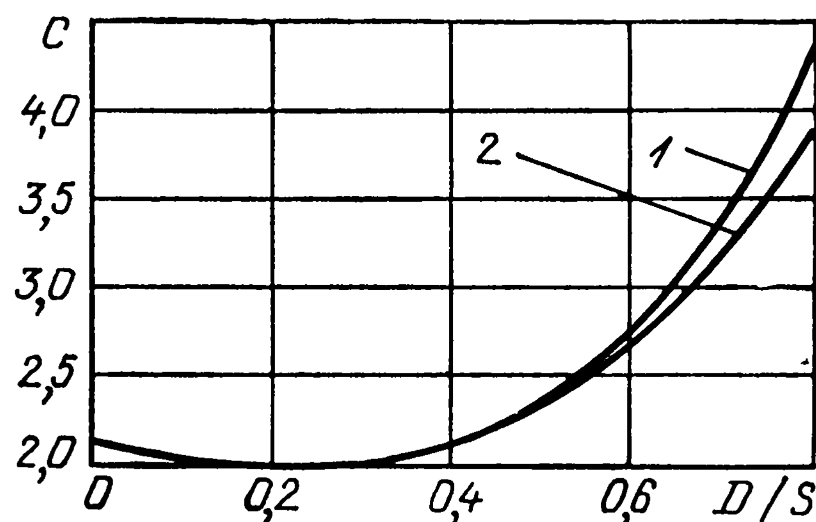


Рис. 9.6. Зависимость коэффициента C от конфигурации и соотношений размеров коридорного (*1*) и шахматного (*2*) пучков труб

для коридорных пакетов:

$$\begin{aligned} &\mathrm{Re}<100, \quad \langle \mathrm{Nu} \rangle_{\text{макс}} = 0{,}9\mathrm{Pr}^{0,36}\mathrm{Re}^{0,4}; \\ &100<\mathrm{Re}<400, \quad \langle \mathrm{Nu} \rangle_{\text{макс}} = 0{,}52\mathrm{Pr}^{0,36}\mathrm{Re}^{0,5}; \\ &4\cdot 10^2<\mathrm{Re}<2\cdot 10^5, \quad \langle \mathrm{Nu} \rangle_{\text{макс}} = 0{,}27\mathrm{Pr}^{0,36}\mathrm{Re}^{0,63}; \\ &\mathrm{Re}>2\cdot 10^5, \quad \langle \mathrm{Nu} \rangle_{\text{макс}} = 0{,}033\mathrm{Pr}^{0,4}\mathrm{Re}^{0,8}; \end{aligned} \qquad (9.3.1)$$

для шахматных пакетов:

$$\begin{aligned} &\mathrm{Re}<40, \quad \langle \mathrm{Nu} \rangle_{\text{макс}} = 1{,}04\mathrm{Pr}^{0,36}\mathrm{Re}^{0,4}; \\ &40<\mathrm{Re}<3\cdot 10^2, \quad \langle \mathrm{Nu} \rangle_{\text{макс}} = 0{,}71\mathrm{Pr}^{0,36}\mathrm{Re}^{0,5}; \\ &3\cdot 10^2<\mathrm{Re}<2\cdot 10^5: \ a/b<2, \quad \langle \mathrm{Nu} \rangle_{\text{макс}} = 0{,}35\mathrm{Pr}^{0,36}\mathrm{Re}^{0,6}; \\ &a/b>2, \quad \langle \mathrm{Nu} \rangle_{\text{макс}} = 0{,}40\mathrm{Pr}^{0,36}\mathrm{Re}^{0,6}; \\ &\mathrm{Re}>2\cdot 10^5, \quad \langle \mathrm{Nu} \rangle_{\text{макс}} = 0{,}031\left(\frac{a}{b}\right)^{0,2}\mathrm{Pr}^{0,4}\mathrm{Re}^{0,8}. \end{aligned} \qquad (9.3.2)$$

Теплоотдача в передних рядах пакета рассчитывается по формуле

$$\langle \mathrm{Nu} \rangle_n = C_n \langle \mathrm{Nu} \rangle_{\text{макс}}, \qquad (9.3.3)$$

где коэффициент C_n берется по рис. 9.5; n — номер ряда.

Для жидкометаллических теплоносителей ($\mathrm{Pr} \ll 1$) расчет проводят по формуле (9.2.10), а коэффициент C выбирают по рис. 9.6.

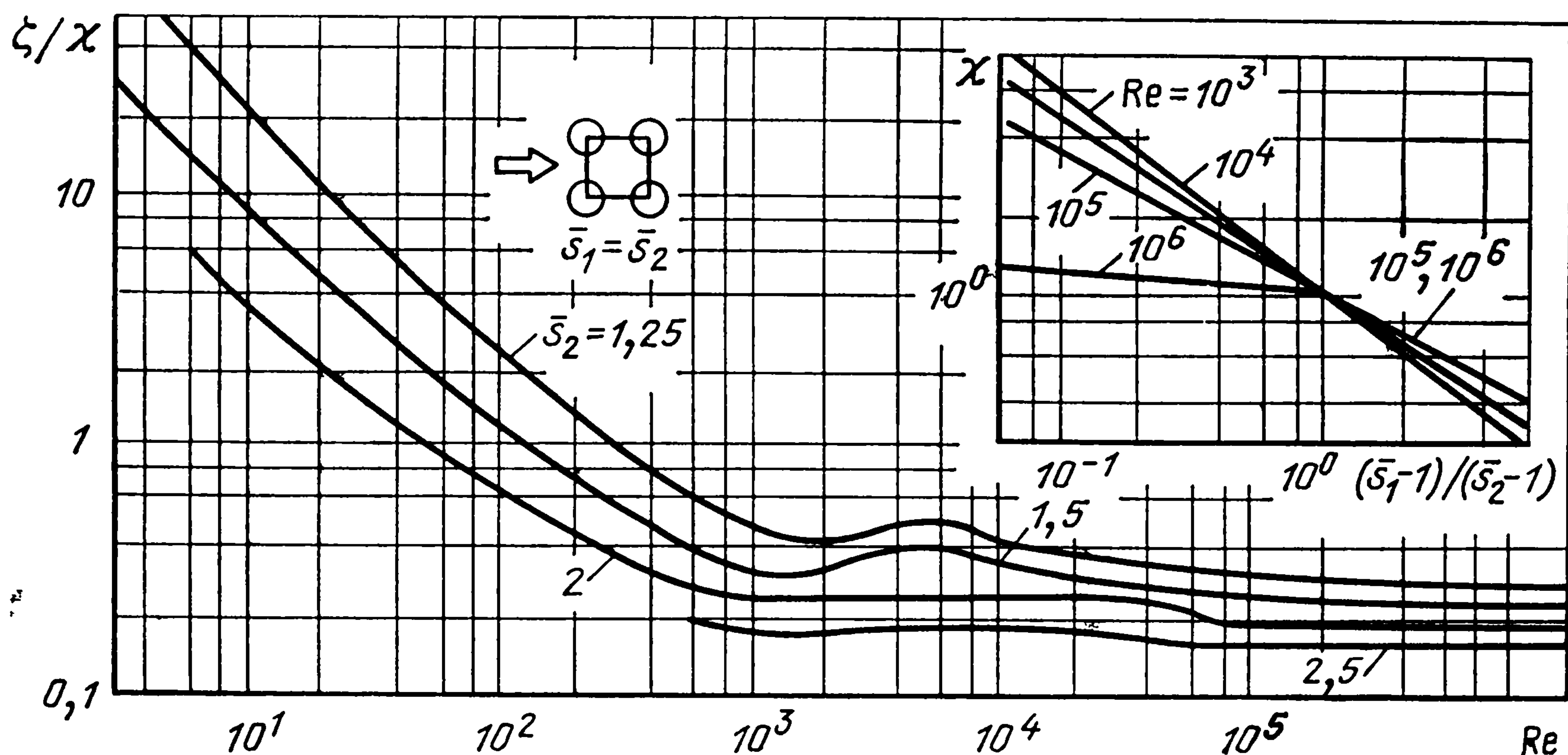


Рис. 9.7. Номограмма для определения коэффициента сопротивления коридорных пучков труб

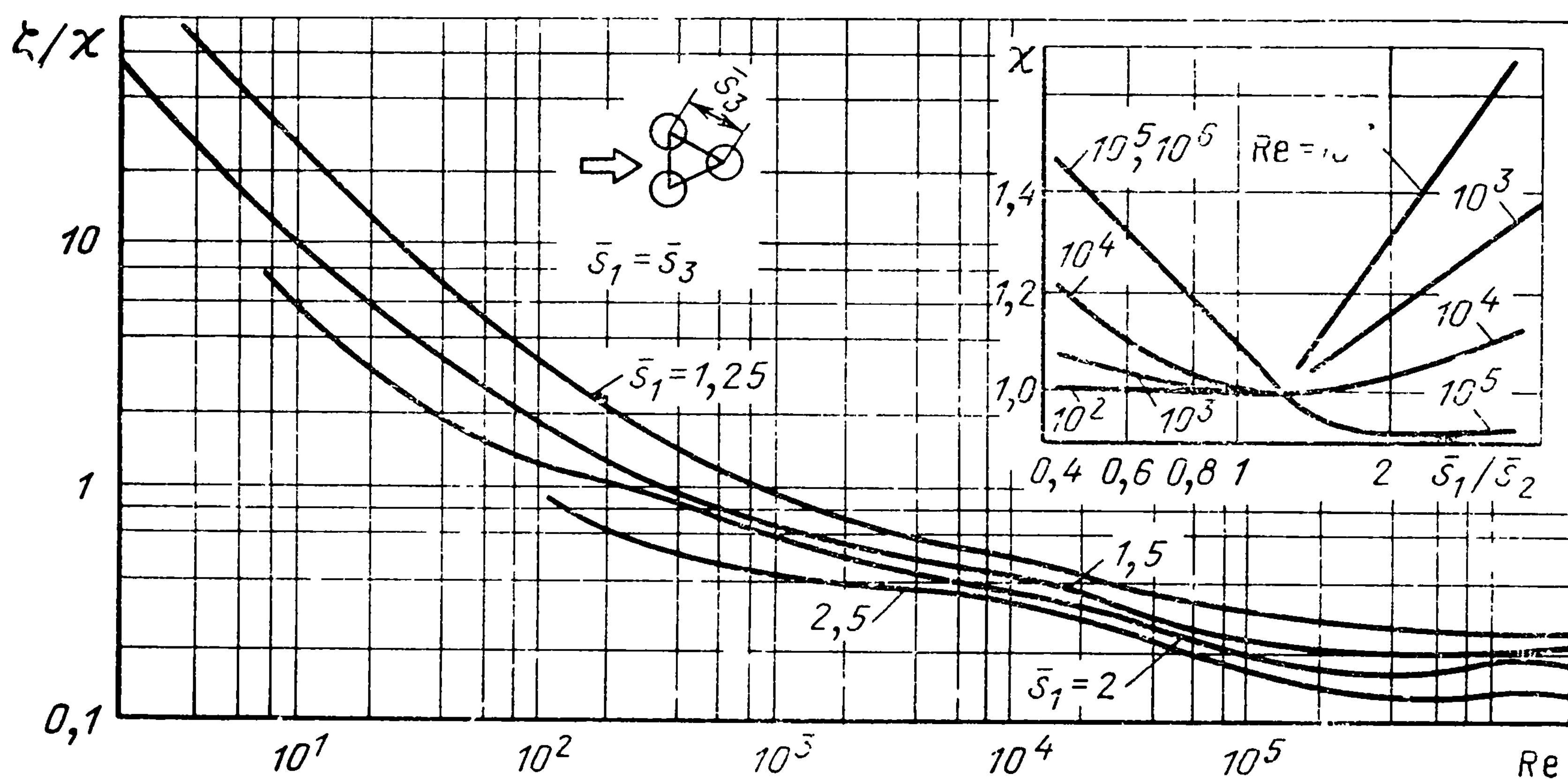


Рис. 9.8. Номограмма для определения коэффициента сопротивления шахматных пучков труб

Перепад давления, обусловленный сопротивлением трения и формы, для наиболее типичных коридорных и шахматных пакетов поперечно обтекаемых гладких труб рассчитывается при помощи номограмм рис. 9.7 и 9.8 [7.2].

Разность давлений перед и за пакетом определяется по формуле

$$\Delta p = \eta_\beta \eta_\delta \zeta \chi^{-0,5} \rho U^2 z, \quad (9.3.4)$$

где η_β — коэффициент, учитывающий угол атаки пакета (рис. 9.9); η_δ — коэффициент, учитывающий шероховатость (рис. 9.10); ζ — коэффициент гидравлического сопротивления; χ — формпараметр, зависящий от значений $\bar{s}_i$; ρ — плотность набегающего потока; $U = U_0 \bar{s}_1/(\bar{s}_1 - 1)$ — скорость потока в минимальном проходном сечении; U_0 — скорость свободного потока перед пакетом; z — число продольных рядов цилиндров в пакете.

Таблица 9.4. **Значения C и m в формуле (9.2.6) для шахматных пучков труб различных форм при $Re=(1\div6)\cdot10^4$**

Тип трубы	Профиль трубы	$\frac{s_1}{D_{усл}}$	$\frac{s_2}{D_{усл}}$	C	m
Овалообразный, $D=$ =31 мм	D; 3,5D	2,48	3,71	0,40 0,42*	0,59 0,555*
Каплеобразный, $D=$ =31 мм	D/2; D; 3,5D	2,15	2,91	0,12	0,7
Двухугольный, $D=20$ мм	D; 5D	2,0 1,7 1,4	3,3 3,5 3,7	0,32 0,23 0,20	0,6 0,63 0,62
Овальный, $D=25$ мм	D; 2D	1,5	2,5	1,25	0,45
Обтекаемый, $D=21$ мм	D; 2,3D	1,58	2,93	1,33	0,45
«Элеско», $D=38$ мм	D; 3,15D	1,72	1,62	0,85	0,55

Тип трубы	Профиль трубы	$\frac{s_1}{D_{усл}}$	$\frac{s_2}{D_{усл}}$	C	m
С разрезными алюминиевыми ребрами		1,95	1,95	1,54	0,57
		2,94	2,94	0,72	0,65
С проволочным оребрением, $D=19$ мм		3,0	3,0	10,6	0,48

* При коридорном расположении труб.

Примечания: 1. В качестве определяющего размера $D_{усл}$ для профильных труб принимается диаметр круглой трубы с эквивалентной площадью наружной поверхности.

2. Приведены средние для случаев нагревания и охлаждения потока значения коэффициентов C.

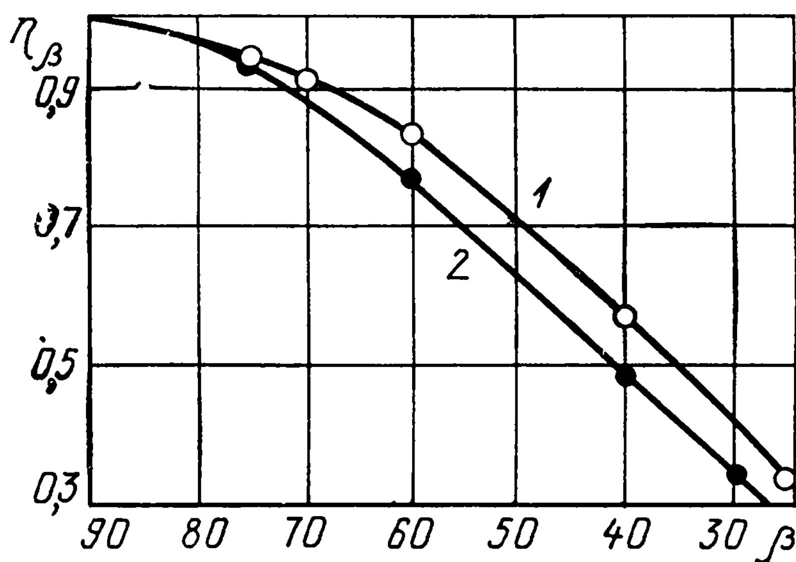


Рис. 9.9. Поправочный коэффициент η_β для шахматных (*1*) и коридорных (*2*) пучков труб

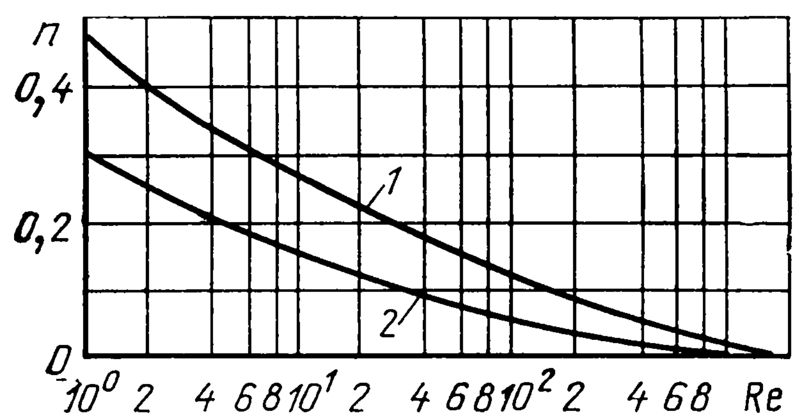


Рис. 9.11. Зависимость показателя степени n от числа Re для процессов охлаждения (*1*) и нагревания (*2*) пучков труб

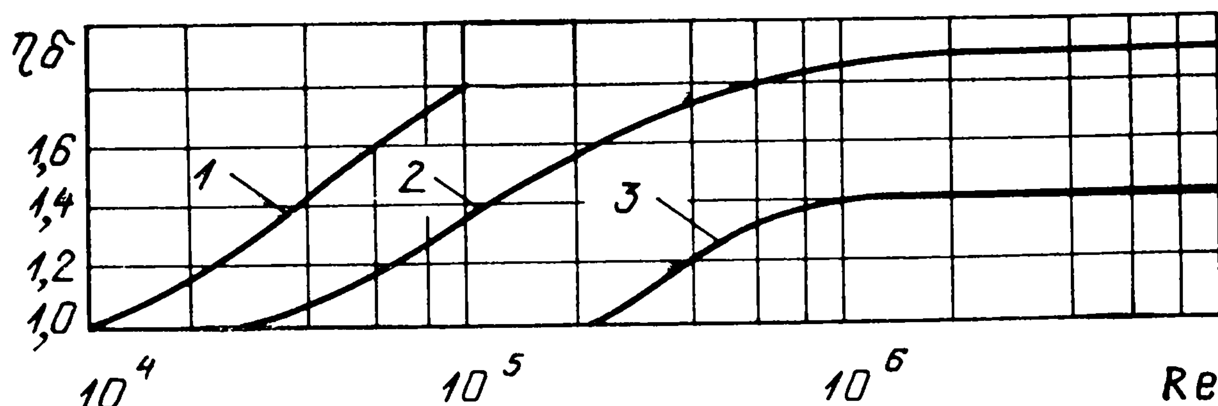


Рис. 9.10. Коэффициент η_δ для шахматных пучков труб при значениях δ/D: *1* — $15\cdot10^{-3}$; *2* — $5\cdot10^{-3}$; *3* — 10^{-3}

Таблица 9.5. Значения C и m в формуле (9.2.6) для пакетов призматических стержней, $\mathrm{Re}=(3\div20)\cdot10^3$

Сечение стержней	Расположение стержней	$\frac{s_1}{D_{усл}}$	$\frac{s_2}{D_{усл}}$	C	m
Треугольник 1 : 1 : 1,4	Шахматное	2,60	2,76	0,179	0,75
		2,60	4,42	0,200	0,72
		2,60	5,52	0,188	0,72
		2,60	6,63	0,174	0,72
		2,60	11,6	0,170	0,72
		3,70	6,63	0,166	0,72
	Коридорное	2,60	6,63	0,176	0,72
	Каскадное (см. рис. 9.12, *а*)	6,50	8,28	0,141	0,75
Прямоугольник 2 : 1	Шахматное	2,10	6,28	0,202	0,72
	Ступенчатое (см. рис. 9.12,*б*)	3,14	6,28	0,184	0,72

Влияние температурного фактора при малых числах Re в вязких жидких средах оценивается по $(\mu_{ст}/\mu_0)^n$, где $\mu_{ст}$, μ_0 — вязкость при температурах стенки и потока; значение показателя степени n выбирается по рис. 9.11.

В табл. 9.4 и 9.5 приведены данные для некоторых пакетов из труб и стержней нецилиндрической формы.

Коэффициенты теплоотдачи *оребренных труб* обычно относятся к их полной поверхности нагрева. Ниже приводятся формулы для расчета теплоотдачи металлических труб с размерами ребер, близкими к оптимальным.

Шахматный пакет поперечно обтекаемых *труб с плавниками* (двумя ребрами, приваренными по лобовой и кормовой образующим цилиндра) по Антуфьеву и Белецкому:

$$\mathrm{Nu}\approx0{,}42\mathrm{Pr}^{0,33}\mathrm{Re}^{0,54}(s_1/D)^{0,28}(s_2/D)^{-0,33}(h/D)^{-0,35}(\delta/D)^{0,18}, \quad (9.3.5)$$

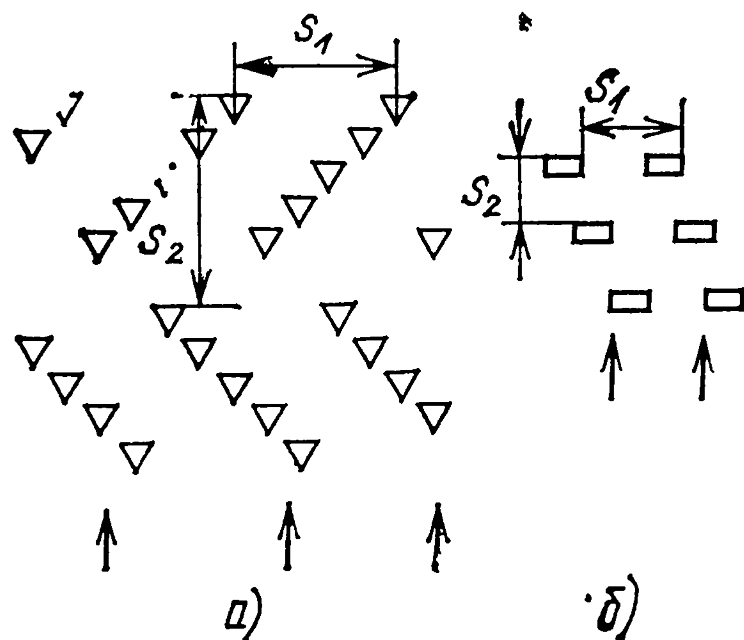


Рис. 9.12. Схемы расположения стержней в пучках:
а — каскадная; *б* — ступенчатая

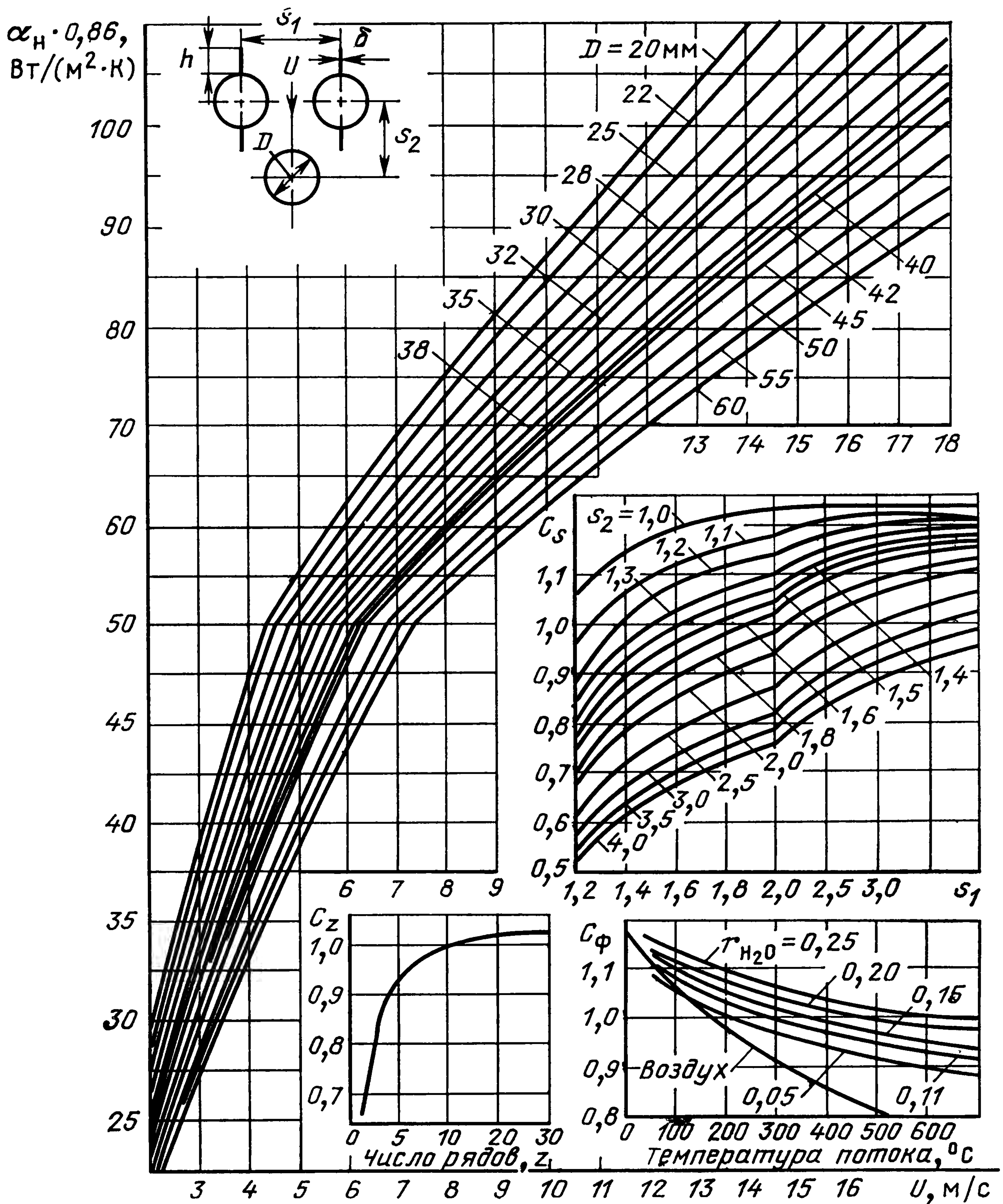


Рис. 9.13. Коэффициент теплоотдачи при поперечном обтекании шахматных пучков плавниковых труб воздухом и дымовыми газами с различным объемным содержанием водяных паров r_{H_2O}; $\alpha = C_z C_s C_ф \alpha_н$

числа Nu и Re рассчитаны по наружному диаметру трубы D; h, δ — высота и толщина плавников.

Область применения этой формулы: $1,5 < \bar{s}_1 < 2,5$; $1,5 < \bar{s}_2 < 2,5$; $0,79 < h/D < 1,2$; $0,12 < \delta/D < 0,16$.

Пакеты с *поперечными круглыми* ребрами:

$$Nu = C Pr^{0,33} Re^m (s_р/D)^{0,40} (D/h)^{0,14} [1 + (F_р/F)(E\varepsilon_\Delta - 1)] \psi; \qquad (9.3.6)$$

для коридорных пакетов: $C=0{,}12$; $m=0{,}72$; для шахматных пакетов: $C=0{,}25$; $m=0{,}65$. Здесь $s_р$ — шаг между ребрами; h — высота ребра; $F_р$ — площадь поверхности ребер; F — площадь полной поверхности теплообмена (поверхность оребрения+поверхность между ребрами). Коэффициенты E, ε_Δ и ψ выбирают, как указано в § 2.9.

Для труб с *квадратными ребрами* коэффициент C в (9.3.6) следует умножить на 0,9.

На рис. 9.13—9.15 приведены номограммы для оценки значений α пакетов оребренных труб. Многообразие конструкций пакетов весьма велико. Подробнее экспериментальные и расчетные данные приведены в [7.2; 9.1; 9.3; 9.5].

9.4. ПАКЕТЫ И ЗАСЫПКИ СФЕР

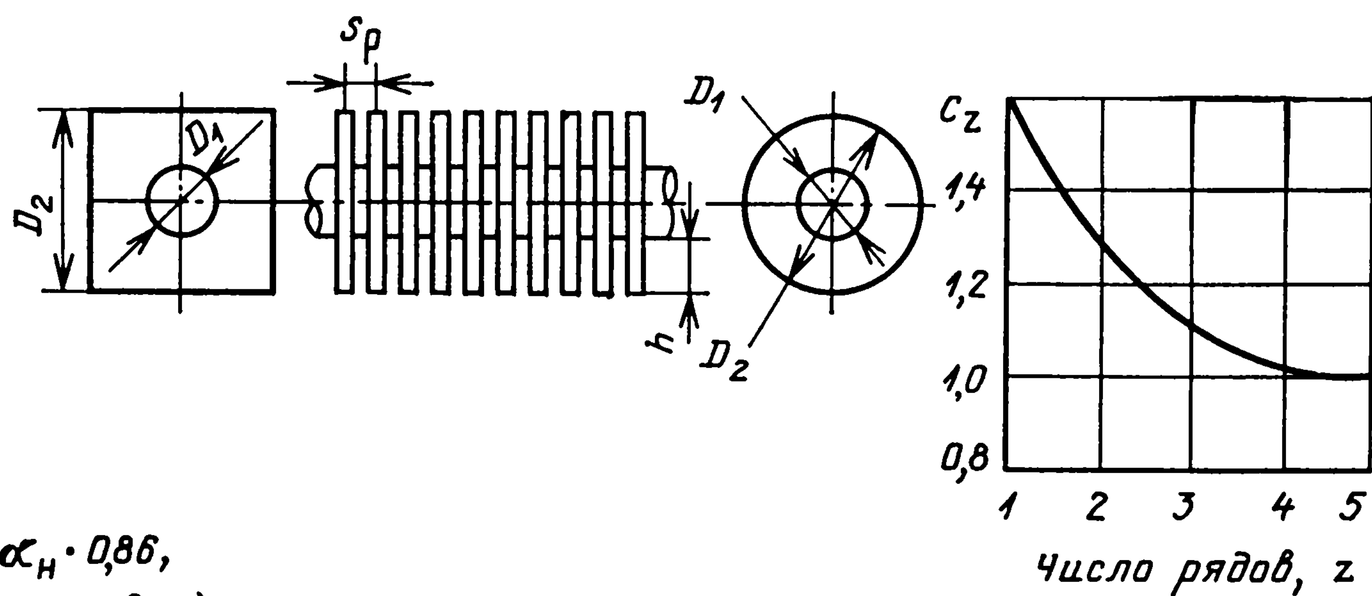
Основными геометрическими характеристиками слоя частиц являются: порозность, т. е. объемная доля пространства, не заполненного твердым компонентом, φ; объемная концентрация твердого компонента $(1-\varphi)$; минимальное проходное сечение ψ; среднее проходное сечение определяется как $\langle\psi\rangle=\varphi$; число шаров между двумя плоскопараллельными, проницаемыми для жидкости, стенками n; расстояние s между центрами шаров по координате y, нормальной к плоскости ограничивающих слой пластин; диаметр сфер D; полная высота слоя H (рис. 9.16).

Типы упаковки сфер:

$$\left.\begin{array}{c}
\text{кубическая}\\
s=D;\quad H=Dn;\quad 1-\varphi=\pi/6;\\
\text{октаэдрическая}\\
s=D/\sqrt{2};\ H=D\left(1+\dfrac{n-1}{\sqrt{2}}\right);\quad 1-\varphi=\dfrac{\pi n}{3\sqrt{2}(\sqrt{2}+n-1)};\\
n\approx\infty,\quad \varphi=1-\pi/3\sqrt{2};\\
\text{тетраэдрическая}\\
s=D\sqrt{\dfrac{2}{3}};\quad H=D\left(1+\dfrac{n-1}{3}\sqrt{2}\right);\\
1-\varphi=\dfrac{\pi n}{3\sqrt{2}\left(\sqrt{\dfrac{3}{2}}+n-1\right)};\ n\approx\infty,\ \varphi=1-\pi/3\sqrt{2};\\
\text{ромбоэдрическая}\\
s=D\sqrt{3}/2;\quad H=D\left(1+\dfrac{n-1}{2}\sqrt{3}\right);\\
1-\varphi=\dfrac{\pi n}{3\sqrt{3}(2\sqrt{3}+n-1)};\ n\approx\infty,\ \varphi=1-\pi/3\sqrt{3}.
\end{array}\right\}\qquad (9.4.1)$$

Минимальное проходное сечение для всех упаковок

$$\psi\approx0{,}56\varphi-0{,}052. \qquad (9.4.2)$$



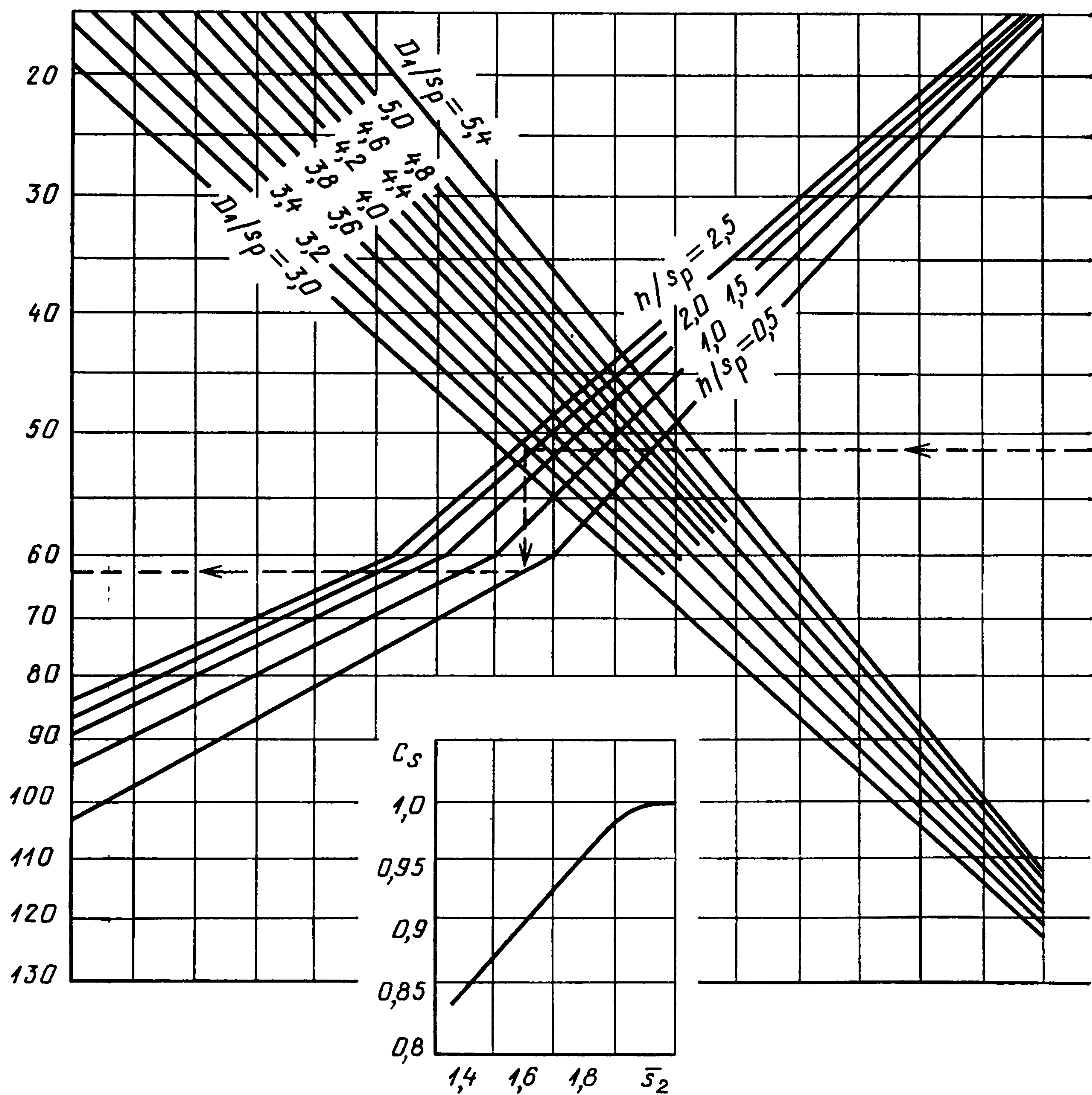
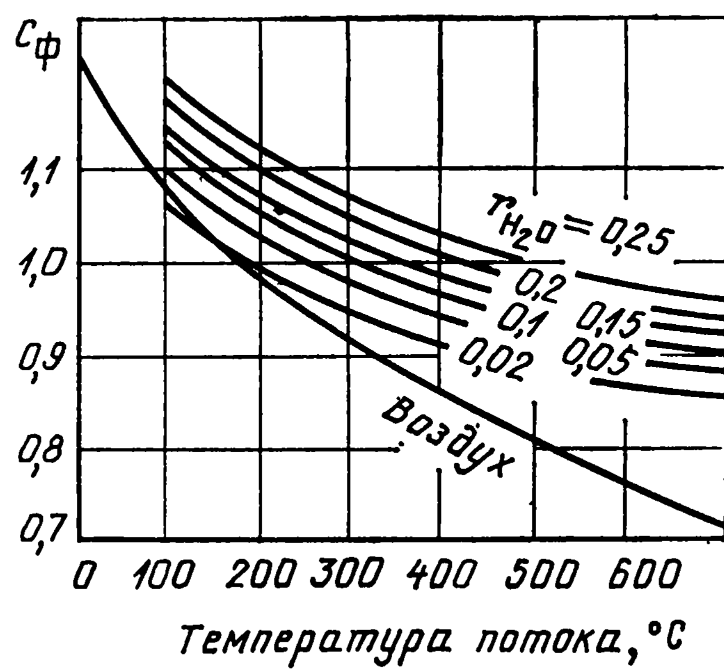
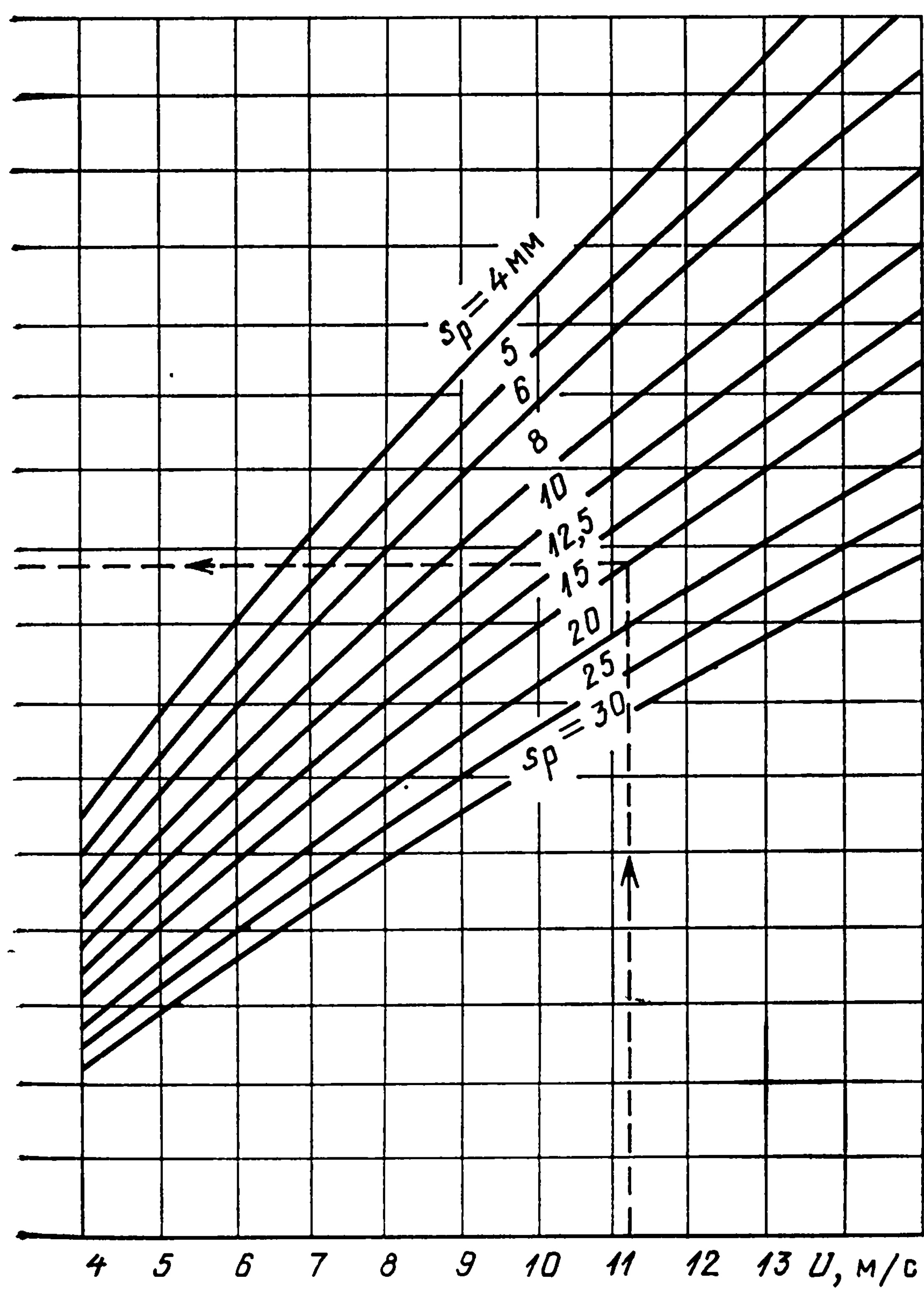


Рис. 9.14. Коэффициент теплоотдачи коридорных пучков труб с поперечными
для круглых ребер $\alpha = C_z C_s C_ф \alpha_н$; для квадратных





ребрами:

ребер $\alpha = 0{,}92 C_z C_s C_ф \alpha_н$

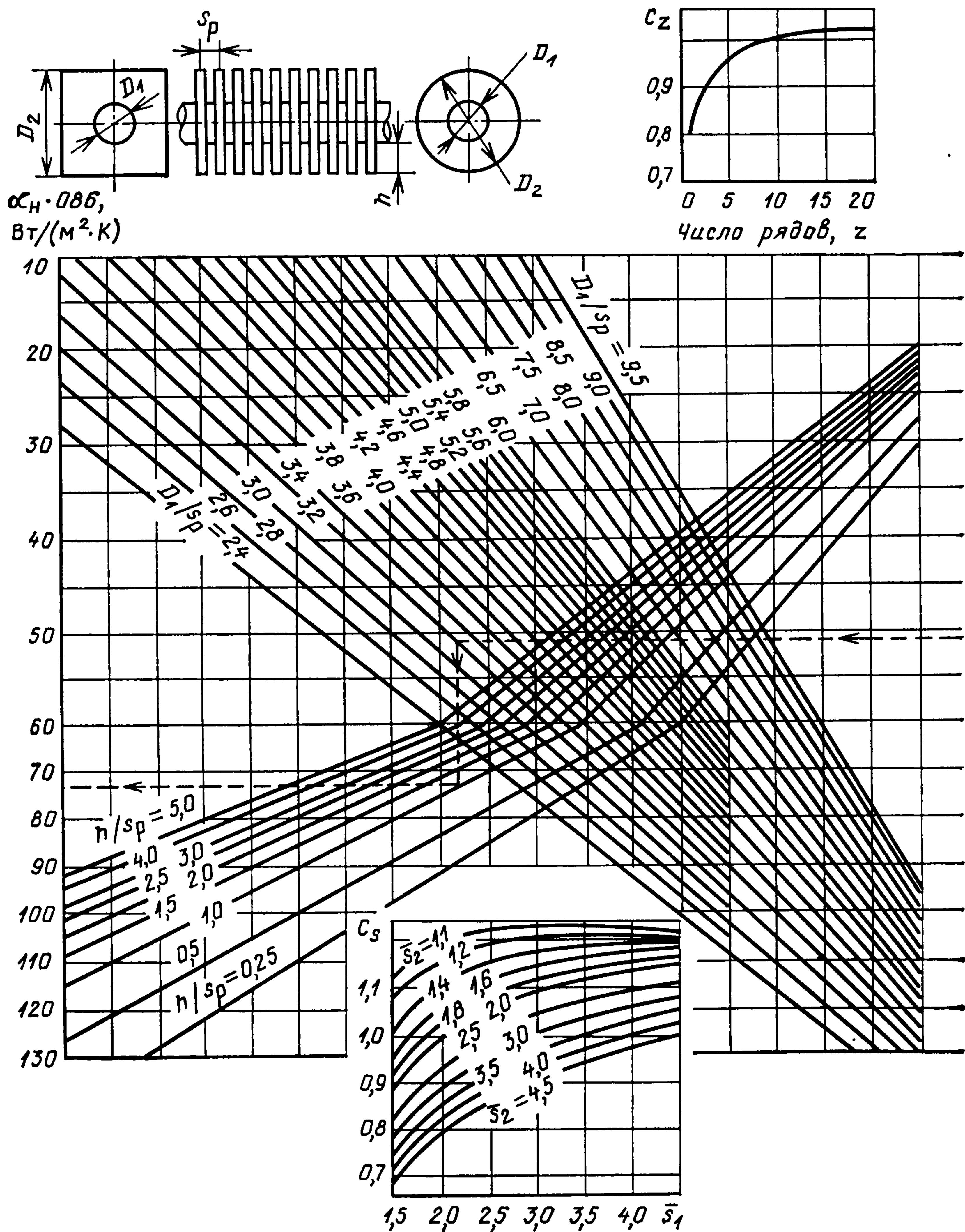
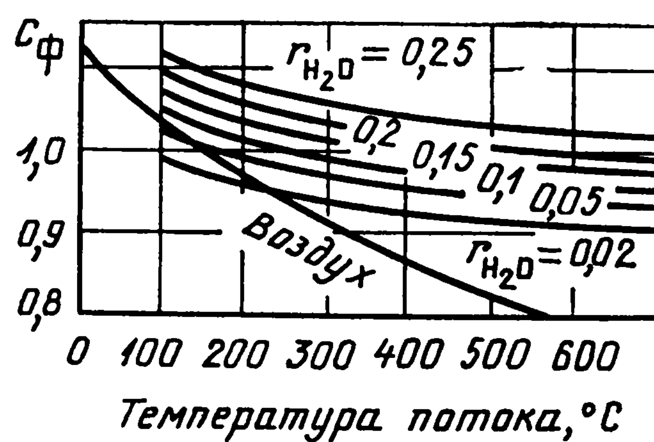
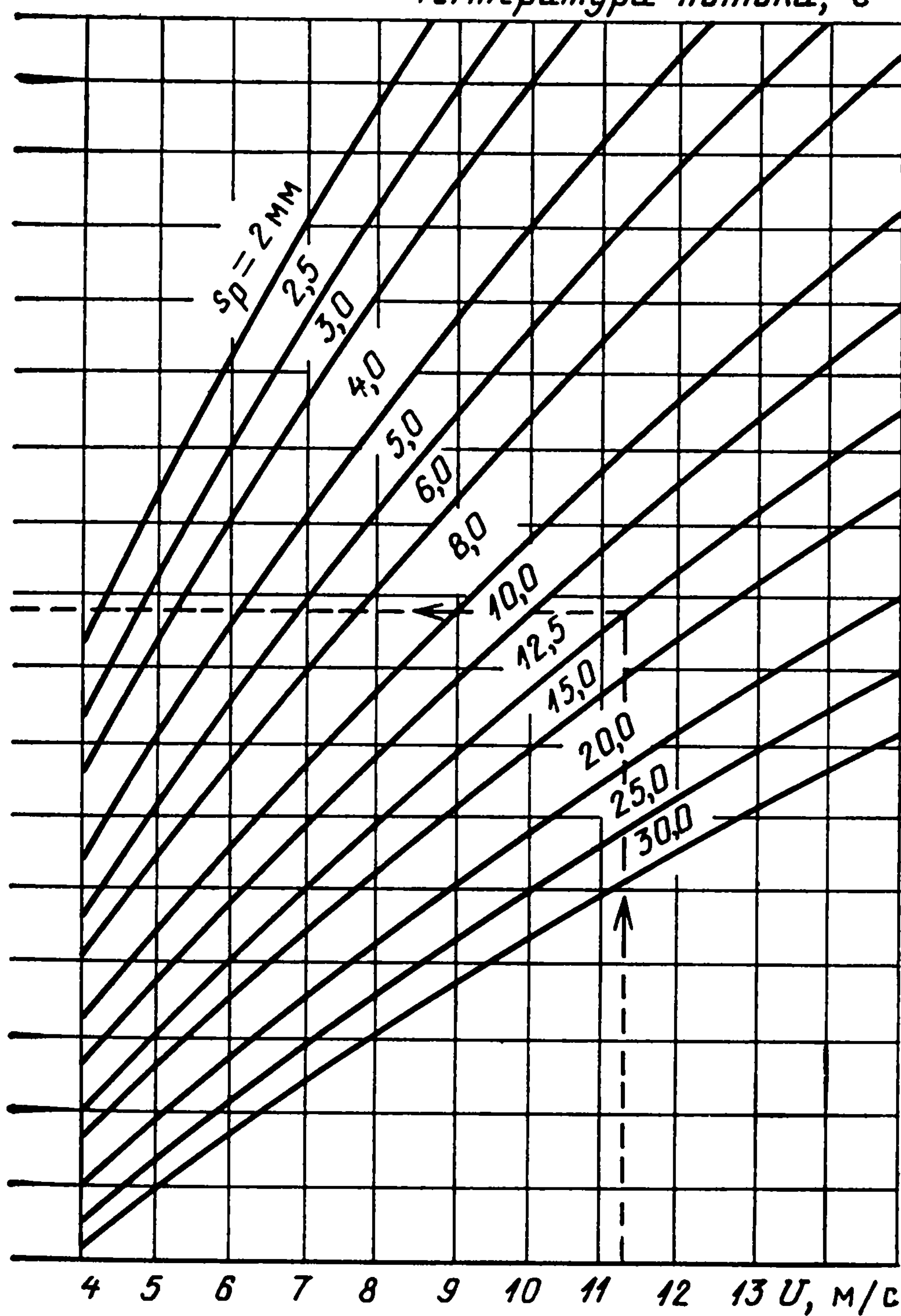


Рис. 9.15. Коэффициент теплоотдачи шахматных пучков труб с поперечными для круглых ребер $\alpha = C_z C_s C_ф \alpha_н$; для квадратных





ребрами:

ребер $\alpha = 0{,}92 C_z C_s C_ф \alpha_н$

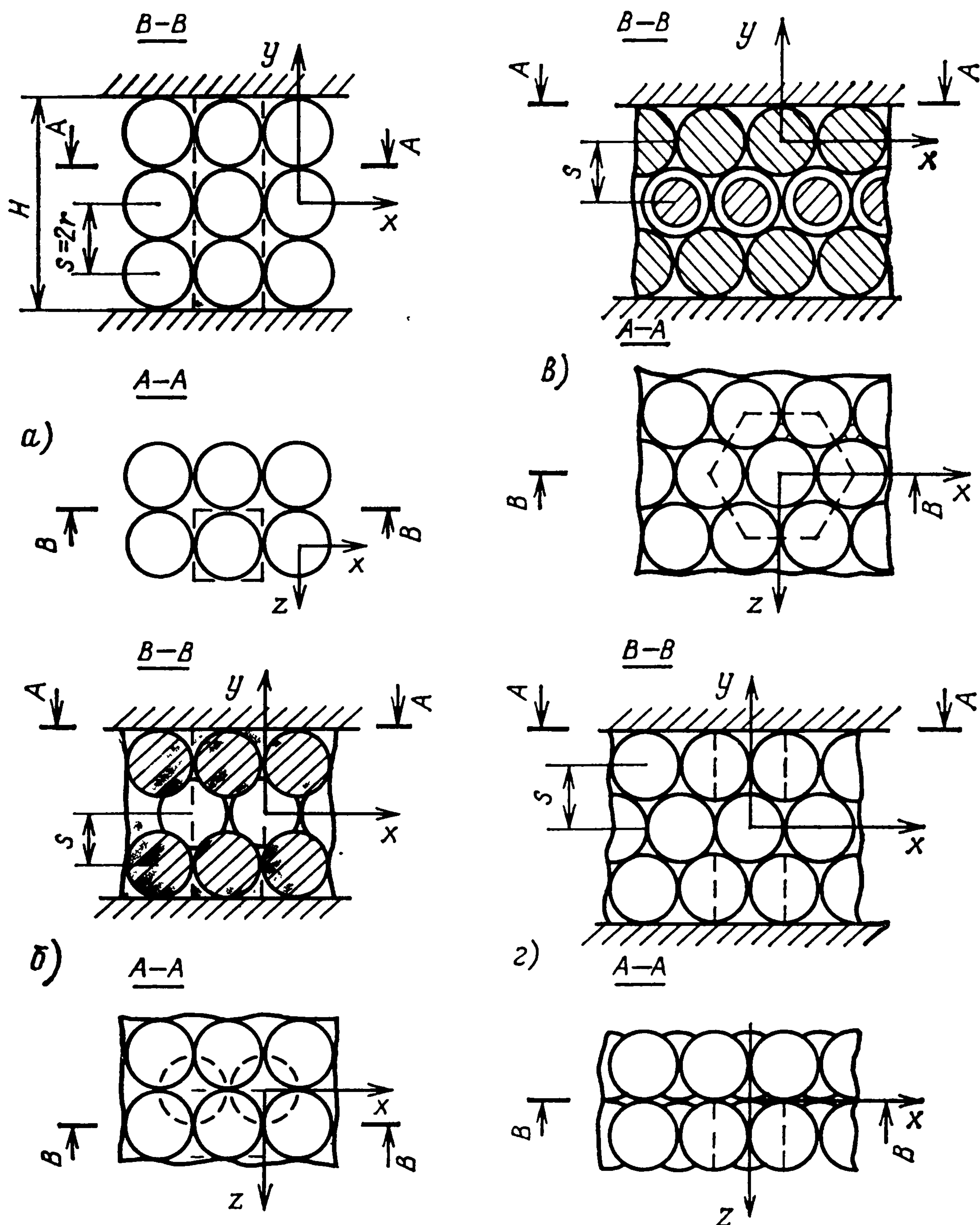


Рис. 9.16. Схемы расположения (упаковки) сфер:
а — кубическая; *б* — октаэдрическая; *в* — тетраэдрическая; *г* — ромбоэдрическая

При безынерционной *ламинарной фильтрации* (Re<10) жидкости перепад давления в слое определяется формулой Дарси (1856 г.)

$$\Delta p = \mu H U_0 / k, \tag{9.4.3}$$

где μ — вязкость фильтрующейся жидкости, Па·с; H — толщина слоя фильтрации, м; U_0 — скорость течения, отнесенная к полной площади поперечного сечения слоя по ходу потока, м/с; k — коэффициент проницаемости слоя по Дарси, м² (табл. 9.6).

Для слоя сфер диаметром D

$$k = 6{,}7 \cdot 10^{-3} D^2 \varphi^3 / (1-\varphi)^2. \tag{9.4.4}$$

Таблица 9.6. **Значения коэффициента проницаемости k для некоторых материалов в свободно насыпном слое**

Материал	Эффективный диаметр, мм	$k \cdot 10^{10}$, м^2
Песок речной	0,8	4,4
То же	0,5	2,7
Песок горный	0,5	3,6
Металлические шарики	0,5	3,8

Перепад давления в слое по [9.7]

$$\Delta p = \frac{3(1-\varphi)}{2\varphi\psi}\left(1 + 422\mathrm{Re}_m^{-1}\right)\bar{H}\rho U^2, \qquad (9.4.5)$$

где $\mathrm{Re}_m = UD/(\psi\nu)$ — число Рейнольдса, рассчитанное по максимальной скорости потока U/ψ и диаметру отдельной сферы D; U — скорость набегающего потока ($\varphi=1$); $\bar{H}=H/D$ — относительная высота слоя.

В работах М. Э. Аэрова, О. М. Тодеса [9.2] и ряда других авторов приведены формулы для расчета перепада давления и теплоотдачи по средней скорости потока $\langle U \rangle = U/\varphi$ и эквивалентному диаметру частиц $D_э = 4\varphi/[\bar{F}_1(1-\varphi)]$, где $\bar{F}_1 = F_1/V_1$ — удельная площадь поверхности частиц (у сферы $\bar{F}_1 = 6/D$). Перепад давления в этом случае:

$$\Delta p = \frac{3\zeta_э(1-\varphi)\rho\langle U^2\rangle H}{\varphi D}; \quad \mathrm{Re}_э = \frac{\langle U \rangle D_э}{\nu}; \qquad (9.4.6)$$

$$\mathrm{Re}_э < 2\cdot 10^3, \quad \zeta_э = 36{,}4\mathrm{Re}_э^{-1} + 0{,}45;$$

$$2\cdot 10^3 < \mathrm{Re}_э < 10^5, \quad \zeta_э = 1{,}09\mathrm{Re}_э^{-0{,}14}.$$

Коэффициент теплоотдачи определяется формулами ($\mathrm{Nu}_э = \alpha D_э/\lambda$):

$$\left.\begin{aligned} &0{,}2 < \mathrm{Re}_э < 2, && \mathrm{Nu}_э = 0{,}51\mathrm{Pr}^{0{,}33}\mathrm{Re}_э^{0{,}85};\\ &2 < \mathrm{Re}_э < 30, && \mathrm{Nu}_э = 0{,}72\mathrm{Pr}^{0{,}33}\mathrm{Re}_э^{0{,}47};\\ &8\cdot 10^4 > \mathrm{Re}_э > 30, && \mathrm{Nu}_э = 0{,}39\mathrm{Pr}^{0{,}33}\mathrm{Re}_э^{0{,}64}. \end{aligned}\right\} \qquad (9.4.7)$$

Величины ρ, λ, ν, Pr относятся к протекающей через засыпку жидкости.

Число контактов между частицами в неподвижных засыпках (координационное число)

$$n_к \approx 18{,}63 - 26{,}88\varphi. \qquad (9.4.8)$$

Эффективная теплопроводность зернистого слоя в цилиндрической трубе, через которую течет несжимаемая жидкость, определяется формулой

$$\bar{\lambda}_э = A + B\,\mathrm{Pe}, \qquad (9.4.9)$$

где $\bar{\lambda}_э = \lambda_э/\lambda$; $\mathrm{Pe} = UD/a$; λ, a — теплопроводность и коэффициент температуропроводности жидкости; U — скорость течения, отнесенная к площади по-

Таблица 9.7. Коэффициенты A и B для слоя частиц

Компоненты слоя	A	B	Компоненты слоя	A	B
Стеклянные шарики — газ	8	0,1	Таблетки катализаторов — газ	8	0,12
Стеклянные шарики — вода	1,5	0,1	Керамические кольца, седла Берля — воздух	8	0,2
Металлические шарики — газ	15	0,1	Песок — воздух	18	—
Металлические шарики — вода	8	0,1			

перечного сечения трубы; D — внутренний диаметр трубы; значения коэффициентов A и B, осредненные по многим имеющим значительный разброс данным, приведены в табл. 9.7.

Теплоотдача от внутренней стенки цилиндрического канала к жидкости, фильтрующейся через неподвижный слой нетеплопроводных сфер с хаотической упаковкой, определяется формулой (В. А. Мухин, Н. Н. Смирнова, 1978 г.)

$$\mathrm{Nu} = \left(\frac{5}{\mathrm{Re}} + \frac{1}{8\bar{\lambda}_э}\right)^{-1}, \qquad (9.4.10)$$

где характерный размер D и скорость U берутся так же, как и в (9.4.9).

При определенном соотношении гидродинамического напора протекающей между частицами жидкости и объемными силами, удерживающими эти частицы (в простейшем случае сила тяжести $g\Delta\rho$, где $\Delta\rho$ — разность плотностей частиц и жидкости), частицы приходят в некоторое свободное хаотическое движение. Возникает *кипящий, или псевдоожиженный, слой частиц* со следующими геометрическими характеристиками:

$$\frac{s}{D} = \left(\frac{1-\varphi_0}{1-\varphi}\right)^{1/3}; \quad \psi = 1-(1-\psi_0)\left(\frac{1-\varphi}{1-\varphi_0}\right)^{2/3}, \qquad (9.4.11)$$

где индекс «0» означает плотную упаковку.

Для $\varphi > 0{,}4$ можно приближенно принять

$$\psi \approx 1 - 1{,}17(1-\varphi)^{2/3}. \qquad (9.4.12)$$

Условия существования плотного псевдоожиженного слоя:

$$0{,}17 < \frac{\langle U\rangle}{U_0} < 0{,}42; \quad U_0 = 2\sqrt{\frac{g\Delta\rho D}{3\rho\zeta_0}}, \qquad (9.4.13)$$

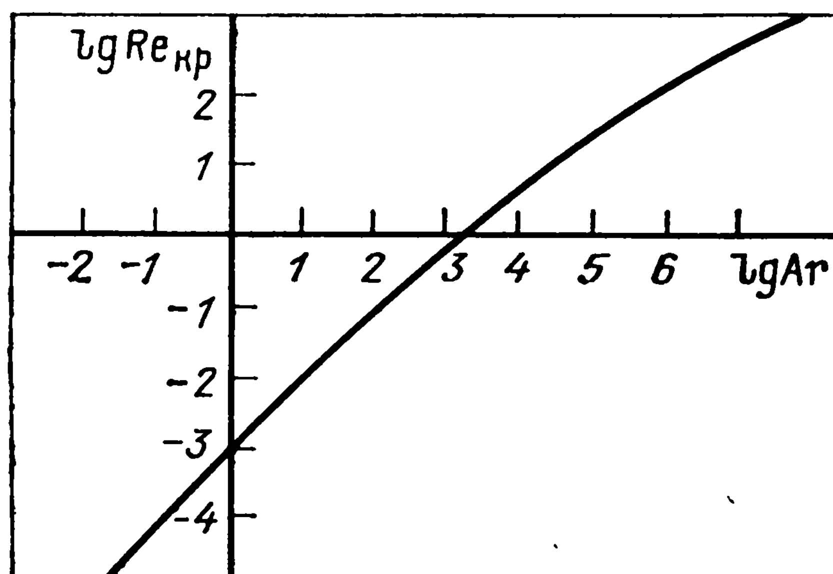
где U_0 — скорость свободного витания частицы; ζ_0 — гидродинамическое сопротивление одиночной частицы.

Условие возникновения кипящего слоя (рис. 9.17)

$$\mathrm{Re}_{кр} \approx \frac{\mathrm{Ar}}{C_1 + C_2\sqrt{\mathrm{Ar}}}, \qquad (9.4.14)$$

где критическое число Рейнольдса начала псевдоожижения слоя и число Архимеда рассчитаны по эквивалентному диаметру частиц [9.2]; для слоя с порозностью $\varphi \approx 0{,}40$ $C_1 = 1400$, $C_2 = 5{,}2$; для слоя с порозностью $\varphi \approx 0{,}48$ $C_1 = 700$, $C_2 = 4$.

Рис. 9.17. Зависимость критического числа Рейнольдса начала псевдоожижения от числа Архимеда



В области $20 < Re_э < 2000$

$$Nu_э \approx 0{,}03 Pr^{0{,}33} Re_э. \qquad (9.4.15)$$

Тепломассообмен цилиндра, поперечно обтекаемого жидкостью, фильтрующейся через неподвижный зернистый слой, определяется эмпирической формулой (В. Е. Накоряков, В. А. Мухин, В. В. Балуев, А. А. Воропаев, 1985 г.)

$$Nu = 0{,}45 Re^{0{,}7} Pr^{0{,}4}, \qquad (9.4.16)$$

где числа Nu и Re рассчитываются по диаметру элемента засыпки.

Формула справедлива в диапазоне чисел: $Pr = 0{,}7 \div 2000$; $Re = 1 \div 1000$.

Теплоотдача цилиндра, погруженного в псевдоожиженный слой, рассчитывается по формуле [9.6]

$$Nu = 0{,}74 Ar^{0{,}1} \left(\frac{\rho'}{\rho''}\right)^{0{,}14} \left(\frac{c'}{c''}\right)^{0{,}24} \left(1-\varphi\right)^{2/3} + 0{,}046 Re Pr \frac{(1-\varphi)^{2/3}}{\varphi}, \qquad (9.4.17)$$

где индекс «′» относится к параметрам частиц; «″» — к параметрам газа.

Для крупных частиц ($D > 1$ мм) в узком интервале чисел псевдоожижения ($1 < W < 5$)

$$\varphi = \varphi_0 + 1{,}56 \frac{Re_{кр}}{Ar^{1/2}} (W-1)(1-\varphi_0). \qquad (9.4.18)$$

Для мелких частиц ($D < 1$ мм) при $1 < W < 10$

$$\varphi = 1 - \frac{1-\varphi_0}{1 + 0{,}7(H_0/D)^{1/2} Fr^{1/3}}. \qquad (9.4.19)$$

Примеры расчета теплоотдачи цилиндра диаметром 0,3 м, помещенного в зернистый слой высотой 0,9 м, ожижаемый воздухом, приведены в табл. 9.8.

Таблица 9.8. **Расчет теплоотдачи по формулам (9.4.17)—(9.4.19)**

Параметр	Песок, D=0,35 мм, T=303 K				Уголь, D=2 мм, T=373 K		
W	2	5	8	10	2	3	5
φ	0,45	0,51	0,55	0,57	0,51	0,63	0,86
Nu	3,3	3,4	3,4	3,4	13,4	12,6	7,7
α, Вт/(м²·К)	260	250	260	262	180	170	103

Глава десятая

СВОБОДНАЯ ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ

10.1 ОБТЕКАНИЕ ПОВЕРХНОСТИ В НЕОГРАНИЧЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Свободная тепловая конвекция возникает в текучей среде, находящейся в поле ускорений, вследствие разности плотностей, обусловленной неоднородностью температурного или концентрационного полей.

Основными термогидродинамическими числами подобия в данном случае являются числа Архимеда и Прандтля:

$$\mathrm{Ar}=g\overline{\Delta\rho}L^3/\nu^2;\ \mathrm{Pr}=\nu/a. \qquad (10.1.1)$$

При термогравитационной конвекции $\overline{\Delta\rho}=\overline{\Delta\rho}\beta\Delta T$ и число Архимеда принимает форму числа Грасгофа. Здесь β — коэффициент объемного термического расширения среды, 1/К; ΔT — характерная разность температур, К; физические свойства обычно относят к средней температуре $\langle T\rangle=(T_{\text{ст}}+T_0)/2$.

Приближенно совместное влияние чисел Грасгофа и Прандтля выражается для сред с $\mathrm{Pr}\gtrsim 1$ в виде числа Рэлея $\mathrm{Ra}=\mathrm{GrPr}$, а для сред $\mathrm{Pr}\ll 1$ — в виде произведения GrPr^2. Подробно о свободной конвекции см. [1.7, 10.2—10.4].

Для вертикальных плиты и цилиндра с достаточно большим диаметром (если рассчитанное по диаметру цилиндра число $\mathrm{Gr}>10^{-3}$) характерным линейным размером является высота L; для горизонтального цилиндра и сферы — диаметр D.

Для расчета неметаллических сред в области $10^{-3}<\mathrm{Ra}<500$ используют формулу Михеева (6.9.3); в области $500<\mathrm{Ra}<6\cdot10^9$ имеет место ламинарный пограничный слой, для которого существует точное решение Польгаузена, Шу, Саундерса, Сперроу и др. (табл. 10.1, а также см. табл. 6.1—6.2).

Приближенно для ламинарного пограничного слоя:

$$\left.\begin{array}{ll} 0{,}5<\mathrm{Pr}<10, & \langle\mathrm{Nu}\rangle\approx 0{,}55\mathrm{Ra}^{1/4}; \\ \mathrm{Pr}\ll 1, & \langle\mathrm{Nu}\rangle\approx 0{,}755(\mathrm{Pr}^2\mathrm{Gr})^{1/4}. \end{array}\right\} \qquad (10.1.2)$$

Турбулентная свободная термогравитационная конвекция у вертикальной стенки, находящейся в изотермической жидкости, возникает при $\mathrm{Ra}\geqslant 4\cdot10^{10}$ (переходный режим $6\cdot10^9\leqslant\mathrm{Ra}\leqslant4\cdot10^{10}$). В этом случае теплоотдача автомодельна относительно размера тела:

$$\left.\begin{array}{ll} \mathrm{Pr}>0{,}5, & \langle\mathrm{Nu}\rangle\approx 0{,}13\mathrm{Ra}^{1/3}; \\ \mathrm{Pr}\ll 1, & \langle\mathrm{Nu}\rangle\approx 0{,}13(\mathrm{Pr}^2\mathrm{Gr})^{1/3}. \end{array}\right\} \qquad (10.1.3)$$

Для горизонтальной плоской поверхности, обращенной вверх (характерный линейный размер L равен отношению площади поверхности к перимет-

Таблица 10.1. **Связь между числами подобия при ламинарном термогравитационном пограничном слое на вертикальной стенке**

Pr	$T_{ст}$=const		$q_{ст}$=const	
	$\langle Nu\rangle Gr^{-1/4}$	$\langle Nu\rangle Ra^{-1/4}$	$\langle Nu\rangle Gr^{-1/4}$	$\langle Nu\rangle Ra^{-1/4}$
0,1	0,219	0,389	0,237	0,421
1	0,535	0,535	0,573	0,573
10	1,10	0,616	1,17	0,655
100	2,07	0,655	2,18	0,690

ру) при Pr>0,5:

$$\left.\begin{array}{ll} 1 < Ra < 200, & \langle Nu\rangle = 0,96 Ra^{1/6}; \\ 200 < Ra < 8\cdot 10^6, & \langle Nu\rangle = 0,54 Ra^{1/4}; \\ Ra > 8\cdot 10^6, & \langle Nu\rangle = 0,15 Ra^{1/3}. \end{array}\right\} \qquad (10.1.4)$$

Если поверхность отклонена от вертикали на угол φ, то в первом приближении можно, по данным О. С. Федынского, вводить эффективное число $Gr^* = Gr\cos\varphi$.

Переход от ламинарного пограничного слоя к турбулентному при свободной конвекции происходит при $Gr > 1,5\cdot 10^8$ и слабо зависит от числа Pr.

Пример. Определить коэффициент теплоотдачи от панельного комнатного радиатора высотой L=0,4 м, обогреваемого водой с температурой 363 К, которую практически имеет и поверхность металлического отопительного прибора. Температура воздуха в помещении 291 К. При $\langle T\rangle = (363+291)/2 = 327$ К имеем: λ=0,027 Вт/(м·К); Pr=0,73; $\nu = 1,91\cdot 10^{-5}$ м²/с; $\beta = 1/273$ К$^{-1}$.

Определяем максимальное значение числа Рэлея

$$Ra_{макс} = \frac{9,81\cdot 0,4^3\cdot(363-291)}{1,91^2\cdot 10^{-10}\cdot 273}\cdot 0,73 = 3,3\cdot 10^8,$$

т. е. радиатор омывается ламинарным пограничным слоем.

Оценим конвективную составляющую суммарного коэффициента теплоотдачи по первой формуле (10.1.2):

$$\langle Nu\rangle = 0,55\cdot(3,3\cdot 10^8)^{1/4} = 74,13;\ \alpha_к = \frac{0,027}{0,4}\cdot 74,13 = 5\ Вт/(м^2\cdot К).$$

Радиационная составляющая определяется с учетом степени черноты, которую в данном случае можно принять равной 0,95: $\alpha_р = \varepsilon\sigma_0(T_р^4 - T_в^4)/(T_р - T_в) = 0,95\cdot 5,67\cdot 10^{-8}(363^4 - 291^4)/(363-291) = 7,62$ Вт/(м²·К). Суммарный коэффициент теплоотдачи $\alpha = \alpha_к + \alpha_р = 5 + 7,62 = 12,62$ Вт/(м²·К). Как видно, в обычном водяном отопительном приборе значительная часть теплоотдачи осуществляется излучением.

При однородном вдуве или отсосе через проницаемую поверхность, по Брдлику:

при ламинарном пограничном слое

$$\alpha/\alpha_0 \approx 1 - 0{,}91\mathrm{Re}_1\mathrm{Gr}^{-1/4}; \qquad (10.1.5)$$

при турбулентном пограничном слое

$$\alpha/\alpha_0 \approx (1 - 1{,}68\mathrm{Re}_1^{2/3}\mathrm{Gr}^{-1/3})^2, \qquad (10.1.6)$$

где $\mathrm{Re}_1 = j_1 L/\mu_0$; j_1 — массовая скорость вдува (или отсоса), кг/(м²·с); μ_0 — динамическая вязкость основного потока.

10.2. КОНВЕКЦИЯ В СЛОЯХ ТЕКУЧЕЙ СРЕДЫ

В слое, ограниченном двумя горизонтальными плоскопараллельными *твердыми поверхностями,* если $\partial\rho/\partial T < 0$ и температура нижней поверхности $T_{ст1}$ больше температуры верхней поверхности $T_{ст2}$, конвекция возникает при $\mathrm{Ra} > 1700$ (характерный линейный размер — толщина слоя δ, характерная разность температур $\Delta T = T_{ст1} - T_{ст2}$).

По данным Бердникова, Кирдяшкина, Кутателадзе и др. [10.5, 10.6], при $\mathrm{Ra} > 1700$ возникают периодические ячеистые течения в виде валиков или полигональных структур. Число Пекле, построенное по максимальной горизонтальной скорости течения в ячейке, определяется формулой

$$1{,}7\cdot10^3 < \mathrm{Ra} < 5\cdot10^4, \quad \mathrm{Pe}_m = 0{,}24(\mathrm{Ra} - 1700)^{1/2}. \qquad (10.2.1)$$

Теплообмен в области $\mathrm{Ra}_{кр} < \mathrm{Ra} < 4\cdot10^3$

$$\langle \mathrm{Nu} \rangle = 1 + 1{,}4(1 - \mathrm{Ra}_{кр}/\mathrm{Ra}); \qquad (10.2.2)$$

в диапазоне $4\cdot10^3 < \mathrm{Ra} < 10^5$, где имеет место квазиячеистая структура,

$$\langle \mathrm{Nu} \rangle = 0{,}23\mathrm{Ra}^{1/4}; \qquad (10.2.3)$$

при $10^5 < \mathrm{Ra} < 10^9$

$$\langle \mathrm{Nu} \rangle = 0{,}085\mathrm{Ra}^{1/3}. \qquad (10.2.4)$$

В *слое со свободной верхней поверхностью,* если жидкость чистая и возникает термокапиллярная конвекция, теплоотдача от нижней поверхности примерно на 40% выше, чем при жесткой границе.

В *вертикальных слоях* жидкости, теплоизолированных по торцам, при $L \gg \delta$ (L — высота щели, δ — ее ширина) возникает восходящее течение у горячей стенки и опускное у холодной ($T_{ст1} > T_{ст2}$). При $\mathrm{Ra} < 10^3$ (характерный линейный размер δ) $\mathrm{Nu} = 1$, т. е. конвекция практически не влияет на теплопередачу.

При $0{,}02 < \mathrm{Pr} < 1{,}2\cdot10^4$, $5 < L/\delta < 18$, $5\cdot10^4 < \mathrm{Ra} < 7\cdot10^8$ теплоотдача горизонтальных и наклонных слоев, подогреваемых снизу, обобщается формулой

$$\langle \mathrm{Nu} \rangle = C\mathrm{Ra}^{1/3}\mathrm{Pr}^{0{,}074}, \qquad (10.2.5)$$

где коэффициент C зависит от угла наклона к горизонту φ и представлен ниже:

φ, град	0	30	45	60	90
C	0,07	0,065	0,06	0,057	0,05

10.3. КОНВЕКЦИЯ В ЗАМКНУТЫХ ОБЪЕМАХ

В полостях, заполненных непроточной текучей средой, при разных температурах стенок возникают замкнутые циркуляционные токи.

В *шаровой емкости* конвекция начинает влиять на теплообмен при $Ra > 10^3$. При постоянном темпе возрастания температуры среды в центре сферы $\partial T_0/\partial t_1 = \text{const}$, постоянной температуре ее поверхности и числах $0{,}5 < Pr < 10$:

$$\left.\begin{aligned} &6\cdot 10^5 < Ra < 10^8, && \langle Nu\rangle = 0{,}43 Ra^{0,3};\\ &10^8 < Ra < 10^{10}, && \langle Nu\rangle = 0{,}1 Ra^{0,35};\\ &Ra > 10^{10}, && \langle Nu\rangle = 0{,}012 Ra^{0,4}. \end{aligned}\right\} \qquad (10.3.1)$$

В *вертикальном цилиндре*: $0{,}25 < L/D < 2$; $Pr > 0{,}5$; $10^6 < Ra < 10^{10}$:

$$\langle Nu \rangle = 0{,}52 Ra^{1/4}. \qquad (10.3.2)$$

Расчет теплопередачи в прослойках различной формы при наличии перепада температур можно проводить по формулам для неподвижных слоев, используя понятие *эффективного коэффициента теплопроводности* $\lambda_э = \varepsilon\lambda$, где λ — теплопроводность среды. По данным [10.1]:

$$\left.\begin{aligned} &Ra_* < 10^4, && \varepsilon \approx 1;\\ &10^4 < Ra_* < 10^7, && \varepsilon = 0{,}062 Ra_*^{1/3};\\ &10^7 < Ra_* < 10^{10}, && \varepsilon = 0{,}22 Ra_*^{1/4}. \end{aligned}\right\} \qquad (10.3.3)$$

Зависимость $\varepsilon(Ra_*)$ показана на рис. 10.1. Здесь $Ra_* = Ra(\bar{L})^{n_1}(D/\delta)^{n_2}$; δ — толщина слоя; $\bar{L}$ — отношение длины пути конвективного тока (от нижней кромки нагревателя до холодильника) к его проекции на вертикальную

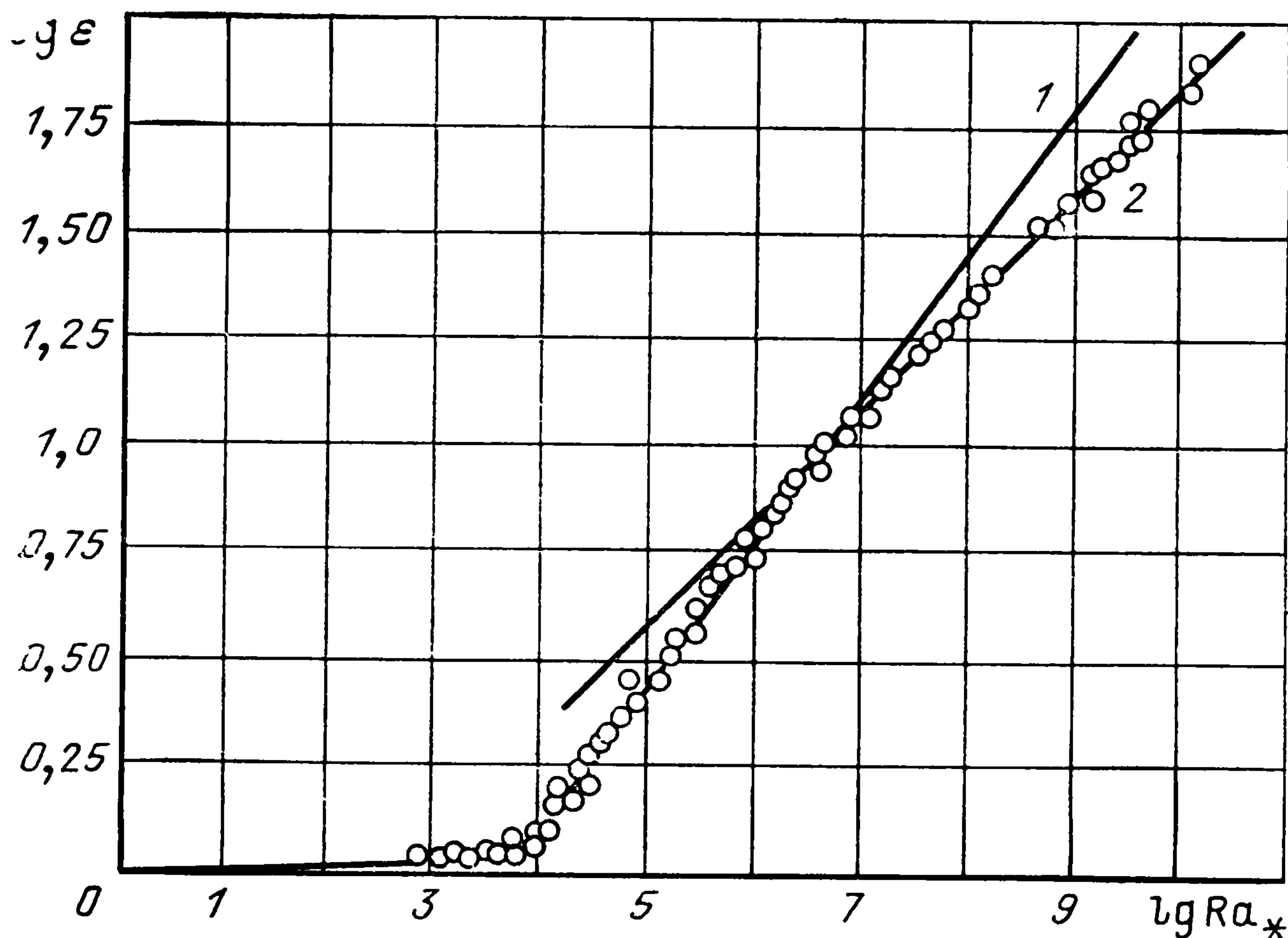


Рис. 10.1. Зависимость $\varepsilon(Ra_*)$ при теплопередаче через плоские, цилиндрические и сферические слои:

1 — $\varepsilon = 0{,}062 Ra_*^{1/3}$; *2* — $\varepsilon = 0{,}22 Ra_*^{1/4}$

ось: для вертикальных плоских и цилиндрических слоев $\bar{L}=1$, для плоских горизонтальных слоев $\bar{L}=3$, для горизонтальных цилиндрических и сферических слоев $\bar{L}=(\pi R_1+\delta)/(D-\delta)$; R_1 — радиус внутренней стенки; D — внешний диаметр полости. Для плоского слоя $n_1=1$, $n_2=0$; для цилиндрического $n_1=3$, $n_2=0$; для сферического $n_1=3$, $n_2=1$. За характерный линейный размер принимается толщина слоя δ.

Подробнее см. [10.1, 10.3].

10.4. КОНВЕКЦИЯ НА ОРЕБРЕННЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

Вертикальные плоские ребра на плоской горизонтальной поверхности (характерный размер — ширина ребра L, высота ребра h, шаг между ребрами b, число ребер n):

$$\left.\begin{aligned}
&\mathrm{Ra}^* = \mathrm{Ra}\frac{nb}{h}; \quad \bar{b} = \frac{b}{L}; \quad \bar{h} = \frac{h}{L}; \qquad \mathrm{Ra}_b = \mathrm{Ra}\,\bar{b}^3;\\
&2\cdot 10^2 < \mathrm{Ra}_b < 10^6, \quad \langle \mathrm{Nu}\rangle = 6{,}7\cdot 10^{-4}\,\mathrm{Ra}_b\,[1-\exp(0{,}75\cdot 10^4/\mathrm{Ra}_b)]^{1,7};\\
&10^6 < \mathrm{Ra}^* < 3\cdot 10^7, \quad \langle \mathrm{Nu}\rangle = 3{,}34\cdot 10^{-3}\mathrm{Ra}^{*0,57}\,\bar{h}^{0,65}\,\bar{b}^{0,41};\\
&3\cdot 10^7 < \mathrm{Ra}^* < 2\cdot 10^8, \quad \langle \mathrm{Nu}\rangle = 1{,}24\cdot 10^{-3}\mathrm{Ra}^{*0,74}\,\bar{h}^{0,65}\,\bar{b}^{0,41}.
\end{aligned}\right\} \qquad (10.4.1)$$

Оптимальное расстояние между теплопроводными ребрами определяется эмпирическим правилом $(bh)_{\text{опт}} \approx 3{,}6$ см^2.

Вертикальная цилиндрическая поверхность с вертикальными параллельными ребрами (характерный размер — высота L):

$$10^7 < \mathrm{Ra} < 10^8, \quad \langle \mathrm{Nu}\rangle = 0{,}58\mathrm{Ra}^{1/4}. \qquad (10.4.2)$$

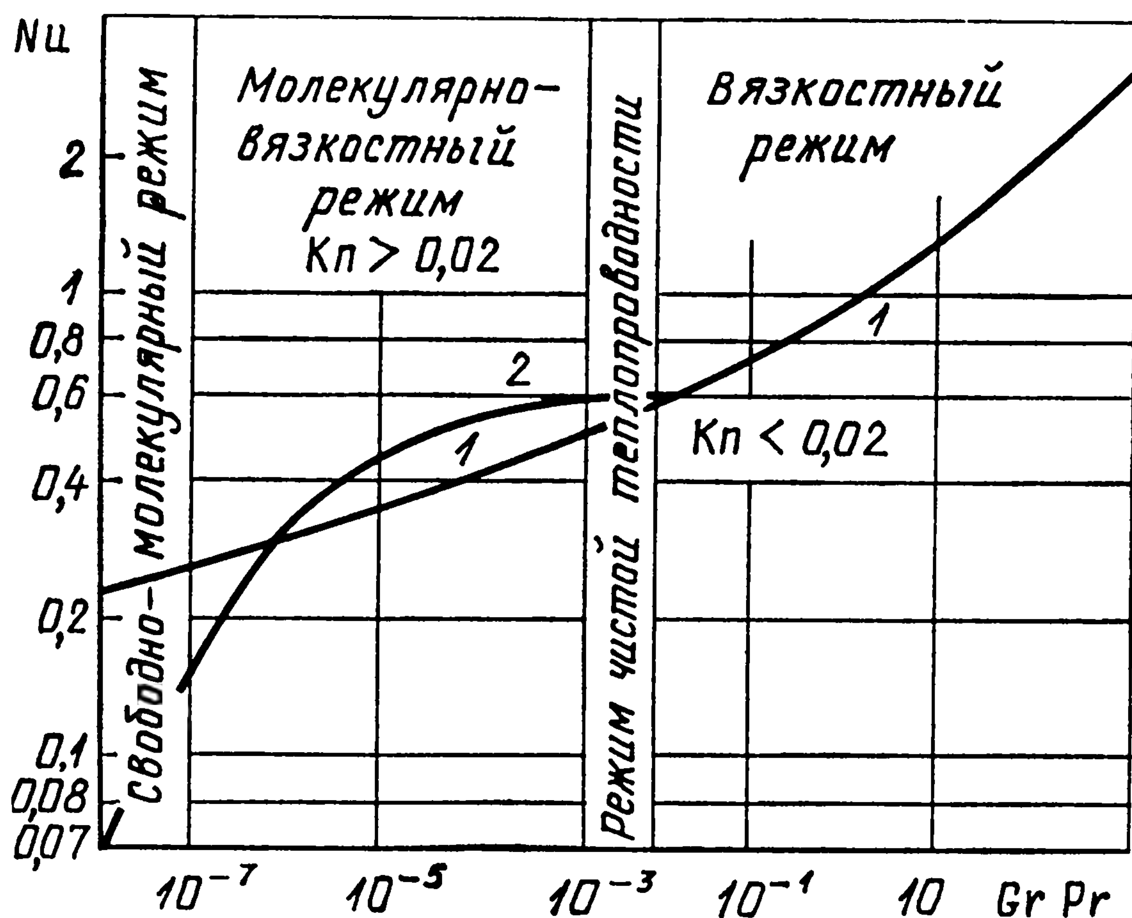


Рис. 10.2. Режимы теплообмена при свободной конвекции:

1 — сплошная среда; *2* — опыты Реброва в ограниченном объеме в вакууме

Таблица 10.2.
Значения коэффициента C в формуле (10.4.4)

$\bar{D}=D_1/D_2$	Круглое ребро	Прямоугольное ребро
0	1,3	1,24
0,25	1,39	1,31
0,50	1,54	1,40
0,75	1,81	1,56
→1	$1{,}27(1-\bar{D})^{-1/4}$	1,94

Вертикальный цилиндр высотой L диаметром D_1 с дисковыми теплопроводными ребрами диаметром D_2, расстоянием между ребрами b:

$$\langle \mathrm{Nu} \rangle = 0{,}7\mathrm{Ra}^{1/4}[1+(D_2-D_1)/(2b)]^{-0{,}7}. \qquad (10.4.3)$$

Горизонтальный цилиндр с поперечными ребрами (характерный размер D_1)

$$\langle \mathrm{Nu} \rangle = 0{,}54C\mathrm{Ra}^{1/4}. \qquad (10.4.4)$$

Здесь значения C для цилиндров с круглыми или прямоугольными ребрами выбирают из табл. 10.2, в которой D_2 — диаметр или сторона ребра.

Один *ряд горизонтальных труб* при относительном расстоянии между осями труб $\bar{s}=s/D=1\div3$ и $3\cdot10^3<\mathrm{Ra}<2\cdot10^5$:

$$\langle \mathrm{Nu} \rangle = C_1\mathrm{Ra}^m. \qquad (10.4.5)$$

Значения коэффициентов: $1{,}08<\bar{s}<1{,}3$, $C_1=2{,}93\bar{s}-3{,}16$, $m=0{,}17$; $1{,}3<\bar{s}<1{,}8$, $C_1=0{,}82$, $m=0{,}17$; $\bar{s}>1{,}8$, $C_1=0{,}47$, $m=0{,}25$. Взаимодействие пограничных слоев практически прекращается при $\bar{s}>1{,}8$.

Режимы теплообмена в плотном и разреженном газе показаны на рис. 10.2. Для цилиндров

$$\mathrm{Nu}^{-1}=\mathrm{Nu}_0^{-1}+3{,}6\mathrm{Kn}, \qquad (10.4.6)$$

где Kn — число Кнудсена. Эффект разрежения газа имеет место при $\mathrm{Kn}>0{,}02$.

10.5. СМЕШАННАЯ КОНВЕКЦИЯ

При обтекании сфер влияние свободной конвекции заметно при числах $\mathrm{Re}<150$, о чем свидетельствует рис. 10.3.

При вынужденном течении в вертикальной трубе и установившемся тепловом потоке ($x/D>40$) по Петухову и Стригину:

при совпадении направлений вынужденной и свободной тепловой конвекции

$$\left.\begin{array}{l} \bar{<}\,1{,}6\cdot10^{-3}, \quad \alpha/\alpha_0=(1+720R)^{-1}; \\ R\bar{R}>1{,}6\cdot10^{-3}, \quad \alpha/\alpha_0=3{,}97\bar{R}^{1/3}, \end{array}\right\} \qquad (10.5.1)$$

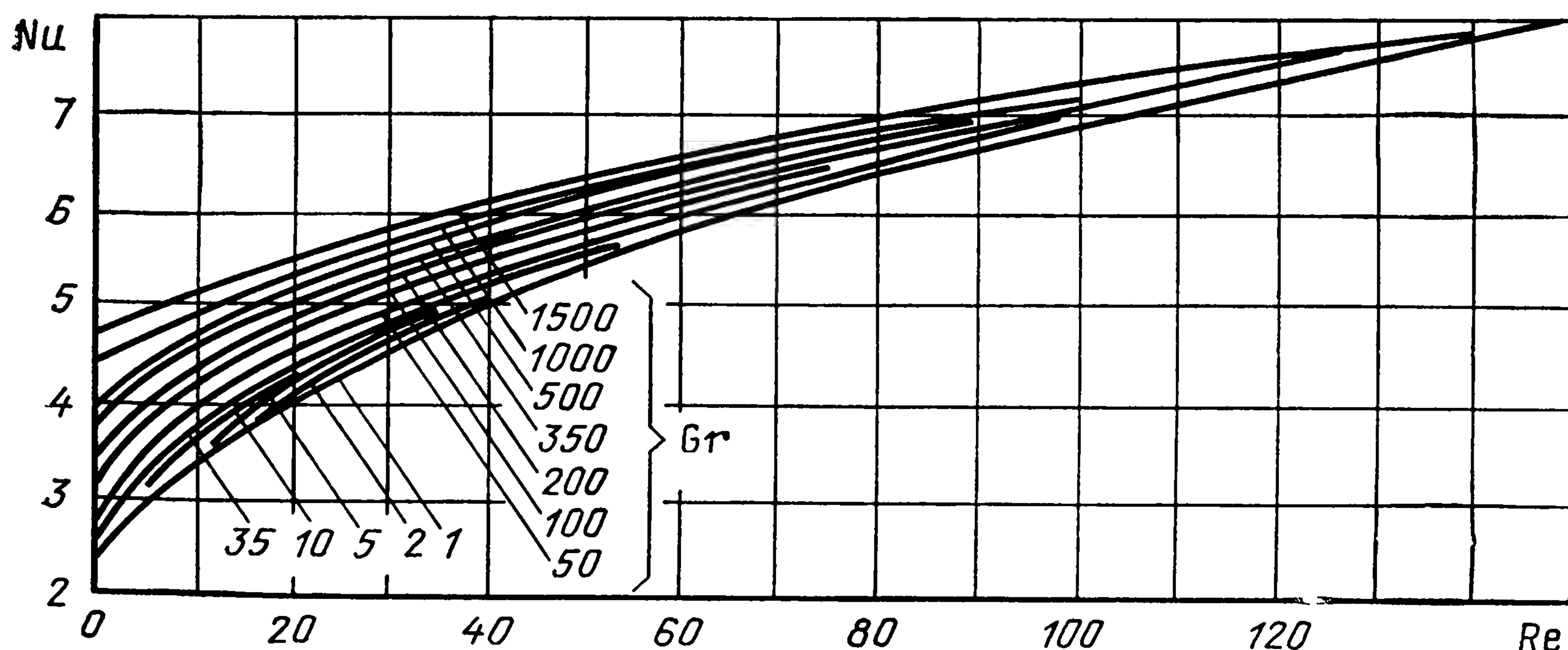


Рис. 10.3. Совместное влияние вынужденной и свободной конвекции на теплоотдачу сферы при Pr=0,72

где $\bar{R}=\frac{D^2 \Pr g\beta}{U^2}\frac{\partial\langle T\rangle}{\partial x}$; α_0 — коэффициент теплоотдачи при отсутствии свободной конвекции, т. е. для вынужденного течения с данным числом $\mathrm{Re}=UD/\nu$;

при противоположных направлениях вынужденной и свободной тепловой конвекции

$$\alpha/\alpha_0=(1+0{,}31\mathrm{Ra}/\mathrm{Re})^{1/3}-0{,}15\exp[-0{,}031(\mathrm{Ra}/\mathrm{Re}-8)^2]. \tag{10.5.2}$$

Глава одиннадцатая

ЖИДКИЕ ПЛЕНКИ И СТРУИ. КОНДЕНСАЦИЯ ПАРА

11.1. СВОБОДНОЕ СТЕКАНИЕ ЖИДКОСТИ ПО СМАЧИВАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

На *смачиваемой поверхности* текущая по ней жидкость образует сплошной слой (пленку), условие стабилизированного течения которого имеет вид

$$\left.\begin{aligned}\tau_{\text{ст}}=g\Delta\rho\delta+\tau_{\text{гр}};\quad \tau_{\text{гр}}=\frac{c_f''\rho''}{2}(U''-u'_{\text{гр}})^2;\\ \tau_{\text{ст}}=\frac{c_f'}{2\rho'}\left(\frac{G_1'}{\delta}\right)^2,\end{aligned}\right\} \tag{11.1.1}$$

где $\tau_{\text{ст}}$ — касательные напряжения, создаваемые трением пленки о поверхность стенки; $\tau_{\text{гр}}$ — касательные напряжения на свободной границе пленки, обусловленные трением о внешнюю среду (газ, пар, другую жидкость); c_f', c_f'' — коэффициенты гидродинамического трения на стенке и на свободной поверхности пленки; δ — толщина пленки; G_1' — массовый расход жидкости на единицу ширины пленки; $\Delta\rho=\rho'-\rho''$ — разность плотностей сред; U'' — скорость течения внешней среды; $u_{\text{гр}}'$ — скорость течения на внешней границе пленки. Здесь и далее индекс $'$ относится к среде в пленке, индекс $''$ к внешней среде.

Свободное стекание имеет место при $\tau_{\text{гр}}\approx 0$. Основы теории таких течений созданы Нуссельтом (ламинарная пленка с невозмущенной свободной границей, 1916 г.), Кольборном (турбулентная пленка, 1934 г.), П. Л. Капицей (ламинарно-волновая пленка, 1948 г.).

Линейной характеристикой гравитационно-вязкого взаимодействия в свободно стекающей пленке является $\delta_{g\nu}=(\nu'^2/g\overline{\Delta\rho})^{1/3}$; аналогичной характеристикой гравитационно-капиллярного взаимодействия — $\delta_{g\sigma}=(\sigma/g\Delta\rho)^{1/2}$. Здесь $\overline{\Delta\rho}=\Delta\rho/\rho'$ — относительная разность плотностей взаимодействующих сред; σ — коэффициент поверхностного натяжения на границе их раздела.

Мерой названных взаимодействий является комплекс

$$\mathrm{Ar}_*=(\delta_{g\sigma}/\delta_{g\nu})^3, \tag{11.1.2}$$

представляющий собой число Архимеда, в котором за характерный линейный размер принято $\delta_{g\sigma}$.

Влияние трения сред на границе их раздела характеризуется числом

$$\bar{\tau}_{гр} = \frac{\tau_{гр}}{g\Delta\rho\delta} \sim \frac{\tau_{гр}}{g\Delta\rho\delta_{g\nu}}, \qquad (11.1.3)$$

являющимся мерой взаимодействия трения на свободной поверхности пленки и силы тяжести. При $\bar{\tau}_{гр} \approx 0$ течение обусловлено действием объемной силы $g\Delta\rho$; при $\bar{\tau}_{гр} \gg 1$ течение в пленке определяется потоком внешней среды.

На вертикальной поверхности число Рейнольдса пленки

$$\mathrm{Re}' = \langle u' \rangle \delta/\nu' = G_1'/\mu'. \qquad (11.1.4)$$

По экспериментальным данным Брауэра (1956 г.) ламинарное течение с невозмущенной поверхностью существует при

$$\mathrm{Re}' < \mathrm{Re}_в' = 2{,}3\mathrm{Ar}_*^{0{,}2}. \qquad (11.1.5)$$

Стабилизированное ламинарное течение свободно стекающей жидкой пленки с гладкой поверхностью описывается формулами Нуссельта ($\tau_{гр} = 0$, $q_{гр} = 0$):

$$\bar{\delta} = (3\mathrm{Re}')^{1/3}; \quad \langle \mathrm{Nu}_\delta \rangle = 1{,}875, \qquad (11.1.6)$$

где $\bar{\delta} = \delta/\delta_{g\nu}$ — относительная толщина пленки; $\langle \mathrm{Nu}_\delta \rangle = \langle\alpha\rangle\, \delta/\lambda'$ — число Нуссельта, построенное по толщине пленки. Более характерной для пленочных течений является запись числа Нуссельта в форме

$$\mathrm{Nu}^* = \alpha\delta_{g\nu}/\lambda' = \mathrm{Nu}_\delta/\bar{\delta}. \qquad (11.1.7)$$

В области *ламинарно-волнового* течения при числах Рейнольдса $\mathrm{Re}_в < \mathrm{Re}' < 100$ среднюю толщину пленки можно определять по формуле Нуссельта (11.1.6) с поправочным множителем, равным 0,9, а коэффициент теплоотдачи — по эмпирической зависимости Струве (1969 г.)

$$\langle \mathrm{Nu}^* \rangle = 1{,}1\mathrm{Re}'^{-0{,}28}. \qquad (11.1.8)$$

По экспериментальным данным Вильке (1962 г.), Е. Г. Воронцова (1971 г.) *ламинарно-турбулентный переход* при свободном пленочном течении происходит в области чисел $100 < \mathrm{Re}' < 400$, и в этом случае:

$$\bar{\delta} \approx 0{,}3\mathrm{Re}'^{0{,}6}; \quad \mathrm{Nu}^* \approx 1{,}4\cdot 10^{-4}\mathrm{Pr}'^{0{,}4}\mathrm{Re}'^{1{,}18}. \qquad (11.1.9)$$

В области *развитого турбулентного* течения пленки (по данным Мак-Адамса, Б. Г. Покусаева, Г. И. Гимбутиса этот режим начинается в области чисел $\mathrm{Re}' > 400 \div 500$):

$$\bar{\delta} = 0{,}31\mathrm{Re}'^{7/12}; \quad \mathrm{Nu}^* = 0{,}095\mathrm{Pr}'^{0{,}4}\mathrm{Re}'^{1/6}. \qquad (11.1.10)$$

Реальное течение жидких пленок существенно многообразнее и сложнее, чем выделенные выше основные четыре типа. Экспериментальные данные в ряде случаев расходятся не только вследствие методических трудностей, но и из-за влияния трудно контролируемых условий реализации пленочных течений и многообразия волновых возмущений. Подробнее о последних см.

Таблица 11.1. **Основные параметры жидких пленок воды при 323 К и натрия при 573 К**

Характеристика	H_2O	Na
ρ', кг/м^3	987,8	880,5
$\mu' \cdot 10^4$, Па·с	5,477	3,396
σ, Н/м	0,0679	0,177
$\delta_{g\nu}$, мм	0,0315	0,0247
$\delta_{g\sigma}$, мм	2,64	4,52
$Ar_* \cdot 10^{-5}$	5,88	61,28
Re'_B	32,78	52,38

Таблица 11.2. **Оценка толщины пленки**

Re′	δ, мм	
	H_2O	Na
1	0,0454	0,0356
10	0,0979	0,0767
100	0,150	0,117
2000	0,823	0,645
5000	1,404	1,097

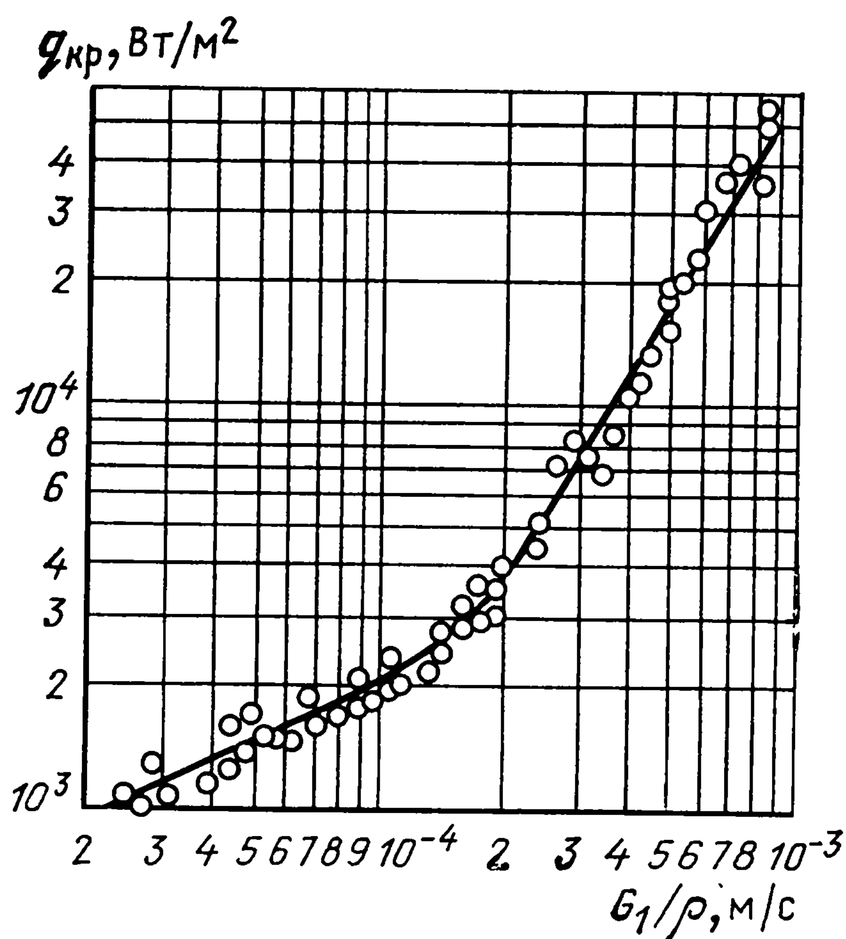


Рис. 11.1. Зависимость критического теплового потока от расхода жидкости на вертикальной поверхности (L=2,2 м; $T_{вх}$=298 К)

[11.7], а более детальное описание экспериментальных источников и практические рекомендации по пленочным термогидродинамическим процессам даны в [11.8].

Пример. Оценить порядок толщин жидких пленок при ламинарном и турбулентном режимах течения. В качестве пробных сред возьмем воду при T=323 К и натрий при T=573 К. Внешняя среда — газ ($\rho'' \ll \rho'$).

Необходимые для расчетов физические свойства и основные гидродинамические масштабы приведены в табл. 11.1, а результаты расчета толщины пленки — в табл. 11.2.

Сплошность течения пленки сохраняется, если расход жидкости больше *минимальной плотности орошения*. Стабилизация ламинарного течения имеет место при выполнении условия Зубера — Штауба

$$\delta^5 > 15\delta^3_{g\nu}\left[(1-\cos\theta)\,\delta^2_{g\sigma} + A\delta\cos\theta\right]\overline{\Delta\rho}, \qquad (11.1.11)$$

где θ — краевой угол смачивания; $A = q\delta^2_{g\sigma}\dfrac{\partial\sigma}{\partial T}\Big/(\sigma\lambda')$ — фактор, учитывающий влияние теплового потока на устойчивость поверхности раздела фаз.

На рис. 11.1 приведены экспериментальные данные И. И. Гогонина, А. Р. Дорохова по минимальной плотности орошения водой.

11.2. ИСПАРИТЕЛЬНОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ

Испарительным охлаждением называется процесс понижения температуры жидкости, находящейся в непосредственном контакте с газовой или парогазовой средой. В этом случае можно выделить три механизма теплоотвода с поверхности жидкости: теплопроводность или, в общем случае, конвекция окружающей среды; излучение с поверхности жидкости в окружающую среду; испарение части жидкости с поверхности контакта в окружающую парогазовую среду. Общая плотность теплового потока со свободной поверхности жидкости определяется формулой

$$q=\alpha_{к}(T'_{гр}-T_0)+r\beta_c(\rho''_{гр}-\rho''_0)+\sigma_0\varepsilon(T'^4_{гр}-T^4_0), \qquad (11.2.1)$$

где $\alpha_к$ — конвективный коэффициент теплоотдачи, который обычно можно оценивать с достаточной точностью по формулам для конвекции около твердых поверхностей; $T_{гр}'$ — температура поверхностного слоя жидкости; T_0 — температура парогазовой смеси, в которую происходит испарение (или из которой происходит конденсация); r — теплота испарения (конденсации); $\beta_c=\alpha_к/(c_p\rho_0'')$ — коэффициент массоотдачи; $\rho''_{гр}$ — плотность пара, соответствующая температуре насыщения, равной температуре поверхности жидкости $(T''_н=T'_{гр})$; ρ''_0 — плотность пара в окружающей среде; ε — степень черноты поверхности жидкости (обычно $\varepsilon\approx1$); σ_0 — постоянная Стефана — Больцмана.

Термодинамические свойства влажного атмосферного воздуха графически описываются диаграммой Л. К. Рамзина (1927 г.), приведенной на рис. 11.2.

Предельная температура охлаждения жидкости при свободном испарении за счет теплоты, подводимой из окружающего газа, достигается в адиабатном процессе, когда

$$(\alpha_к-\alpha_р)(T_0-T'_{ад})=\beta_c r(\rho''_{гр}-\rho''_0). \qquad (11.2.2)$$

Обычно при таком процессе $\alpha_к\gg\alpha_р$ и тогда

$$T'_{ад}\approx T_0-r(\rho''_{гр}-\rho''_0)/(c_p\rho''_0). \qquad (11.2.3)$$

Для воды, испаряющейся в атмосферный воздух при $T_0\approx300$ К, объемная теплоемкость парогазовой смеси близка к теплоемкости сухого воздуха, $c_p\rho''\approx1{,}168\cdot10^3$ Дж/(м^3·К); теплота испарения воды при этих условиях $r\approx2{,}43\cdot10^6$ Дж/кг; условие адиабатного испарения принимает вид

$$T'_{ад}=T_0-2{,}08\cdot10^3(\rho''_{гр}-\rho''_0). \qquad (11.2.4)$$

Пример. Определить адиабатную температуру охлаждения воды, испаряющейся в атмосферный воздух с относительной влажностью около 0,5 и $T_0=298$ К. Этим условиям соответствуют плотность водяного пара $\rho_0''=0{,}5\cdot0{,}023=0{,}0115$ кг/м^3 и температура насыщения (точка росы) $T_к''=286{,}1$ К. Выражение (11.2.4) для определения $T'_{ад}$ примет вид

$$T'_{ад}=T'_{гр}=298-2{,}08\cdot10^3(\rho''_{гр}-0{,}0115)=321{,}9-2080\rho''_{гр},$$

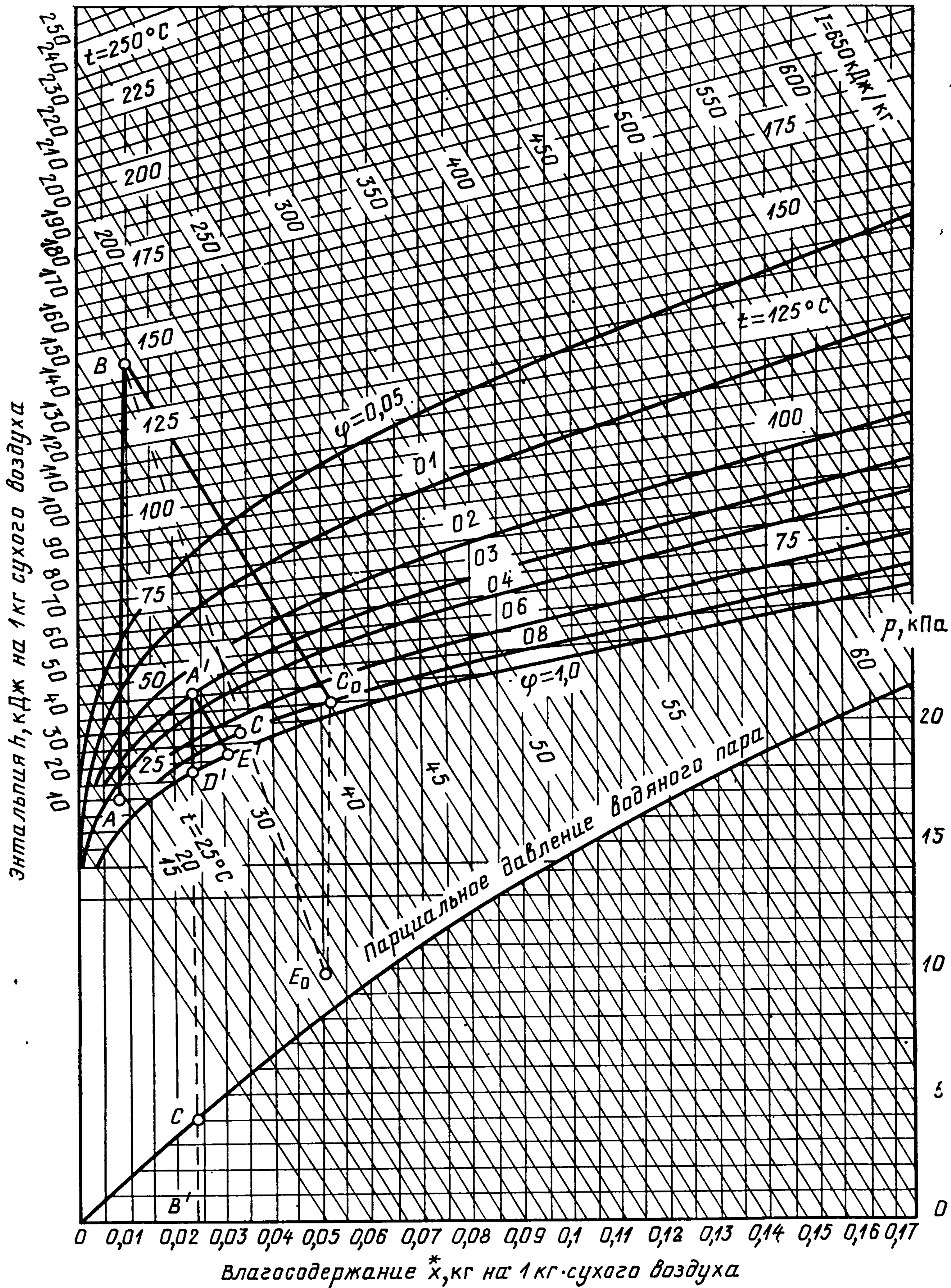


Рис. 11.2. Диаграмма термодинамических свойств влажного воздуха

т. е. температура воды должна соответствовать плотности пара $\rho''_{гр} > 0,0115$, или $T'_{ад} > 286$ К. Воспользовавшись таблицами свойств водяного пара, можем принять, что в интервале температур $286 < T''_{н} < 293$ К плотность $\rho''_{гр} \approx \approx 0,01282 + 8,94 \cdot 10^{-4}(293 - T''_{н})$. Отсюда следует:

$$T'_{ад} = 298 - 2080\,[0,01282 + 8,94 \cdot 10^{-4}(293 - T'_{ад}) - 0,0115],$$

$$T'_{ад} = 290,39 \text{ К}.$$

Таким образом, в этих условиях вода охладится до +17,4 °С в воздухе, имеющем температуру +25 °С и точку росы $T_р = 13,1$ °С.

11.3. ПЛЕНОЧНАЯ КОНДЕНСАЦИЯ ЧИСТОГО СУХОГО НАСЫЩЕННОГО ПАРА

На *поверхности охлаждения*, хорошо *смачиваемой* жидкой фазой данного вещества, его пар конденсируется, образуя непрерывный слой (пленку) конденсата. Число Прандтля конденсата неметаллических паров $\mathrm{Pr}' \gg 1$. На поверхности пленки устанавливается температура, практически равная температуре насыщения при данном давлении. Если паровое пространство заполнено сухим насыщенным паром без существенных примесей газов, не конденсирующихся в данном интервале температур, то основные балансные соотношения процесса пленочной конденсации имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} &q'_{гр} = r j''_{гр};\quad q_{ст} = q'_{гр}\frac{\mathrm{K} + \varphi}{\mathrm{K}} = \alpha \Delta T;\\ &\mathrm{K} = \frac{r}{c' \Delta T};\quad \Delta T = T'' - T_{ст};\quad G_1' = \int\limits_0^x j''_{гр} dx, \end{aligned}\right\} \qquad (11.3.1)$$

где $j''_{гр}$ — массовая скорость конденсации на границе раздела фаз, кг/(м²·с); $\varphi = (T'' - \langle T \rangle)/(T'' - T_{ст})$ — коэффициент осреднения температуры в пленке конденсата; $T_{ст}$ — температура поверхности охлаждения (стенки); T'' — температура насыщения пара; G_1' — расход конденсата на единице ширины поверхности охлаждения, кг/(м·с); x — координата, направленная по течению конденсата.

Коэффициент трения на границе раздела фаз зависит от поперечного потока вещества так, что в данном случае (отсос вещества из пограничного слоя пара, см. гл. 8)

$$c_{f_0} < c_f < 2\bar{j}''_{гр}, \qquad (11.3.2)$$

где c_{f_0} — коэффициент трения при $j''_{гр} \to 0$; $\bar{j}''_{гр} = j''_{гр}/[\rho''(U'' - u'_{гр})]$; U'' — скорость течения пара; индекс «гр» означает границу раздела фаз (свободную поверхность пленки конденсата); индексы $'$ и $''$ относятся к жидкой и паровой фазам.

Число Рейнольдса пленки конденсата определяется соотношениями

$$Re' = G_1'/\mu' = Nu/[Pr'(K+\varphi)]. \qquad (11.3.3)$$

Конденсация медленно движущегося пара на гладкой *вертикальной поверхности* охлаждения:

а) ламинарное течение пленки конденсата с гладкой (невозмущенной) свободной поверхностью (Нуссельт, 1916 г.):

$\Delta T = \text{const}$, $U'' \approx 0$,

$$Nu_L = \sqrt[4]{0{,}25\,Pr'\,Ar\,(K+\varphi)}; \qquad \langle Nu \rangle = \frac{4}{3} Nu_L; \qquad (11.3.4)$$

$q = \text{const}$, $U'' \approx 0$,

$$Nu_L^* = (3Re')^{-1/3}; \qquad \langle Nu^* \rangle = \frac{3}{2} Nu_L^*, \qquad (11.3.5)$$

где $Nu = \alpha x/\lambda'$ — локальное число Нуссельта в сечении пленки, отстоящем на расстоянии x от верхней кромки поверхности охлаждения ($x=0$, $\delta=0$; $x=L$, $Nu_L = \alpha L/\lambda'$); Ar — число Архимеда, построенное по длине участка конденсации L; $Nu^* = Nu Ar^{-1/3}$ — локальное число Нуссельта, построенное по масштабу гравитационно-вязкого взаимодействия; $\langle Nu^* \rangle$ — число Нуссельта, осредненное в интервале чисел Рейнольдса пленки $0 \leqslant Re' < Re'_{x=L}$.

В реальных процессах конденсации краевые условия по T и q, как обычно, смешанны, т. е. по течению меняются в некоторой мере и температура поверхности теплообмена, и плотность теплового потока. Поэтому при обработке экспериментальных данных подбираются наиболее вероятные значения коэффициентов в формулах типа (11.3.4) и (11.3.5) именно для таких, несколько неопределенных, условий теплопереноса (впрочем, это относится и к подавляющему большинству других полуэмпирических и эмпирических расчетных формул);

б) ламинарно-волновое течение пленки конденсата, $Re' < 100$,

$$\langle Nu^* \rangle = 1{,}13 Re'^{-1/3}; \qquad (11.3.6)$$

в) квазиавтомодельная область теплообмена $100 < Re' < 400$,

$$Nu^* \approx 0{,}185; \quad \langle Nu \rangle = 0{,}185 + 5{,}8/Re'; \qquad (11.3.7)$$

г) турбулентное течение, $Re' > 400$,

$$\langle Nu^* \rangle = [80 + \langle Nu_т^* \rangle (Re' - 400)]/Re', \qquad (11.3.8)$$

где $\langle Nu_т^* \rangle$ — среднее значение числа Нуссельта в интервале чисел Рейнольдса от 400 до Re' в рассматриваемом сечении пленки конденсата (табл. 11.3).

На рис. 11.3 приведено сопоставление расчета $\langle Nu^* \rangle$ с экспериментальными данными.

При пленочной конденсации на *горизонтальных трубах* общий характер зависимости Nu^* от Re' остается таким же, как и при конденсации на вертикальной поверхности. Число Re' в этом случае определяется по сумме конденсата, натекающего на данную трубу с верхних рядов, и конденсата, образовавшегося на данной трубе. Имеющиеся экспериментальные данные,

Таблица 11.3. Значения $\langle Nu^*_т \rangle$, рассчитанные по трехслойной модели турбулентного пограничного слоя [11.5]. Свободное стекание пленки конденсата по гладкой вертикальной поверхности $\varepsilon = Pr_т^{-1} \approx 0.8 \div 1$

Pr′	$\langle Nu_т^* \rangle$ при Re′													
	400	500	600	800	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10000
1	0,157	0,157	0,157	0,158	0,159	0,165	0,171	0,176	0,181	0,185	0,189	0,192	0,196	0,199
2	0,206	0,208	0,211	0,215	0,220	0,237	0,251	0,262	0,272	0,281	0,289	0,296	0,303	0,309
3	0,241	0,245	0,250	0,257	0,264	0,289	0,309	0,325	0,339	0,351	0,362	0,372	0,381	0,390
5	0,292	0,297	0,301	0,311	0,322	0,360	0,388	0,412	0,432	0,448	0,464	0,478	0,490	0,502
7	0,324	0,332	0,340	0,354	0,366	0,409	0,443	0,471	0,494	0,514	0,533	0,549	0,564	0,578
10	0,359	0,368	0,377	0,393	0,407	0,457	0,496	0,528	0,555	0,579	0,600	0,619	0,637	0,654

полученные на пакетах труб диаметром $D/\delta_{\sigma g} \geqslant 10$, удовлетворительно описываются формулами:

$$\left.\begin{array}{ll} Re' < 40, & \langle Nu^* \rangle = 0,95 Re'^{-1/3}; \\ 40 < Re' < 400, & \langle Nu^* \rangle \approx 0,19 Pr'^{1/3}; \\ 400 < Re' < 2000, & \langle Nu^* \rangle \approx 0,03 (Pr' Re')^{1/3}, \end{array}\right\} \qquad (11.3.9)$$

где $Re' = \pi D \sum_1^n q_i / (\mu r)$.

Реально, вследствие объемной конденсации на переохлажденных каплях и струях, на нижележащие трубы поступает жидкость при температуре насыщения, что приводит к формированию начального участка теплового пограничного слоя. Роль начального участка особенно велика на цилиндрах малого диаметра, и расчет теплообмена в этом случае может быть выполнен по зависимостям, приведенным в [11.1].

Пример. Определить коэффициент теплоотдачи от конденсирующегося чистого водяного пара при $T''_н = 393$ К к горизонтальной латунной трубке

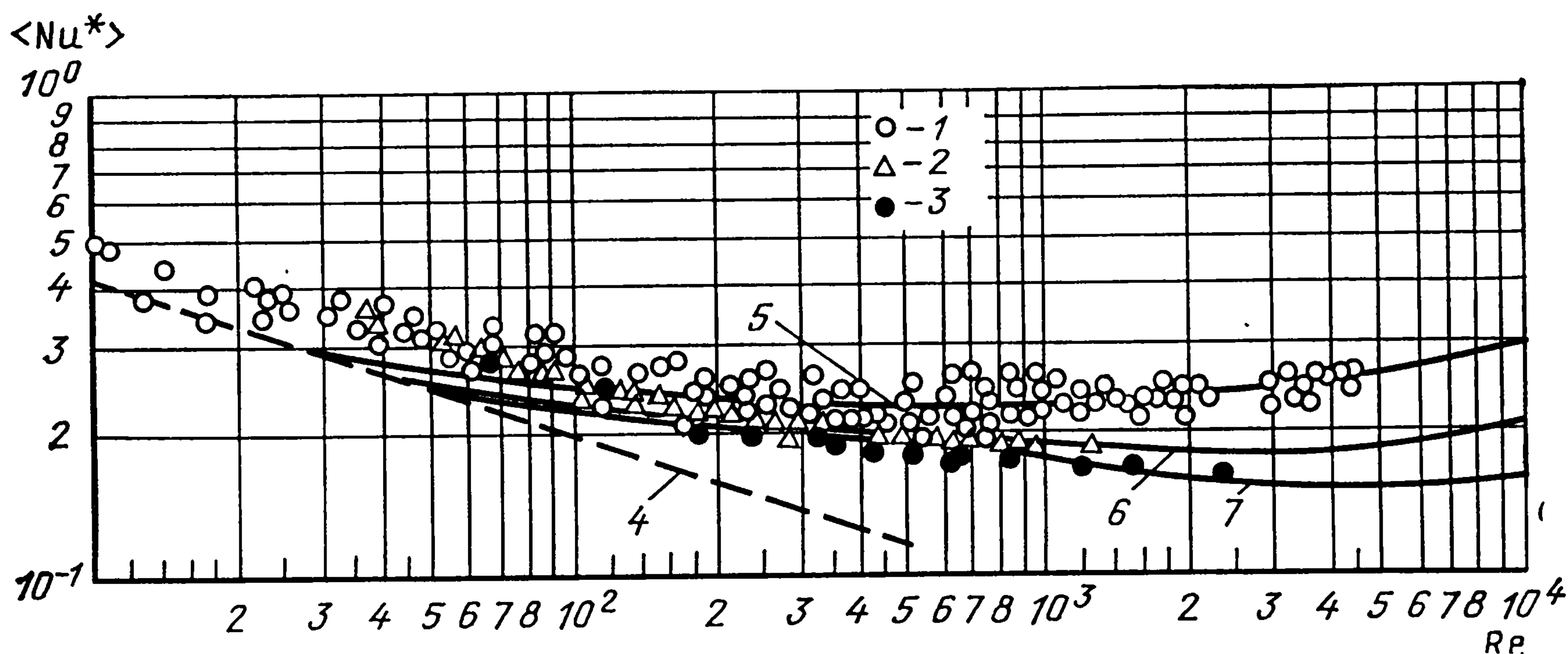


Рис. 11.3. Интенсивность теплоотдачи при конденсации водяного пара (*1*, *2* — эксперименты, *5*, *6* — расчет) и пара хладона-21 (*3*, *7*):

1, *5* — Pr=3,5; *2*, *6* — Pr=1,7; *3*, *7* — Pr=1,1; *4* — расчет по теории Нуссельта

диаметром 10×1 мм, охлаждаемой водой со средней температурой $\langle T\rangle = 323$ К при скорости течения $U=1$ м/с.

Коэффициент теплоотдачи со стороны охлаждающей воды можно рассчитать по формуле (7.3.4) (необходимые физические величины: $\lambda = 0{,}646$ Вт/(м·К); $\mathrm{Pr}=3{,}54$; $\nu=5{,}54\cdot10^{-7}$ м²/с):

$$\alpha_{\text{воды}} = 0{,}023\frac{0{,}646}{8\cdot10^{-3}}\cdot3{,}54^{0{,}4}\left(\frac{1\cdot8\cdot10^{-3}}{5{,}54\cdot10^{-7}}\right)^{0{,}8} = 6549 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

Если для предварительной оценки принять для коэффициента теплопередачи значение $k_0=0{,}5\alpha_{\text{воды}}$, то $q\approx3275(393-323)=22{,}1\cdot10^4$ Вт/м².

Для конденсата при $T=393$ К имеем: $\lambda'=0{,}68$ Вт/(м·К); $\mu'=2{,}31\times\times10^{-4}$ Па·с; $\nu'=2{,}458\cdot10^{-7}$ м²/с; $r=2{,}2\cdot10^6$ Дж/кг; $\mathrm{Pr}'=1{,}47$. Оценим в первом приближении число Рейнольдса пленки конденсата на поверхности **трубы**

$$\mathrm{Re}' = \frac{\pi Dq}{r\mu'} = \frac{3{,}14\cdot10^{-2}\cdot22{,}1\cdot10^4}{2{,}2\cdot10^6\cdot2{,}31\cdot10^{-4}} = 13{,}65.$$

Масштаб гравитационно-вязкого взаимодействия $(\overline{\Delta\rho}\approx1)$

$$\delta_{g\nu} = (2{,}458\cdot10^{-7})^{2/3}/9{,}81^{1/3} = 1{,}83\cdot10^{-5} \text{ м}.$$

Подставляя эти величины в первую из формул (11.3.9), получаем

$$\alpha_{\text{конд}} = 0{,}95\frac{0{,}68}{1{,}83\cdot10^{-5}}\cdot13{,}65^{-1/3} = 1{,}48\cdot10^4 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

Теплопроводность трубки $\lambda_{\text{тр}}=100$ Вт/(м·К).

Проверим коэффициент теплопередачи

$$k_1 = \left(\frac{1}{\alpha_{\text{воды}}}+\frac{1}{\alpha_{\text{конд}}}+\frac{\delta_{\text{тр}}}{\lambda_{\text{тр}}}\right)^{-1} =$$

$$= \left(\frac{1}{6549}+\frac{1}{14800}+\frac{10^{-3}}{100}\right)^{-1} = 4342 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

Приняв для второго приближения среднее значение $k_2=3808$ Вт/(м²·К), получим: $q=26{,}66\cdot10^4$ Вт/м²; $\mathrm{Re}'=16{,}47$; $\alpha_{\text{конд}}=1{,}39\cdot10^4$ Вт/(м²·К); $k_2=4260$ Вт/(м²·К).

В третьем приближении получаем значение $k_3=4206$ Вт/(м²·К), которое можно принять с погрешностью около 1,3%.

Рассчитаем для сравнения при тех же условиях коэффициент теплопередачи к пяти горизонтальным трубкам, расположенным одна под другой в вертикальной плоскости. Определим номер трубки (начиная с верхней), которой будет соответствовать граничное число $\mathrm{Re}'=40$. Для этого значения получаем:

$$\alpha_{\text{конд}1} = 0{,}95\frac{0{,}68}{1{,}83\cdot10^{-5}}\cdot40^{-1/3} = 1{,}03\cdot10^4 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)};$$

$$k_1=3850 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)};\quad q_1=26{,}95\cdot10^4 \text{ Вт/м}^2;$$

$$n = \frac{\mathrm{Re}'\mu' r}{\pi Dq} = \frac{40\cdot2{,}31\cdot10^{-4}\cdot2{,}2\cdot10^5}{3{,}14\cdot0{,}01\cdot26{,}95\cdot10^4} = 2{,}4\approx3.$$

Для нижней трубки

$$\mathrm{Re}^{*} = \frac{\pi D n q_1}{\mu' r} = \frac{3,14\cdot 0,01\cdot 5\cdot 26,95\cdot 10^4}{2,31\cdot 10^{-4}\cdot 2,2\cdot 10^6} \approx 83,$$

т. е. теплопередача на нижних трубках должна рассчитываться по второму уравнению (11.3.9):

$$\alpha_2 = 0,19\mathrm{Pr}'^{1/3}\lambda'/\delta_{g\nu} = \frac{0,19\cdot 1,47^{1/3}\cdot 0,68}{1,83\cdot 10^{-5}} = 0,803\cdot 10^4\ \text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К}).$$

Средний коэффициент теплоотдачи для всего ряда

$$\langle a\rangle = (3\cdot 1,03\cdot 10^4 + 2\cdot 0,803\cdot 10^4)/5 = 0,94\cdot 10^4\ \text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К}),$$

соответственно $\langle k\rangle = \left(\frac{1}{6549} + \frac{1}{9400} + \frac{10^{-3}}{100}\right)^{-1} = 3715$ Вт/(м²·К), т. е. эффективность теплоотдачи примерно на 15 % меньше, чем при расположении труб в горизонтальной плоскости.

Как видно, при конденсации водяного пара на трубах небольшого диаметра коэффициент теплопередачи решающим образом определяется интенсивностью теплоотдачи со стороны охлаждающей среды (конечно, если конденсатор достаточно газоплотен и в пар не попадает в недопустимом количестве воздух или другие газы, мешающие процессу конденсации).

Влияние скорости течения пара на теплообмен при ламинарной пленке конденсата, движущейся по вертикальной поверхности, было рассчитано Нуссельтом. Для условий $U''=\text{const}$, $\Delta T=\text{const}$, $c''_f=\text{const}$ в зависимости от комплекса $Z=c''_f\rho''U''^2\langle\alpha_0\rangle/(2g\Delta\rho\lambda')$ рассчитаны относительные коэффициенты теплоотдачи при невозмущенном ламинарном течении конденсата (здесь α_0 при $U''\approx 0$):

для движения пара сверху вниз

Z	0	0,144	0,577	1,290	2,308	3,61	8,11	14,43	22,50	32,47
$\bar{\alpha} = \langle\alpha\rangle/\langle\alpha_0\rangle$	1	1,06	1,19	1,38	1,59	1,78	2,30	2,75	3,19	3,59

для движения пара снизу вверх

Z	0	0,0147	0,0590	0,235	0,830	1,475	1,753	2,30	3,61	8,11	14,43	22,50	32,47
$\bar{\alpha}$	1	0,995	0,982	0,914	0,731	0,910	1,144	1,35	1,65	2,24	2,70	3,18	3,59

В таком течении влияние гравитации становится практически пренебрежимым при $Z>4$:

$$\left.\begin{aligned} &Z>4, \quad c_f \to 2\bar{j}''_{\text{гр}};\\ &\Delta T=\text{const}, \quad \alpha_x \to \lambda'(U''/3x\nu')^{1/2};\\ &q=\text{const}, \quad \alpha_x \to \lambda'(U''/2x\nu')^{1/2}. \end{aligned}\right\} \qquad (11.3.10)$$

При поперечном обтекании паром горизонтально расположенной трубы (цилиндра), по расчетам Фуджи (Fujii), Уехара (Uehara), Курата (Kurata) и ряду экспериментальных данных, теплообмен при $\Delta T=\text{idem}$ описывается формулой, аппроксимирующей численное решение

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = \left(1 + 3,62\chi^4\frac{\mathrm{Fr}}{\mathrm{Pr}'K}\right)^{1/4}, \qquad (11.3.11)$$

где $\chi = 0,9\left(1 + \mathrm{Pr}'K\sqrt{\frac{\rho''\mu''}{\rho'\mu'}}\right)^{1/3}$; $\mathrm{Fr} = \frac{U''^2}{q\overline{\Delta\rho}D}$; скорость течения пара рассчитывается по узкому проходному сечению.

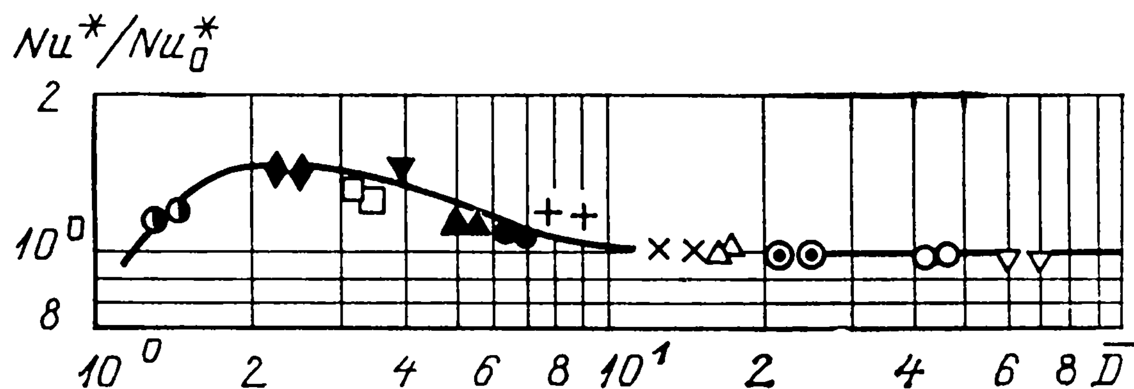


Рис. 11.4. Влияние относительного диаметра горизонтальной трубы на интенсивность теплоотдачи при конденсации паров:
хладон-21 при $T=303 \div 363$ K, D, мм:
○ — 45; △ — 16; ● — 7; ▲ — 6; □ — 3,6; ✦ — 2,5; ◑ — 1,5; хладон-12 при $T=313 \div 358$ K, D, мм; ▽ — 45; ⊙ — 16; × — 10; + — 6; ▼ — 3

Определяющим является комплекс $\chi^4\text{Fr}/(\text{Pr}'\text{K})$. При $\chi^4\text{Fr}/(\text{Pr}'\text{K}) \ll 0{,}05$ пар можно считать неподвижным ($\text{Fr} \to 0$) и формула (11.3.11) переходит в формулу Нуссельта. В случае если трение определяется только поперечным потоком вещества,

$$\text{Nu} = \alpha D/\lambda = C\sqrt{\text{Re}'} \text{ и } \frac{\alpha}{\alpha_0} = f\left(\frac{\text{Fr}}{\text{Pr}'\text{K}}\right);$$

если влияние поперечного потока можно не учитывать, $c_f/2 = 0{,}332/\sqrt{\text{Re}''}$ и $\text{Nu} \to \text{const}\left(\text{Pr}'\text{K}\sqrt{\frac{\rho''\mu''}{\rho'\mu'}}\right)^{1/3}\sqrt{\text{Re}'}$. Здесь $\text{Re}' = (U''D/\nu'')(\nu''/\nu') = U''D/\nu'$.

Зависимость интенсивности теплоотдачи при конденсации медленно движущегося пара на горизонтальной трубе от ее относительного диаметра $\bar{D} = D/\delta_{g\sigma}$ показана на рис. 11.4.

При конденсации пара внутри трубы и турбулентном течении жидкой фазы $\text{Re}'_D = G'/(\mu'D) > \text{Re}_{\text{кр}}$, где G' — массовый расход конденсата через данное поперечное сечение трубы, кг/с, средний коэффициент теплоотдачи определяется по формуле Е. П. Ананьева, Г. Н. Кружилина и Л. Д. Бойко:

$$\frac{\alpha_x D}{\lambda'} = 0{,}0133\text{Pr}'^{0,4}\,\text{Re}'^{0,8}_D\left[(1 + \overset{*}{x}_1\Delta\rho/\rho'')^{0,5} + (1 + \overset{*}{x}_2\Delta\rho/\rho'')^{0,5}\right], \quad (11.3.12)$$

где $\overset{*}{x}_1$, $\overset{*}{x}_2$ — массовые паросодержания в начальном и конечном сечениях трубы.

При конденсации в горизонтальной или слабо наклоненной трубе по ее окружности возникает существенная неоднородность теплообмена, связанная с накоплением конденсата в нижней части трубы.

При пленочной конденсации чистых *паров металлов* ($\text{Pr}' \ll 1$) термическое сопротивление жидкого слоя мало по сравнению с термическим сопротивлением молекулярного потока в окрестности границы раздела фаз. По Д. А. Лабунцову (1967 г.)

$$q \approx 1{,}67(r + c''\Delta T)(2\pi R_0 T_0'')^{-0,5}\,\Delta p, \quad (11.3.13)$$

где $\Delta T = T_0'' - T'_{\text{гр}}$; $\Delta p = p_0'' - p''_{\text{гр}}$; T_0'', p_0'' — температура и давление пара вне возмущенного пограничного слоя; $T'_{\text{гр}} \approx T_{\text{ст}}$ — температура на поверхности конденсации; $p''_{\text{гр}}$ — давление пара, соответствующее температуре насыщения $T'' = T'_{\text{гр}}$; R_0 — удельная газовая постоянная.

Коэффициент конденсации, определяемый как отношение числа молекул, захватываемых поверхностью жидкости, к общему числу молекул, падающих на поверхность конденсата, изменяется от 0 до 1. В области $f \to 1$ при определении массового потока следует вводить поправочный множитель $f/(1-0{,}4f)$. По экспериментальным данным для паров калия и натрия f становится меньше 1 при давлениях выше 500 Па. Подробнее см. [11.2, 11.3].

Влияние перегрева пара учитывается через эффективное значение теплоты конденсации

$$r_{\text{эф}}=r+c''\Delta T, \qquad (11.3.14)$$

где ΔT — разность температур перегретого пара и его температуры насыщения при данном давлении.

Конденсация на быстро вращающихся трубах ($4\pi R n^2 \gg g$, где R—радиус вращения; n — частота вращения, 1/с) по данным И. И. Чернобыльского и Г. М. Щеголева (1949 г.):

ось трубы совпадает с радиусом вращения

$$\frac{\alpha}{\lambda'}\left(\frac{\nu'}{n}\right)^{1/2}=17{,}7\frac{R_1}{R_1-R_2}\left[1-\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{4/3}\right]^{3/4}\left(\overline{\Delta\rho}\,\mathrm{Pr}'K\right)^{1/4}; \qquad (11.3.15)$$

ось трубы параллельна оси вращения

$$\frac{\alpha}{\lambda'}\left(\frac{\nu'}{n}\right)^{1/2}=21{,}9\left(\overline{\Delta\rho}\,\mathrm{Pr}'K\frac{R_0}{D}\right)^{1/4}, \qquad (11.3.16)$$

где R_1 — радиус вращения конца трубы, наиболее удаленного от оси вращения; R_2 — то же для конца, ближнего к оси вращения; R_0 — радиус вращения оси трубы; D — диаметр трубы.

При конденсации на плоской поверхности охлаждения, помещенной в зернистый слой с диаметром частиц d, коэффициент теплоотдачи при $\delta'>3d$ описывается формулой (В. Е. Накоряков, Г. С. Сердаков, В. А. Мухин, П. Т. Петрик, 1984 г.)

$$\mathrm{Nu}^*_э=2/\mathrm{Re}', \qquad (11.3.17)$$

где $\mathrm{Nu}^*_э=\alpha\delta^3_{\nu g}/(\lambda_э k)$; $\lambda_э$ — эффективная теплопроводность затопленного зернистого слоя; k — коэффициент проницаемости этого слоя (см. гл. 9).

Пример. Рассчитать коэффициент теплоотдачи при конденсации сухого насыщенного водяного пара при давлении $p\approx 0{,}1$ МПа к пластине длиной $L=3$ м, наклоненной к вектору силы тяжести под углом $\beta=80°$ и покрытой слоем песка с порозностью $\varphi=0{,}4$, средний диаметр зерен $d=0{,}5$ мм. Плотность теплового потока через поверхность пластины $q=10^4$ Вт/м^2.

Физические свойства воды на линии насыщения при данном давлении: $r=2{,}257\cdot10^6$ Дж/кг; $\nu'=2{,}94\cdot10^{-7}$ м^2/с; $\mu'=2{,}82\cdot10^{-4}$ Па·с; $\lambda'=0{,}683$ Вт/(м·К).

Число Рейнольдса пленки

$$\mathrm{Re}'=\frac{qL}{r\mu'}=\frac{10^4\cdot3}{2{,}257\cdot10^6\cdot2{,}82\cdot10^{-4}}=47{,}1;$$

толщину пленки конденсата можно определить, используя (9.4.3), следующим образом:

$$\delta' = \frac{G_1}{\rho U_0} = \frac{G_1 \nu' L}{k \Delta p} = \frac{q L \nu'}{k r g \Delta\rho \cos\beta},$$

где коэффициент проницаемости слоя, определенный по табл. 9.6, $k=2{,}7\times\times10^{-10}$ м^2. Отсюда $\delta'=8{,}91\cdot10^{-3}$ м$>3d$, и формулой (11.3.17) можно пользоваться.

Эквивалентное число Рейнольдса слоя и эффективную теплопроводность определяем по формулам (9.4.6) и (9.4.9) при $A=1{,}9$:

$$\mathrm{Re}_э = \frac{2d\,\mathrm{Re}'}{3(1-\varphi)\delta'} = \frac{2\cdot5\cdot10^{-4}\cdot47{,}1}{3\cdot(1-0{,}4)\cdot8{,}91\cdot10^{-3}} \approx 3;$$

$$\overline{\lambda}_э = 1{,}9+0{,}1\cdot3\cdot1{,}75 = 2{,}4;\quad \lambda_э = 2{,}48\cdot0{,}683 = 1{,}64\ \text{Вт/(м}\cdot\text{К)};$$

$$\alpha = \frac{\mathrm{Nu}_э^* \lambda_э k}{\delta_{\nu g}^3} = \frac{2\lambda_э k \overline{\Delta\rho} g \cos\beta}{\mathrm{Re}' \nu'^2} =$$

$$= \frac{2\cdot1{,}64\cdot2{,}7\cdot10^{-10}\cdot9{,}81\cdot0{,}173}{47{,}1\cdot(2{,}94\cdot10^{-7})^2} = 369\ \text{Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

11.4. КАПЕЛЬНАЯ КОНДЕНСАЦИЯ

На поверхности охлаждения, не смачиваемой или плохо смачиваемой конденсатом, жидкая фаза возникает и движется в виде спектра капель и микрослоев (Шмидт, Шуриг, Зеллшоп).

Характерными собственными масштабами этого процесса являются: радиус зародыша конденсата $R_{кон}=2\sigma T''/(r\rho'\Delta T)$; масштаб гравитационно-капиллярного взаимодействия $\delta_{\sigma g}$, определяющий максимальный отрывной диаметр капли; масштаб скорости циркуляционных токов в каплях, обусловленный термокапиллярной конвекцией $u_{\sigma T}=(\Delta T/\mu')\partial\sigma/\partial T$. Этим масштабам соответствуют числа подобия

$$\mathrm{Re} = \frac{u_{\sigma T}\,\delta_{\sigma g}}{\nu'} = \left(\frac{\sigma\rho'}{g\overline{\Delta\rho}}\right)^{1/2} \frac{\Delta T}{\mu'^2}\,\frac{\partial\sigma}{\partial T}; \qquad (11.4.1)$$

$$\overline{R}_{кон} = \frac{R_{кон}}{\delta_{\sigma g}} = \frac{2(\sigma g \Delta\rho)^{1/2}\, T''}{\rho' \Delta T r}; \qquad (11.4.2)$$

$$\mathrm{Nu}_* = \frac{\alpha}{\lambda'}\,\delta_{\sigma g}. \qquad (11.4.3)$$

При конденсации медленно движущегося насыщенного пара, по ряду экспериментальных данных, обработанных В. П. Исаченко, теплоотдача описывается формулами:

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{Pr}' \gg 1,\quad (\mathrm{Pr}'\,\mathrm{K}) > 300, \\ \mathrm{Nu}_* = 3{,}2\cdot10^{-4}\,\mathrm{Pr}'^{1{,}17}\,\mathrm{K}^{0{,}84}\,\mathrm{Re}^{1{,}16}\overline{R}_{кон}^{0{,}16}, \end{array}\right\} \qquad (11.4.4)$$

$$\left.\begin{array}{l}\Pr' \geqslant 1, \quad (\Pr' K) < 300, \\ Nu_* = 5 \cdot 10^{-6} \Pr'^{1,9} K^{1,57} Re^{1,16} \bar{R}_{кон}^{0,16}. \end{array}\right\} \qquad (11.4.5)$$

При капельной конденсации из потока пара, движущегося параллельно поверхности охлаждения,

$$(\Pr' K) > 300, \quad \bar{\alpha} = 31 (\Pr' K)^{-0,7} Z_3^{0,5}, \qquad (11.4.6)$$

где $Z_3 = \dfrac{\rho'' U''^2}{\rho' (g \overline{\Delta\rho} \nu')^{2/3}}$; α_0 вычисляется по (11.4.4); подробнее см. [11.2, 11.3].

11.5. КОНДЕНСАЦИЯ СПОКОЙНОГО ПАРА НА СТРУЯХ «СОБСТВЕННОЙ» ЖИДКОСТИ

При конденсации спокойного (медленно движущегося) пара на свободных струях жидкой фазы того же вещества общая расчетная формула имеет вид

$$\ln \frac{T'' - T_1'}{T'' - \langle T_x' \rangle} = C_1 + C_2 f(x), \qquad (11.5.1)$$

где T'_1 — температура жидкости при входе струи в паровое пространство ($x=0$); $\langle T'_x \rangle$ — среднемассовая температура жидкости в сечении x; x — координата, направленная по течению жидкости.

Свободно падающая цилиндрическая струя:
$C_1=0{,}368$; $C_2=5{,}78$;

$$f(x) = \frac{a' x}{U_0' R_0^2} + \frac{2\varepsilon_* U_0'^2}{5\varphi^{5/2} g \overline{\Delta\rho} R_0} \left[\left(1 + \frac{2\varphi^2 g \overline{\Delta\rho} x}{U_0'^2} \right)^{5/4} - 1 \right]. \qquad (11.5.2)$$

Здесь a' — коэффициент температуропроводности жидкости; R_0 — радиус отверстия, через которое вытекает жидкость; $U'_0 = \varphi\eta (2\Delta p/\rho')^{1/2}$ — скорость истечения; Δp — перепад давления, под действием которого происходит истечение; $\eta \approx 0{,}95 \div 0{,}98$ — коэффициент сопротивления отверстия; ε_* — безразмерный коэффициент турбулентной температуропроводности, при $Re > Re_{кр}$ $\varepsilon_* = 5 \cdot 10^{-4}$, при $Re < Re_{кр}$ $\varepsilon_* = 0$; φ — коэффициент сужения струи, зависящий от условий истечения. Для отверстий в плоском листе его значения приведены в табл. 11.4. Для специальных насадок значения φ приведены ниже:

Насадка	φ
Цилиндрическая, с острой входной кромкой, $L/D=1 \div 8$	0,80
Внутренняя цилиндрическая (входная кромка выше уровня листа)	0,71
Коническая сходящаяся, угол $<5°$	0,90
То же, угол 5—16°	0,93
То же, угол 20—30°	0,90
Коноидальная, сходящаяся, $L/D=0{,}85$	0,97

Таблица 11.4. **Коэффициент сужения жидких струй для отверстий в плоском листе**

Высота уровня воды h, мм	$\varphi\eta$ при диаметре отверстий, мм		Высота уровня h, мм	$\varphi\eta$ при диаметре отверстий, мм	
	5	3		5	3
27	0,800	0,830	111	0,833	0,877
59	0,819	0,847	136	0,834	0,886

Свободно падающая плоская широкая струя толщиной δ_0: $C_1=0{,}21$; $C_2=2{,}47$;

$$f(x)=\frac{4U_0'^2}{3\varphi^3 g\overline{\Delta\rho}\delta_0}\left(\frac{a'}{U_0'\delta_0}+\frac{\varepsilon_*}{2}\right)\left[\left(1+\frac{2\varphi^2 g\overline{\Delta\rho}x}{U_0'^2}\right)^{3/2}-1\right]. \quad (11.5.3)$$

Плоская односторонне обогреваемая струя постоянной толщины δ:

$$C_1=0{,}21;\quad C_2=2{,}47;\quad f(x)=\left(\frac{a'}{U_0'\delta}+\frac{\varepsilon_*}{2}\right)\frac{x}{\delta}. \quad (11.5.4)$$

Стабилизированный теплообмен в струе имеет место при $x/\delta\to\infty$, т. е. для потоков, достаточно длинных, когда $C_2 f(x)\gg C_1$. В этом случае при $\delta=$ $=$const:

$$\ln\frac{T''-T_1'}{T''-\langle T_x'\rangle}=\mathrm{St}\frac{x}{\delta}. \quad (11.5.5)$$

По экспериментальным данным С. С. Кутателадзе и А. Н. Шренцеля при конденсации пара на поверхности горизонтального турбулентного потока жидкости

$$\mathrm{St}\approx 0{,}11\mathrm{Re}^{-0{,}2},$$

где $\mathrm{Re}=U'\delta/\nu'$.

Влияние числа Pr' не изучено, но в данном случае оно, по-видимому, должно быть меньше, чем при контакте с твердой стенкой, так как теплота от сконденсировавшегося пара передается прямо во внешнюю — турбулентную — часть потока жидкости.

Пример. Рассчитать нагрев воды в струе, вытекающей из отверстия диаметром 5 мм. Уровень воды на дырчатом листе $h=50$ мм, длина струи $L=$ $=300$ мм, начальная температура воды $T'_1=303$ К, водяной пар насыщенный, $T''=378$ К ($p''=1{,}208\cdot 10^5$ Па), $\eta\varphi=0{,}82$.

Расчетная скорость истечения

$$U_0'=0{,}82\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 50\cdot 10^{-3}}=0{,}81 \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса жидкости в отверстии порядка 10^4, т. е. течение заведомо турбулентное, что позволяет пренебречь молекулярной теплопроводностью в струе. Тогда по формулам (11.5.1) и (11.5.2), принимая $\overline{\Delta\rho}\approx 1$,

$a' = 1{,}48\cdot 10^{-7}$ м²/с, находим:

$$\ln\frac{378-303}{378-T'_L} = 0{,}368 + 5{,}78\left\{\frac{1{,}48\cdot 10^{-7}\cdot 0{,}3}{0{,}81\cdot(2{,}5\cdot 10^{-3})^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{2\cdot 5\cdot 10^{-4}\cdot 0{,}81^2}{5\cdot 0{,}85^{5/2}\cdot 9{,}81\cdot 2{,}5\cdot 10^{-3}}\left[\left(1+\frac{2\cdot 0{,}85^2\cdot 9{,}81\cdot 0{,}3}{0{,}81^2}\right)^{5/4} - 1\right]\right\} = 0{,}946;$$

$T'_L = 378-(378-303)\,e^{-0{,}946} = 348{,}8$ К. Подробнее см. [11.3, 11.4].

11.6. ВЛИЯНИЕ НЕКОНДЕНСИРУЮЩИХСЯ ГАЗОВ

Скорость конденсации пара из парогазовой смеси в решающей мере обусловлена диффузионными процессами в смеси даже при очень малых примесях неконденсирующегося газа (порядка 10^{-3}). О характере этого влияния можно судить по экспериментальным данным, приведенным на рис. 11.5 и 11.6. Таким образом, расчет теплообмена при конденсации из парогазовой смеси сводится к решению сопряженной задачи, учитывающей как термодиффузионный пограничный слой парогаза, так и термическое сопротивление пленки конденсата. При капельной конденсации термическим сопротивлением конденсата практически можно пренебречь. В диффузионной задаче необхо-

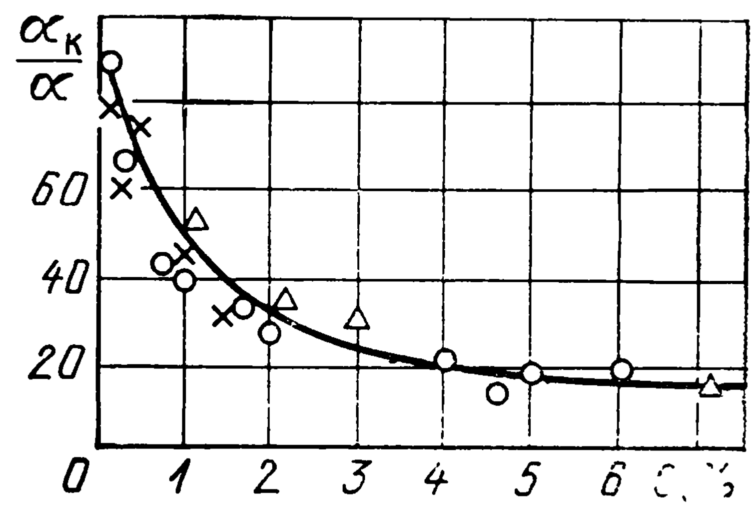


Рис. 11.5. Зависимость отношения $\alpha_к$ пара, содержащего воздух, к α чистого пара от массовой концентрации C воздуха в паре при ламинарном течении пленки на горизонтальных трубах

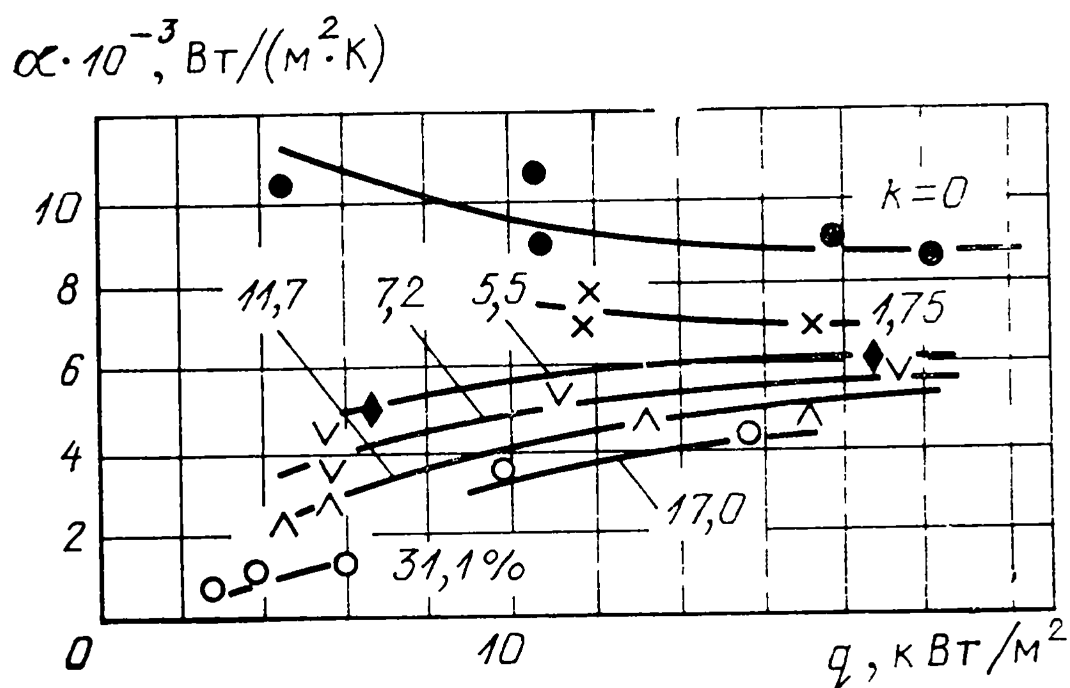


Рис. 11.6. Зависимость α от теплового потока при конденсации паров аммиака из смеси с воздухом на горизонтальных трубах диаметром $D=16$ мм при $p=0{,}7$ МПа:

k — объемная концентрация воздуха, %

димо всегда учитывать наличие интенсивного поперечного потока вещества (поток пара на границу раздела фаз) и возникающие вследствие этого циркуляционные токи неконденсирующегося компонента и смеси в целом.

Такие расчеты ведутся обычными методами с применением термодиффузионной аналогии. Они приведены в [11.2, 11.3, 11.6].

При конденсации смеси паров, когда два или более компонентов смеси конденсируются в данном интервале температур, процесс зависит от степени взаимного растворения или гомогенности смеси образующихся конденсатов. Если конденсатная пленка гомогенна, то расчеты ведутся обычным образом с учетом физических свойств смеси, определяемых ее составом в паровой и жидкой фазах (включая и температуры конденсации и межфазной границы).

Если конденсаты не смешиваются, то обычно один из компонентов образует сплошную пленку, а второй — капли, погруженные в пленку. Первым приближением в расчетах такого процесса является квазигомогенная модель, т. е. расчет по эффективным физическим свойствам данной смеси конденсатов (например, по оценке размеров пленки и капель). Пока все же для таких процессов решающее значение имеют конкретные экспериментальные данные.

Глава двенадцатая

ГАЗОЖИДКОСТНЫЕ СМЕСИ

12.1. СТРУКТУРЫ

Газожидкостные смеси динамически реализуются в форме процессов барботажа — когда газ проходит через слой непроточной жидкости, и газожидкостных потоков — когда имеет место совместное течение газовой (паровой) и жидкой фаз смеси.

Особенностями таких систем являются: 1) многообразие динамических структур и переменность спонтанно возникающих образований (пузырей, капель, пленок, струй) в пространстве и времени; 2) волновые эффекты на границах раздела фаз и в собственно смеси как целом, связанные с проявлением поверхностного натяжения и существенной зависимостью прохождения сигнала и его деформаций от концентрации компонентов и структуры их элементов; 3) зависимость от термогидродинамики первичных актов зарождения новой фазы и распределения центров ее генерации на границах и внутри потока; 4) возможность возникновения состояний, существенно метастабильных в термодинамическом смысле; 5) усложнение механизмов турбулентного переноса, связанное с особенностями течения в элементах каждой из фаз и межфазной турбулентностью; 6) возможность квазитурбулентных состояний ламинарного несущего потока вследствие осцилляций дисперсных элементов другой фазы; 7) существование различных комбинаций режимов течения фаз (компонентов) потока (ламинарно-ламинарный, ламинарно-турбулентный, турбулентно-ламинарный; ламинарно-дисперсный, турбулентно-дисперсный); 8) зависимость от смачиваемости ограждающих конструкций жидкой фазой.

Характерными структурами являются: 1) отдельные, или практически не взаимодействующие, диспергированные элементы (капли, пузырьки) в односвязном несущем потоке (капли редкого дождя в атмосфере, пузырьки газа в слабонасыщенной минеральной воде); 2) взаимодействующие многосвязные образования в односвязном потоке (крупные пузыри пара или газа при течении смеси в замкнутых каналах; взаимодействующие затопленные струи); 3) расслоенные течения (течение газа под слоем жидкости, движущейся в нижней части горизонтального канала; кольцевое течение жидкости вдоль внутренней стенки смачиваемой трубы и течение газа в пространстве, ограниченном пристенным жидким слоем); 4) полиструктурные течения (пристенное течение одной части жидкости и дисперсный поток ее другой части в газовой фазе; захват газа гребнями волн). Множественность структур и режимов течений обусловливает и множественность неустойчивостей, т. е. критических изменений структур и типов движения фаз и смеси в целом.

12.2. РАСЧЕТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ГАЗОЖИДКОСТНОГО ПОТОКА

Приведенные (расходные) скорости фаз:

$$U'_0=j'/\rho'; \quad U''_0=j''/\rho'', \tag{12.2.1}$$

где j — массовая скорость, кг/(м^2·с); индексы $'$ и $''$ означают жидкую и газовую (паровую) фазы.

Расходные объемное β и массовое x газосодержания смеси:

$$\beta=U_0''/(U_0'+U_0''); \quad \overset{*}{x}=j''/j_{\text{см}}, \tag{12.2.2}$$

где $j_{\text{см}}=j'+j''$ — массовая скорость смеси.

Истинное объемное газосодержание:

$$\langle\varphi\rangle=\Omega''/\Omega_0; \quad \varphi=|\Omega''/\Omega|_{\Omega\to 0}, \tag{12.2.3}$$

где Ω_0 — площадь поперечного сечения канала.

Истинные скорости фаз:

$$U'=U'_0/(1-\langle\varphi\rangle); \quad U''=U''_0/\langle\varphi\rangle. \tag{12.2.4}$$

Расходная скорость смеси

$$U_{\text{см}}=U'_0+U''_0. \tag{12.2.5}$$

Относительная скорость фаз (скорость скольжения) и коэффициент скольжения:

$$U''_{\text{от}}=U''-U'=-U'_{\text{от}}; \quad s=U''/U'. \tag{12.2.6}$$

Скорость дрейфа:

$$U'_{\text{др}}=U'-U_{\text{см}}; \quad U''_{\text{др}}=U''-U_{\text{см}}. \tag{12.2.7}$$

Плотность смеси

$$\langle\rho_{\text{см}}\rangle=\rho'(1-\langle\varphi\rangle)+\rho''\langle\varphi\rangle. \tag{12.2.8}$$

где $\langle\varphi\rangle=\beta[\beta+\overset{*}{s}(1-\beta)]^{-1}$.

Эти понятия применимы и к потоку из несмешивающихся жидкостей (например, барботаж воды через слой ртути). Подробнее см. [12.9].

12.3. ОДИНОЧНЫЕ ПУЗЫРИ

Характерные масштабы и числа подобия: эквивалентный радиус $R = (3V/4\pi)^{1/3}$; линейный масштаб капиллярно-гравитационного взаимодействия $\delta_{\sigma g} = \left(\frac{\sigma}{g\Delta\rho}\right)^{1/2}$; $\mathrm{Re} = U''R/\nu'$, $\mathrm{Ar} = g\overline{\Delta\rho}R^3/\nu'^2$; $\overline{\Delta\rho} = \Delta\rho/\rho'$; $\overline{R}_{\sigma g} = R/\delta_{\sigma g}$; $\overline{U}'' = U''(g\overline{\Delta\rho}R)^{-1/2}$, где V — объем пузыря, м^3; σ — коэффициент поверхностного натяжения, Н/м; $\Delta\rho = \rho' - \rho''$.

Скорость свободного всплытия пузыря U'' определяется:

при $\mathrm{Re} < 1$ ($\mathrm{Ar} < 4{,}5$) формулой Адамара — Рыбчинского

$$\overline{U}'' = 2\mathrm{Ar}^{1/2}\frac{1+\overline{\mu}}{6+9\overline{\mu}}; \quad \overline{\mu} = \mu''/\mu'; \tag{12.3.1}$$

в практически чистых жидкостях (например, в однократно дистиллированной воде) имеющиеся микропримеси упрочняют границу раздела фаз и пузырек всплывает как квазитвердая сфера по закону Стокса

$$\overline{U}'' = \frac{2}{9}\mathrm{Ar}^{1/2}; \tag{12.3.2}$$

при $4{,}5 < \mathrm{Ar} < 100\overline{R}_{\sigma g}^{-1/2}$ формулой Піблса — Гарбера

$$\overline{U}'' = \frac{1}{3}\mathrm{Ar}^{1/4}; \tag{12.3.3}$$

при $\mathrm{Ar} > 2000\overline{R}_{\sigma g}^{-3{,}8}$ формулами

$$\overline{R}_{\sigma g} < 1{,}5, \quad \overline{U}'' \approx 1{,}4\overline{R}_{\sigma g}^{-5/6}; \quad \overline{R}_{\sigma g} > 2, \quad \overline{U}'' \approx 1; \tag{12.3.4}$$

в области $1{,}5 < \overline{R}_{\sigma g} < 2$ формулой Франк — Каменецкого

$$\overline{U}'' \approx 1{,}3\overline{R}_{\sigma g}^{-1/2}. \tag{12.3.5}$$

Зависимость U'' от R показана на рис 12.1: левая восходящая часть кривой соответствует вязкому режиму всплытия, описываемому формулами (12.3.2) и (12.3.3); нисходящая часть кривой соответствует деформации пузырей от сферической формы к грибообразной и описывается первой формулой (12.3.4); правая восходящая часть кривой соответствует квадратичному закону сопротивления всплытию крупных пузырей и описывается второй формулой (12.3.4); область минимума кривой $U''(R)$ описывается формулой (12.3.5).

При всплытии одиночного пузыря в цилиндрической трубе с непроточным слоем жидкости начинает влиять соотношение эквивалентного радиуса пузыря и радиуса канала $R_к$. На рис. 12.2 приведена зависимость $\overline{U}''(\mathrm{Ar}_*; \overline{R}_{\sigma g}; \overline{R}_к)$, где $\mathrm{Ar}_* = g\delta_{\sigma g}^3\overline{\Delta\rho}/\nu'^2$; $\overline{R}_к = R_к/\delta_{\sigma g}$.

При движении пузыря в плоскопараллельном щелевом канале шириной $\delta_к$, по экспериментам В. А. Григорьева и Ю. И. Крохина,

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{Re}' = U''\delta_к/\nu' > 200: \quad \overline{\delta}_k = \delta_к/\delta_{\sigma g} < 0{,}23, \quad U'' = 6{,}2g\left(\frac{\Delta\rho}{\sigma}\delta_к^3\right)^{1/2}; \\ &\overline{\delta}_к > 0{,}23, \quad U'' = 1{,}5(g\overline{\Delta\rho}\delta_к)^{1/2}. \end{aligned}\right\} \tag{12.3.6}$$

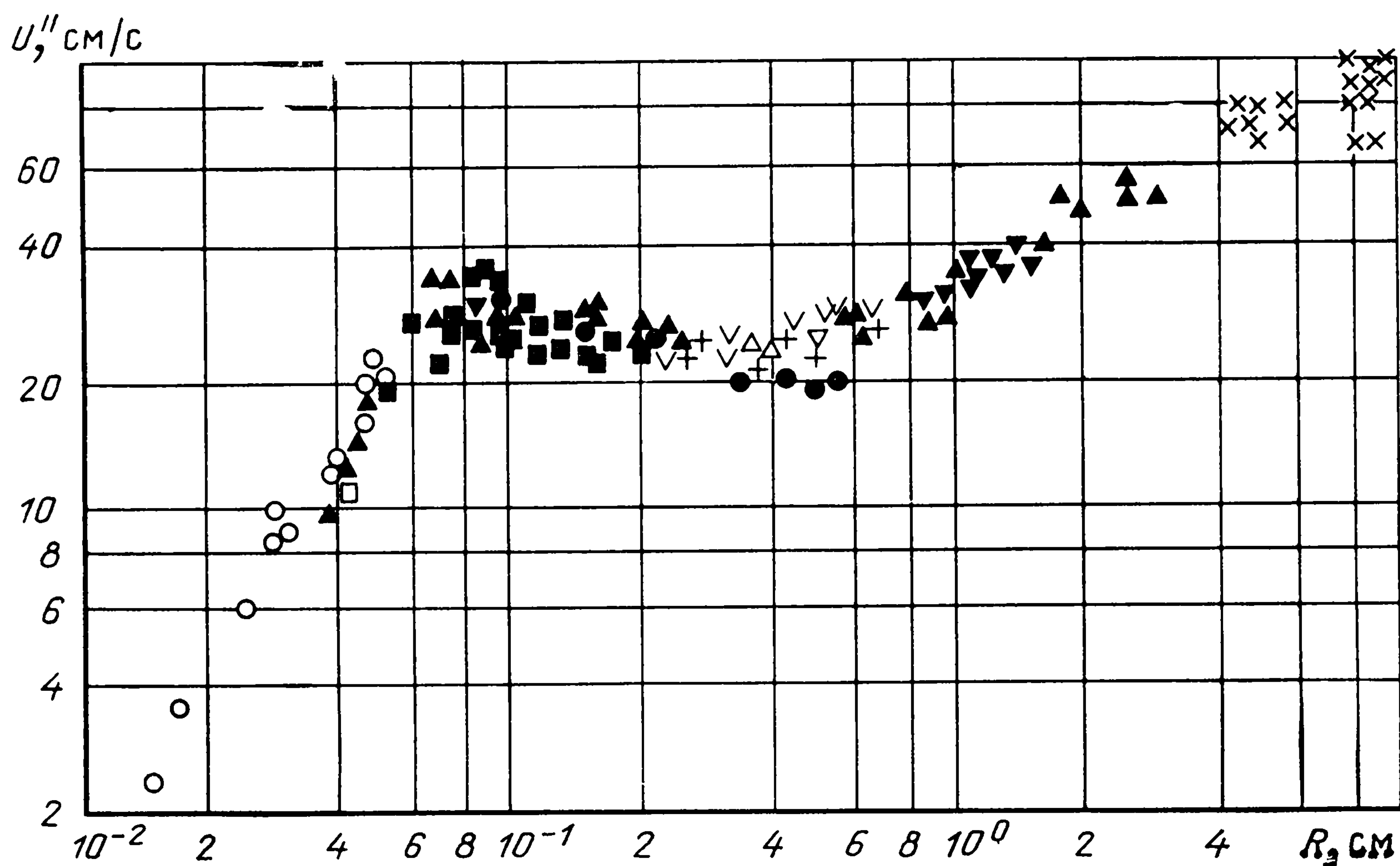


Рис. 12.1. Зависимость скорости всплытия в воде одиночного пузыря от его размера при $p=10^5$ Па

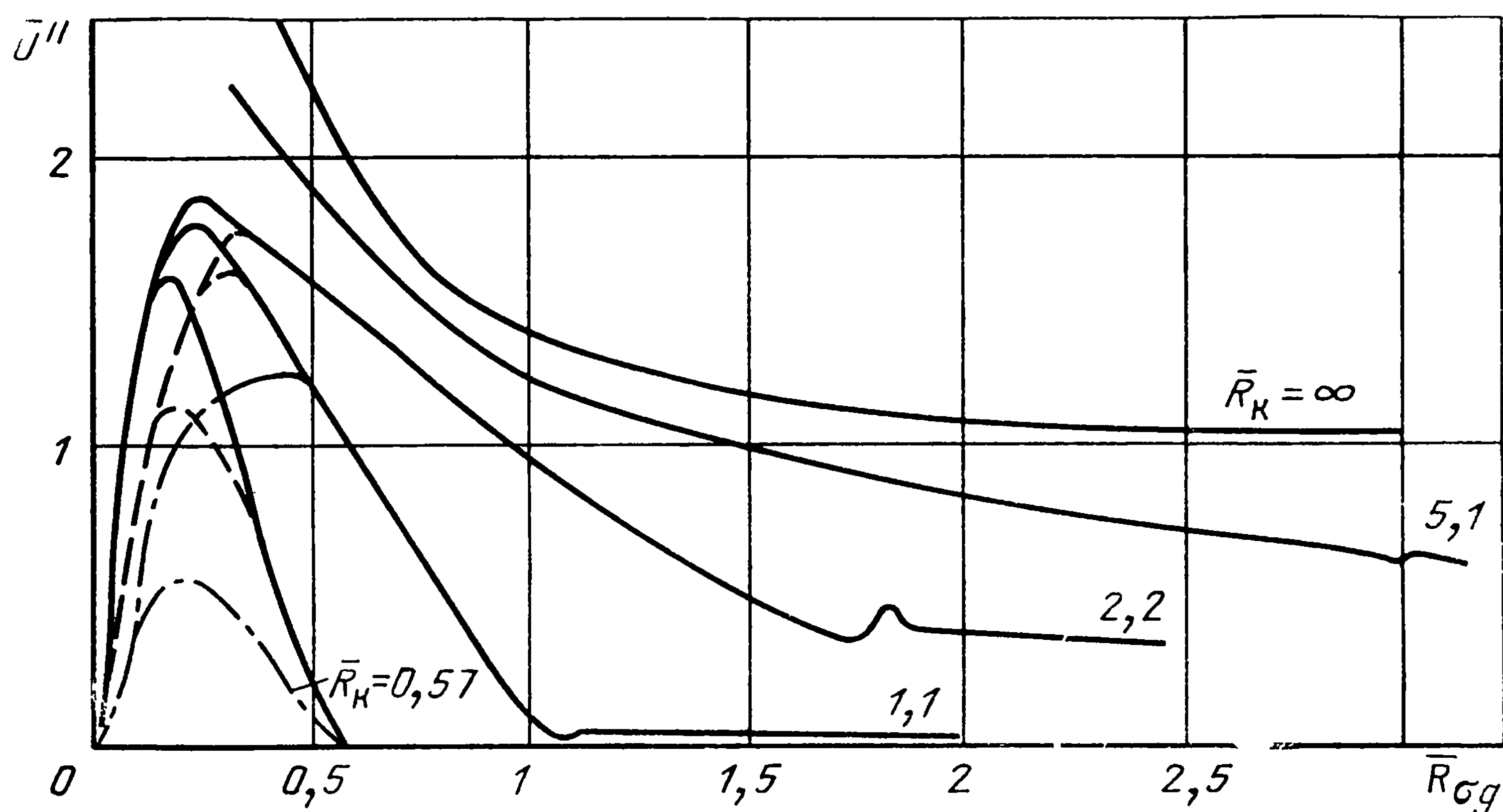


Рис. 12.2. Скорость всплытия пузыря в вертикальной трубе в жидкостях разного рода:

—— $Ar_*=2\cdot10^5$; — — — $Ar_*=6,7\cdot10^4$; —·—·— $Ar_*=5,5\cdot10^3$

Для клиновидного канала с углом раскрытия α вводится эффективное значение ускорения $g_\alpha=g+1,85\sigma\,\mathrm{tg}\,\alpha/(\Delta\rho\delta_к^2)$; опытные данные соответствуют $R>10\delta_к$ (т. е. пузыри крупные, имеют вытянутую форму и сильно тормозятся стенками канала) и $Ar>10^8$.

Теплоотдача от квазитвердого сферического пузыря к окружающей жидкости описывается интерполяционной формулой

$$Nu\approx2+Pe^{1/3}, \qquad (12.3.7)$$

где в качестве характерного линейного размера принят диаметр пузыря $D=2R$.

12.4. БАРБОТАЖ

При медленном истечении газа в непроточный объем жидкости из отверстия, расположенного в плоскости, перпендикулярной вектору силы тяжести, *отрывной радиус* пузыря, по экспериментальным данным Н. И. Смирнова и С. Е. Полюты,

$$R \approx \left[1,14 - 126\left(\frac{\rho''}{\rho' - \rho''}\right)^{0,95}\right]\left(\frac{\sigma R_1}{g\rho'}\right)^{1/3}, \quad (12.4.1)$$

где R_1 — радиус отверстия.

Устойчивая газовая подушка под горизонтальным дырчатым листом возникает при медленном истечении газа через отверстия в непроточный слой маловязкой жидкости, когда скорость истечения

$$U''_m \geqslant 1,2\rho''^{-1/2}(g\Delta\rho\sigma)^{1/4}\left(\frac{\sigma}{g\Delta\rho R_1^2}\right)^{1/12}. \quad (12.4.2)$$

Среднее газосодержание толстого барботируемого газом слоя маловязкой жидкости можно оценить по формуле

$$\varphi < 0,7: \quad \langle\varphi\rangle \approx C\bar{\rho}''^{0,15}\left(U_0''\sqrt[4]{\frac{\Delta\rho}{g\sigma}}\right)^{0,7}. \quad (12.4.3)$$

По экспериментальным данным Берингера (диаметр барботажной колонны $D_б = 82$ мм) и С. И. Мочана ($D_б = 76$ мм) $C = 0,4$; по экспериментальным данным Т. Х. Маргуловой ($D_б = 216$ мм) $C = 0,26$; по данным, обработанным А. М. Кутеповым, Л. С. Стерманом и Н. Г. Стюшиным, при $D_б < 260\bar{\rho}''^{0,2}\delta_{\sigma g}$ $C = 1,1\ (D_б/\delta_{\sigma g})^{0,25}$; при $D_б > 260\bar{\rho}''^{0,2}\delta_{\sigma g}$ $C = 0,26$ и показатель степени при $\bar{\rho}''$ в формуле (12.4.3) равен примерно 0,12.

На рис. 12.3 показан характер изменения газосодержания по высоте барботажной колонны. Подробнее — в [11.4, 12.11].

Теплоотдача от ограниченной по размерам ($\delta_{\sigma g} < L \ll D_б$) микропористой поверхности к непроточному слою жидкости, барботируемому проходящим через нее газом, описывается формулой Кутателадзе — Маленкова

$$\mathrm{Nu}_* = 1,5 \cdot 10^{-3}(\mathrm{Pe}_* M_*^{-2})^{2/3}, \quad (12.4.4)$$

где $\mathrm{Nu}_* = (\alpha/\lambda')\delta_{\sigma g}$; $\mathrm{Pe}_* = c_p' j'' \delta_{\sigma g}/\lambda'$; $M_* = \frac{\sqrt[4]{g\sigma/\Delta\rho}}{a_*''}$; j''—массовая скорость газа, рассчитанная по полной поверхности нагрева (т. е. без исключения площади пор на этой поверхности); $a''_* = (np/\rho'')^{1/2}$—скорость звука в газе; n — показатель политропы (при квазиизотермическом низкочастотном процессе $n \approx 1$). Число подобия M_* имеет смысл критерия капиллярно-гравитационно-акустического взаимодействия.

В общем случае численный коэффициент в формуле (12.4.4) зависит от свойств поверхности нагрева: геометрических, характеризуемых относительным размером отверстий микропористой поверхности $\bar{\delta}_i = \delta_i/\delta_{\sigma g}$ и их спектром; физических, характеризуемых краевым углом смачивания θ, тепловосприимчивостью материала стенки $(c\rho\lambda)_{ст}$, и др.

Рис. 12.3. Типичная кривая распределения паросодержания по высоте барботажного слоя $h_{ур}$ — весовой уровень над дырчатым листом; $h_{пз}$ — высота переходной зоны)

Автомодельность относительно вязкости имеет место при значениях $j''\mu'/(\sigma\rho'')<5\cdot10^{-4}$. При $j''\mu'/(\sigma\rho'')>$ $>5\cdot10^{-4}$, по экспериментальным данным,

$$\mathrm{Nu}^* = \frac{\alpha}{\lambda'}\left(\frac{a\nu}{g}\right)^{1/3} \approx 0{,}6. \qquad (12.4.5)$$

Эффект оттеснения непроточной жидкости от микропористой поверхности наступает при достижении критической скорости барботажа. В аддитивном приближении, когда просто суммируются воздействия (гравитационные, капиллярные, вязкостные и акустические), критическая скорость оттеснения описывается формулой Кутателадзе

$$\mathrm{k}_1 = (C_1+X^2)^{1/2} - X;\ X = C_2 \mathrm{M}_*^{-1} + C_3 \mathrm{Ar}_*^{-1/2}, \qquad (12.4.6)$$

где $\mathrm{k}_1 = j''_{кр}/(\sqrt{\rho''}\sqrt[4]{g\Delta\rho\sigma})$ — критическое значение критерия устойчивости газожидкостной структуры.

По имеющимся экспериментальным данным $C_1=0{,}106$; $C_2=1{,}3\cdot10^{-4}$; $C_3=4{,}25$.

12.5 КИПЕНИЕ ПРИ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ ЧИСТОЙ НАСЫЩЕННОЙ ЖИДКОСТИ

Проблема восходит к экспериментальным работам 1930-х годов Якоба и Линке, Никайямы, Крайдера и др. Теоретические модели, в основном для кризиса теплоотдачи и пленочного кипения, начали складываться в работах Кутателадзе (1948—1950 гг.), Бромли (1950 г.), Зубера (1958 г.) и др.

Различают следующие формы стационарного кипения: *пузырьковое* кипение, когда паровая фаза возникает в виде пузырьков на отдельных центрах парообразования; *пленочное*, когда поверхность нагрева отделена от жидкости слоем пара, с поверхности которого отрываются большие пузыри; *переходное*, когда происходит разрушение структур пузырькового кипения и формирование паровой пленки. На поверхностях нагрева, обедненных центрами парообразования, возможен непосредственный переход от режима однофазной конвекции к пленочному кипению.

Критический (минимальный) радиус зародыша

$$R_m = \frac{2T''\sigma}{r\rho''\Delta T}. \qquad (12.5.1)$$

Радиус границы раздела фаз для конической впадины (центра парообразования) с максимальным радиусом R_1 и углом раскрытия θ_1

$$R_{1\text{гр}} = \frac{R_1}{\cos(\theta - \theta_1)}. \qquad (12.5.2)$$

Краевой угол смачивания поверхности

$$\theta = \arccos \frac{\sigma''_{\text{ст}} - \sigma'_{\text{ст}}}{\sigma}. \qquad (12.5.3)$$

Скачок давления на границе сферического пузыря

$$\Delta p_{\text{гр}} = 2\sigma/R. \qquad (12.5.4)$$

Равновесная температура насыщения в сферическом пузыре

$$T''_R = T''\left(1 + \frac{2\sigma}{r\rho''R}\right). \qquad (12.5.5)$$

Тепловой поток на границе раздела фаз по модели теплового удара

$$q_{\text{гр}} \approx 2\Delta T(\lambda' c' \rho'/t)^{1/2}. \qquad (12.5.6)$$

Скорость роста пузыря в объеме жидкости по модели теплового удара

$$dR/dt \approx \text{Ja}(a'/t)^{1/2}. \qquad (12.5.7)$$

Скорость роста пузыря на твердой поверхности нагрева по модели испарения жидкого подслоя (Лабунцова — Торикаи)

$$\frac{dR}{dt} \approx 10\frac{\lambda' \Delta T}{\rho'' r R}. \qquad (12.5.8)$$

Отрывной радиус пузыря на одиночном центре парообразования ($\text{Ja}_* < 0{,}1$; $\theta \approx 0{,}7 \div 1$ рад)

$$R_0 \approx 0{,}12\delta_{\sigma g}(1 + 10^5 \text{Ja}_*)^{1/2}; \qquad (12.5.9)$$

при $\text{Ja}_* < 10^{-6}$

$$R_0 \approx 0{,}01\theta\delta_{\sigma g}. \qquad (12.5.10)$$

В этих формулах: $\Delta T = T_{\text{ст}} - T''$ — температурный напор; $T_{\text{ст}}$ — температура поверхности нагрева; T'' — температура насыщения под плоской поверхностью жидкости (табличная температура кипения); $\sigma''_{\text{ст}}$, $\sigma'_{\text{ст}}$ — поверхностное натяжение на границах пар — стенка и жидкость — стенка; r — теплота парообразования; t — время; $\text{Ja} = (\text{K}_{\bar{\rho}''})^{-1}$ — число Якоба; $\text{Ja}_* = (\text{Ja}/\text{Pr})^2 \text{Ar}_*^{-1}$.

Теплоотдача при развитом пузырьковом кипении в большом объеме свободно конвектирующей насыщенной жидкости ($\langle T' \rangle = T''$) описывается формулой (12.4.4) при подстановке в нее массовой скорости парообразования

$$j'' = q/r, \qquad (12.5.11)$$

в результате чего получается формула

$$\text{Nu} = 3{,}37 \cdot 10^{-9}\ \text{K}^{-2} \text{M}_*^{-4}. \qquad (12.5.12)$$

Рист. 12.4. Кривые кипения различных жидкостей при низких давлениях:

а — вода при давлении 20 кПа (*1*) и 3,6 кПа (*2*); *б* — вода (*1*) и этанол (*2*) при давлении 6 кПа, *в* — 13%-ный раствор NaCl (*1*) и этанол (*2*) при давлении 3,6 кПа

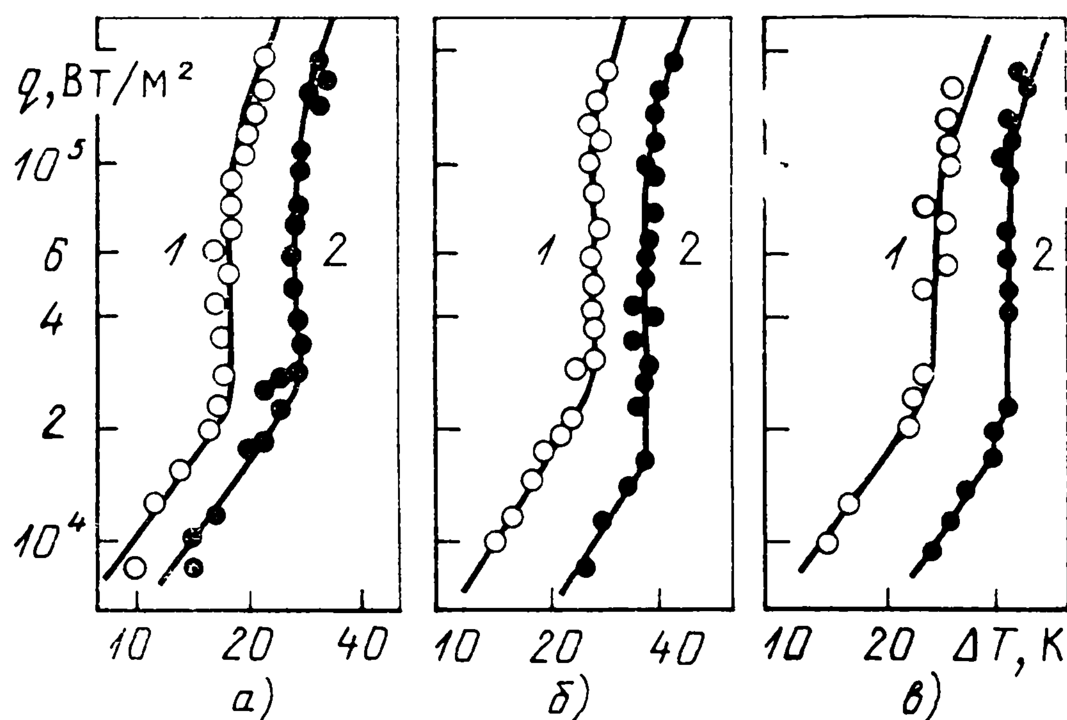
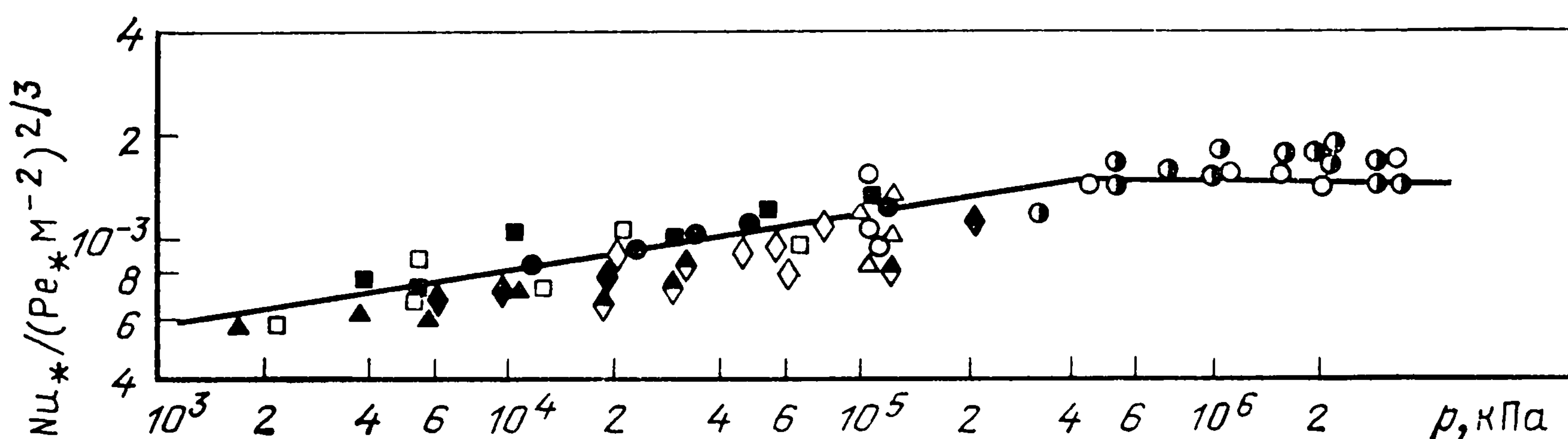


Рис. 12.5. Теплообмен при кипении воды и этанола в условиях низкого давления



При низких давлениях (для воды и ряда других жидкостей практически при $p<10^5$ Па) начинают влиять гидродинамическое сопротивление быстрому росту паровых пузырей и обеднение поверхности нагрева виртуальными центрами парообразования (вследствие увеличения критического радиуса R_m). Это приводит к пульсациям температуры поверхности нагрева и перегреву жидкости в пристенном слое, к сложной зависимости перехода от теплообмена при однофазной конвекции к развитому пузырьковому кипению (рис. 12 4). В режиме развитого пузырькового кипения множитель пропорциональности в формуле (12.4 4) уменьшается (рис. 12.5), а показатель степени в комплексе ($Pe_* M_*^{-2}$) несколько возрастает.

Теплоотдача при стабильном пленочном кипении:

ламинарное течение паровой пленки — формула Кутателадзе — Бромли (аналог формулы Нуссельта для пленочной конденсации пара)

$$q=\text{const}, \quad \langle\alpha\rangle=\beta\lambda'' \sqrt[3]{r_* g\Delta\rho/(\nu'' qL)}; \qquad (12.5.13)$$

для вертикальной стенки $0{,}44<\beta<0{,}69$ — меньшая величина соответствует условию $(du''/dy)_{\text{гр}}=0$, бóльшая — $u''_{\text{гр}}=0$; для горизонтального цилиндра $L=D$, а коэффициент β примерно на 20 % меньше, чем для вертикальной поверхности; $r_* \approx r+0{,}5c''\Delta T$;

турбулентное течение паровой пленки по данным В. М. Боришанского и Б. С. Фокина для поверхностей с $L\gg\delta_{\sigma g}$ характеризуется следующими со-

отношениями

$$\left.\begin{aligned}\langle\bar{\delta}''\rangle &= 26\ (\mathrm{Re}''_*/\mathrm{Ar}''_*)^{1/2};\\ \mathrm{Nu}''^* &= 0{,}28 \text{ при } \overset{*}{A} < 1{,}5\cdot 10^6;\\ \mathrm{Nu}''^* &= 0{,}01\mathrm{Re}''^{1/4}_* \text{ при } \overset{*}{A} > 1{,}5\cdot 10^6,\end{aligned}\right\} \qquad (12.5.14)$$

где $\overset{*}{A} = \mathrm{Ar}''^{-1/2}_* \mathrm{Re}''^{3/2}_*$; $\mathrm{Ar}''_* = \frac{g\Delta\rho}{\rho''\nu''^2}\delta^*_{\sigma g}$ — число Архимеда паровой пленки ($L = \delta_{\sigma g}$); $\mathrm{Re}''_* = q\delta_{\sigma g}/(r\lambda'')$ — число Рейнольдса пленки ($L = \delta_{\sigma g}$); $\mathrm{Nu}''^* = \frac{\langle\alpha\rangle}{\lambda''}\left(\frac{\nu''^2\rho''}{g\Delta\rho}\right)^{\frac{1}{3}}$ — число Нуссельта (аналог Nu''^* для пленочной конденсации пара).

Формулы (12.5.13) и (12.5.14) определяют конвективную часть теплоотдачи при пленочном кипении. Радиационная часть рассчитывается по формуле Стефана — Больцмана, а общее значение $\langle\alpha\rangle = \langle\alpha\rangle_к + \langle\alpha_р\rangle$.

12.6. КРИЗИСЫ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ КИПЕНИИ В БОЛЬШОМ ОБЪЕМЕ НАСЫЩЕННОЙ ЖИДКОСТИ

Первая критическая плотность теплового потока $q_{кр1}$ (переход от развитого пузырькового кипения к пленочному) определяется по формуле (12.4.6) при подстановке в нее скорости парообразования (12.5.11). Практически для ряда маловязких неметаллических жидкостей (вода, спирты и т. п.) можно пользоваться зависимостью (Кутателадзе, 1950 г.)

$$q_{кр1} \approx \mathrm{k}\, r \sqrt{\rho''}\, \sqrt[4]{g\Delta\rho\sigma}, \qquad (12.6.1)$$

где $\mathrm{k} = 0{,}13 \div 0{,}16$.

Для металлических жидкостей к плотности теплового потока $q_{кр1}$, определенной по (12.5.11) или, приближенно, по (12.6.1), следует ввести дополнительно

$$\Delta q \approx 170 g^{9/16}\sigma^{5/16}\rho'^{7/16}(c'\lambda')^{1/4}T''^{1/2}. \qquad (12.6.2)$$

Зависимость $q_{кр1}$ от давления имеет следующие свойства, отчетливо видные из (12.6.1):

$$\bar{p}\to 0,\ \rho''\to 0,\ q_{кр}\to 0;$$

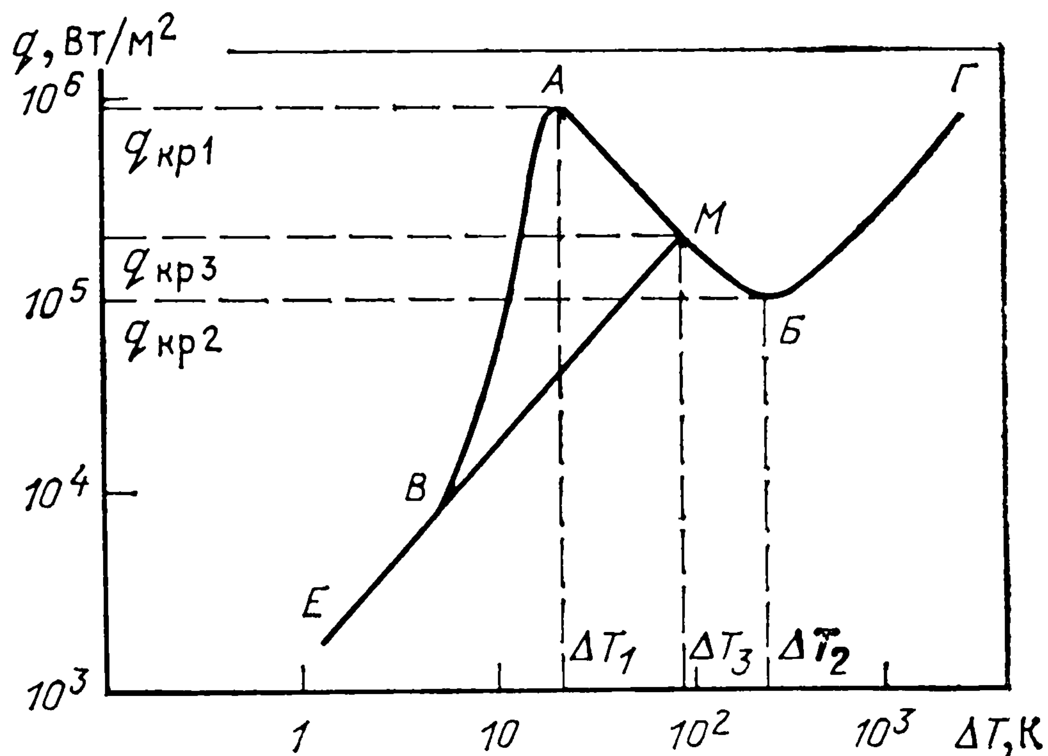
$$\bar{p}\to p_{кр},\ \sigma\to 0,\ r\to 0,\ \Delta\rho\to 0,\ q_{кр}\to 0;$$

максимум функции $q_{кр1}(p)$ находится в области около $p_{кр}/3$. Здесь $p_{кр}$ — критическое (в термодинамическом смысле) давление на пограничной кривой жидкость — пар.

Вторая критическая плотность теплового потока (переход от стабильного пленочного кипения к развитому пузырьковому) $q_{кр2} < q_{кр1}$; при свободной конвекции $q_{кр2} \approx 0{,}2\ q_{кр1}$ для невязких неметаллических сред.

Третий кризис кипения (непосредственный переход от режима однофазной конвекции сильно перегретой, метастабильной жидкости к стабильному

Рис. 12.6. Зависимость $q(\Delta T)$ при кипении жидкости на смачиваемой поверхности при свободной конвекции в большом объеме



пленочному кипению) происходит при разности температур (Кутателадзе и Авксентюк):

$$(T_{\text{ст}} - T'')_{\text{кр3}} \gtrsim 400 \frac{g^{3/16} T''^{1/2} \sigma^{7/16}}{(c'\lambda')^{1/4} \rho'^{3/16}};$$

$$q_{\text{кр3}} \approx 0{,}13\lambda' \left(\frac{g\beta'}{a'\nu'}\right)^{1/3} \Delta T_{\text{кр3}}^{4/3}, \qquad (12.6.3)$$

где β' — коэффициент объемного расширения жидкости.

Эти критические ситуации схематически изображены на рис. 12.6 в координатах $\{q, \Delta T\}$.

Четвертый кризис кипения определяется предельной температурой термодинамической устойчивости жидкой фазы [12.13] и характеризуется разностью между температурой насыщения T'' и температурой на спинодали $T_{\text{сп}}$ при данном давлении. Для воды:

p, МПа	7	10	14	19
$T_{\text{сп}}$—T'', К	50	32,5	14	4,5

12.7. КИПЕНИЕ В БОЛЬШОМ ОБЪЕМЕ ЖИДКОСТИ; ВЛИЯНИЕ СРЕДНЕМАССОВОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ, СКОРОСТИ ТЕЧЕНИЯ, РАЗМЕРА НАГРЕВАТЕЛЯ И ЕГО МАТЕРИАЛА

Если среднемассовая температура жидкости меньше температуры насыщения, то в пристенном слое с $T_{\text{ст}} > T'$ происходит кипение, а за его пределами в области с $T' < T''$ происходит конденсация пара, генерируемого на поверхности нагрева и в пристенном перегретом слое жидкости. В пристенном, перегретом выше температуры насыщения, слое, когда его толщина соизмерима с $\delta_{\sigma g}$, теплоотдача определяется только процессом парообразования и зависит лишь от разности температур $\Delta T = T_{\text{ст}} - T''$.

При пузырьковом кипении теплоотдача рассчитывается по формулам для развитого кипения в насыщенной жидкости, если $(T_{\text{ст}} - T'') >$

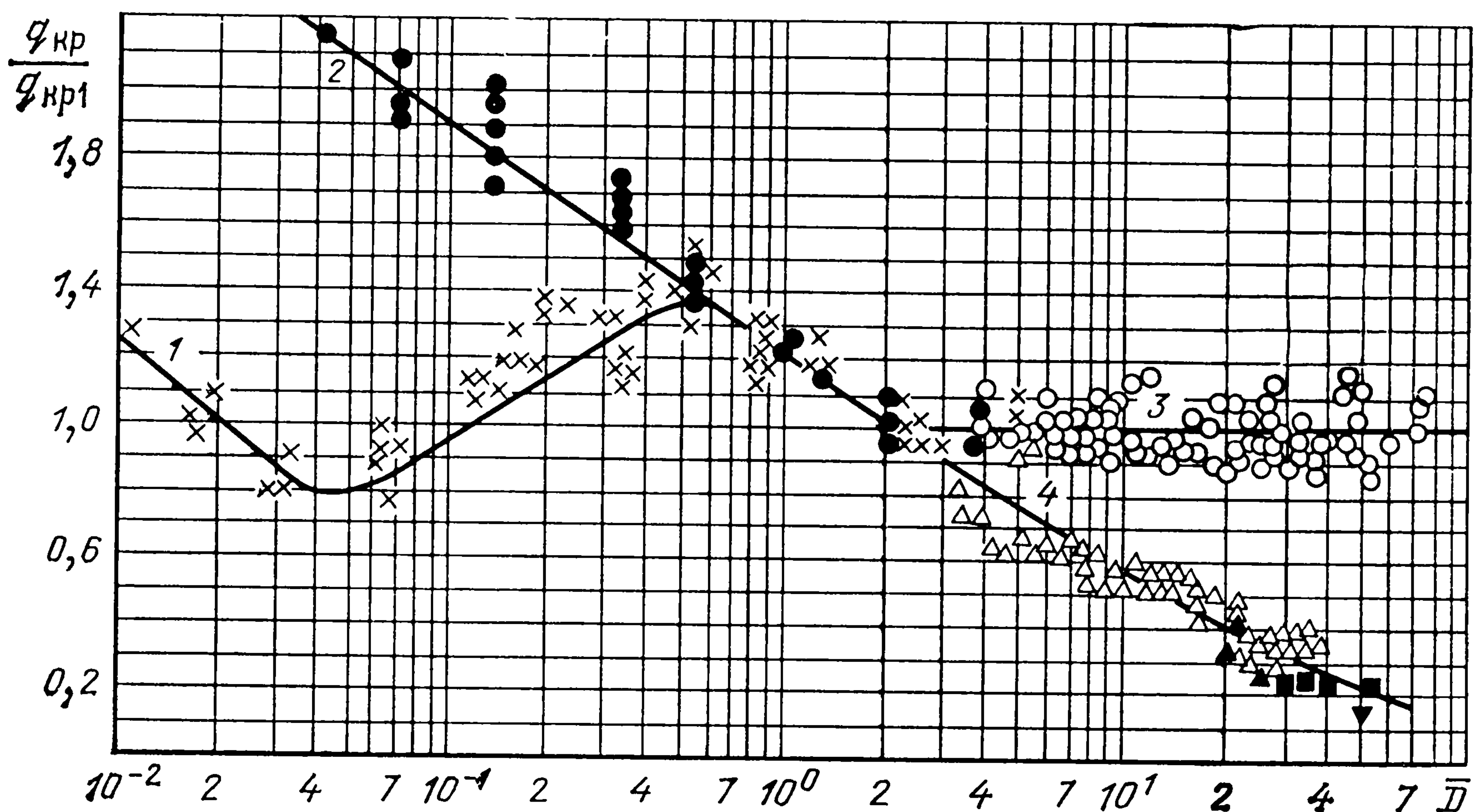


Рис. 12.7. Карта влияния размеров нагревателя на $q_{кр}$ при кипении в условиях свободной конвекции:

1 — $K^{-1}\bar{\rho}''^{-3/4}=0$, *2* — $K^{-1}\bar{\rho}''^{-3/4}\geqslant 18$; *3* — кипение на верхней поверхности пластины; *4* — кипение на нижней поверхности

$>(\alpha_{кон}/\alpha_{кип})(T''-\langle T'\rangle)$. При обратном соотношении расчет ведется по формулам для однофазной конвекции. Здесь $\alpha_{кон}$ — коэффициент теплоотдачи при однофазной конвекции жидкости; $\alpha_{кип}$ — коэффициент теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении.

При пленочном кипении влияние недогрева жидкости $\Delta T_н=T''-\langle T'\rangle$ в первом приближении учитывается введением эффективной теплоты испарения

$$r_*=r+\frac{1}{2}c''\Delta T+0{,}1c'\Delta T_н\bar{\rho}''^{-3/4}. \qquad (12.7.1)$$

При таком расчете $q=\alpha\Delta T$. Влияние недогрева на первую критическую плотность теплового потока при свободной конвекции оценивается по формуле

$$q_{кр1}\approx q_{кр10}\left(1+0{,}1\,\frac{c'\Delta T_н}{r}\,\bar{\rho}''^{-3/4}\right), \qquad (12.7.2)$$

где $q_{кр10}$ определяется по формуле (12.4.6) с учетом (12.5.11), или по упрощенной зависимости (12.6.1).

Совместное влияние на $q_{кр}$ диаметра цилиндрического нагревателя, его ориентации относительно вектора силы тяжести, а также недогрева массы жидкости до температуры насыщения, характеризуемого комплексом $K^{-1}\bar{\rho}''^{-3/4}$, показано на рис. 12.7, где $\bar{D}=D\sqrt{g\Delta\rho/\sigma}$.

Толщина слоя жидкости δ' начинает влиять на интенсивность теплоотдачи при пузырьковом кипении, когда $\delta'<2\delta_{\sigma g}$: при уменьшении δ' вначале, по данным М. Якоба, коэффициент α несколько снижается, а затем существенно возрастает (при $\delta'\approx 1$ примерно на 30 %).

По данным В. И. Толубинского при $\delta' < C\sqrt{\frac{\sigma\lambda' T''}{r\rho'' q}}$ кипение прекращается и теплопередача идет по закону чистой теплопроводности (возможно и наличие слабой конвекции жидкости), при этом

$$j'' = \frac{\lambda'}{\delta' r}(T_{ст} - T''). \qquad (12.7.3)$$

Множитель пропорциональности $6 < C < 14$.

Совместное влияние $\Delta T_н$ и скорости вынужденного продольного течения жидкости U' описывается формулой Кутателадзе — Леонтьева — Штоколова

$$q_{кр1} \approx 10^{-3} U' r (\rho' \rho'')^{0,5} [1 + 1,6(\bar{\rho}''^{0,5} \mathrm{Pr}'^{0,6} \mathrm{K}_н)^{-1}], \qquad (12.7.4)$$

$\mathrm{K}_н = r/\Delta h_н$; $\Delta h_н = h'' - \langle h' \rangle$ — энтальпия недогрева до насыщения массы жидкости.

При $\mathrm{K}^{-1}{}_н \bar{\rho}''^{-0,5} > 2$ может наблюдаться *распространенный кризис*, когда имеет место сильный перегрев поверхности по всей ее длине, а не только в окрестности выходной кромки.

В центробежных полях ускорений со значительными перегрузками $\eta = g/9,81$ (где g — действующее ускорение) необходимо учитывать воздействие кориолисова ускорения. Последнее отражается введением в формулу (12.4.6) дополнительного слагаемого $C_4\mathrm{Co}_*$, где число Кориолиса

$$\mathrm{Co}_* = \omega L \sqrt{\rho'} / \sqrt[4]{g \Delta\rho\sigma}. \qquad (12.7.5)$$

Здесь ω — угловая скорость; L — характерный размер нагревателя. Физические свойства жидкости и пара следует относить к термодинамическим параметрам на поверхности нагрева (т. е. с учетом центробежного давления). В общем случае коэффициент C_4 зависит от геометрии нагревателя и его расположения относительно ω.

При набегании струи жидкости на поставленную перпендикулярно к ней пластину кризис теплообмена при кипении, по экспериментальным данным Б. Ш. Чхеидзе, описывается зависимостями:

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{K}_н \bar{\rho}''^{1/2} > 1, \quad k = 0,14 + 0,014\mathrm{Fr}_*; \\ &\mathrm{K}_I \bar{\rho}''^{1/2} < 1; \quad \bar{q}_{кр} = 1 + 0,4\mathrm{K}_н^{-1} \bar{\rho}''^{-1/2}, \end{aligned}\right\} \qquad (12.7.6)$$

где $\mathrm{Fr}_* = U' \left(\frac{\rho'^2}{g\sigma\Delta\rho}\right)^{1/4}$.

Влияние вынужденной конвекции на теплоотдачу при пузырьковом кипении учитывается интерполяционной формулой

$$\alpha = (\alpha^n_{кип} + \alpha^n_{кон})^{1/n}, \qquad (12.7.7)$$

где $\alpha_{кип}$ — коэффициент теплоотдачи при данных значениях q или ΔT в условиях развитого кипения и свободной конвекции; $\alpha_{кон}$ — коэффициент теплоотдачи при однофазной конвекции при заданных условиях. Для воды и ряда других веществ $n \approx 2$.

Пример. Рассчитать коэффициент теплоотдачи при кипении воды, текущей в трубе с внутренним диаметром $D=0{,}02$ м со скоростью $U'=1$ м/с; плотность теплового потока $q=10^5$ Вт/м², влиянием паросодержания потока можно пренебречь; температура насыщения в рассматриваемом сечении трубы $T''=388$ К, чему соответствует давление насыщения $p''=1{,}69\cdot10^5$ Па. Физические свойства: $\rho'=947$ кг/м³; $c'_p=4{,}238\cdot10^3$ Дж/(кг·К); $\lambda'=0{,}679$ Вт/(м·К); $\nu'=2{,}565\cdot10^{-7}$ м²/с; $\Pr'=1{,}52$; $\sigma=0{,}056$ Н/м; $r=2{,}216\times10^6$ Дж/кг; $\rho''=0{,}964$ кг/м³. Коэффициент теплоотдачи для некипящей воды можно рассчитать по формуле (7.3.4):

$$\alpha_{\text{кон}}=0{,}023\frac{\lambda'}{D}\Pr'^{0,4}\left(\frac{U'D}{\nu'}\right)^{0,8}=0{,}023\frac{0{,}679}{0{,}02}\cdot1{,}52^{0,4}\left(\frac{1\cdot0{,}02}{2{,}56\cdot10^{-7}}\right)^{0,8}=$$
$$=7575\ \text{Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

Коэффициент теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении определяем из формулы (12.5.12), подставляя в нее $\mathrm{Nu}_*=\alpha\delta_{\sigma g}/\lambda$, $K=r\alpha/(c_pq)$.
Имеем:

$$\alpha=3{,}37\cdot10^{-9}\frac{\lambda'}{\delta_{\sigma g}}\left(\frac{r\alpha}{c_p\,q}\right)^{-2}M_*^{-4},$$

откуда

$$\alpha=\left[3{,}37\cdot10^{-9}\frac{\lambda'}{\delta_{\sigma g}}\left(\frac{r}{c_pq}\right)^{-2}M_*^{-4}\right]^{1/3}.$$

Вычисляем:

$$\delta_{\sigma g}=\sqrt{\frac{0{,}056}{9{,}81\cdot(947-0{,}964)}}=2{,}456\cdot10^{-3}\ \text{м};$$

$$M_*^4=\frac{9{,}81\cdot0{,}056\cdot0{,}964^2}{(947-0{,}964)(1{,}69\cdot10^5)^2}=1{,}89\cdot10^{-14};$$

$$\alpha_{\text{кип}}=\left[3{,}37\cdot10^{-9}\frac{0{,}679}{2{,}456\cdot10^{-3}}\left(\frac{4{,}238\cdot10^3\cdot10^5}{2{,}216\cdot10^6}\right)^2\times\right.$$
$$\left.\times\frac{1}{1{,}89\cdot10^{-14}}\right]^{1/3}=12168\ \text{Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

По формуле (12.7.7) при $n=2$

$$\alpha=(7575^2+12168^2)^{1/2}=14333\ \text{Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

Кипение на поверхности нагрева, погруженной в большой объем жидкости со средней температурой $\langle T'\rangle<T''$, возникает, когда перегрев $\Delta T=T_{\text{ст}}-T''$ принимает значение, достаточное для включения виртуальных центров парообразования.

Материал и состояние поверхности нагревателя (стенки) влияет, во-первых, через число виртуальных центров парообразования (т. е. через качество обработки поверхности, размеры и спектр микровпадин, степень их предварительного газонасыщения); во-вторых, через взаимодействие локальных температур и тепловых потоков в пристенных слоях текучей среды и твердой стенке, вызванных локальной нестационарностью процессов парообразования и турбулентных переносов теплоты. Первое влияние количественными реко-

мендациями оценить практически невозможно. Тут надо мириться с имеющимися в экспериментальных данных расхождениями по абсолютным значениям коэффициента пропорциональности при q^n или четко оговаривать материал и технологию подготовки поверхности нагрева.

Второе влияние в основном характеризуется соотношением коэффициентов тепловосприимчивости жидкости и стенки

$$\bar{\Lambda} = \left(\frac{c_{\text{ст}} \rho_{\text{ст}} \lambda_{\text{ст}}}{c' \rho' \lambda'} \right)^{1/2}, \tag{12.7.8}$$

а также глубиной проникновения тепловых пульсаций в материал нагревателя. Так, по данным А. К. Гордова и В. В. Ягова в первом приближении $\alpha \sim \bar{\Lambda}^{0,4}$, а по данным В. А. Григорьева, Ю. М. Павлова и Е. В. Аметистова [12.3] эта зависимость еще сильнее Для применения в общетехнических расчетах этот вопрос в количественном отношении еще недостаточно изучен.

12.8. ТЕЧЕНИЯ В ВЕРТИКАЛЬНЫХ ТРУБАХ

Основная особенность течения газожидкостной смеси заключается в появлении специфических характеристик объемного газосодержания — истинного φ и расходного β — и массового $\overset{*}{x}$. Газосодержание сильно влияет на структуру и все термогидродинамические характеристики потока.

При ламинарном течении жидкости ($\text{Re}' = U'_0 D/\nu' < 2000$) даже небольшое газосодержание сильно увеличивает гидродинамическое сопротивление (рис. 12.8).

При турбулентном течении жидкости ($\text{Re}' > 2000$) влияние газосодержания на изменение давления можно формально описать выражением

$$-\frac{\partial p_{\text{тр}}}{\partial x} = \frac{\zeta \rho_{\text{см}} U^2_{\text{см}}}{2D} = \frac{\zeta j^2_{\text{см}}}{2\rho' D} \left(1 + \psi \frac{\overset{*}{x} \Delta\rho}{\rho''} \right), \tag{12.8.1}$$

где $j_{\text{см}}$ — массовая скорость смеси, кг/(м^2·с); индекс «тр» означает, что рассматриваемая часть изменения статического давления происходит вследствие трения потока о стенку канала; ψ — *коэффициент структуры потока.* В квазигомогенном приближении, когда скольжение фаз отсутствует, $\psi = \bar{s} = 1$ и $\varphi = \beta$. Это приближение может использоваться при расчетах, не требующих большой точности.

Более точной является зависимость А. А. Арманда

$$\Delta p_{\text{тр}} = \Delta p_{\text{тр}0} (1 - \varphi)^{-n}, \tag{12.8.2}$$

где $\Delta p_{\text{тр}0} = \frac{\zeta j^2_{\text{см}}}{2\rho'} \frac{l}{d}$ — гидродинамическое сопротивление при $\beta = 0$.

Для кольцевого ламинарного течения жидкости с гладкой границей раздела фаз теоретическое значение $n = 2$ [12.9].

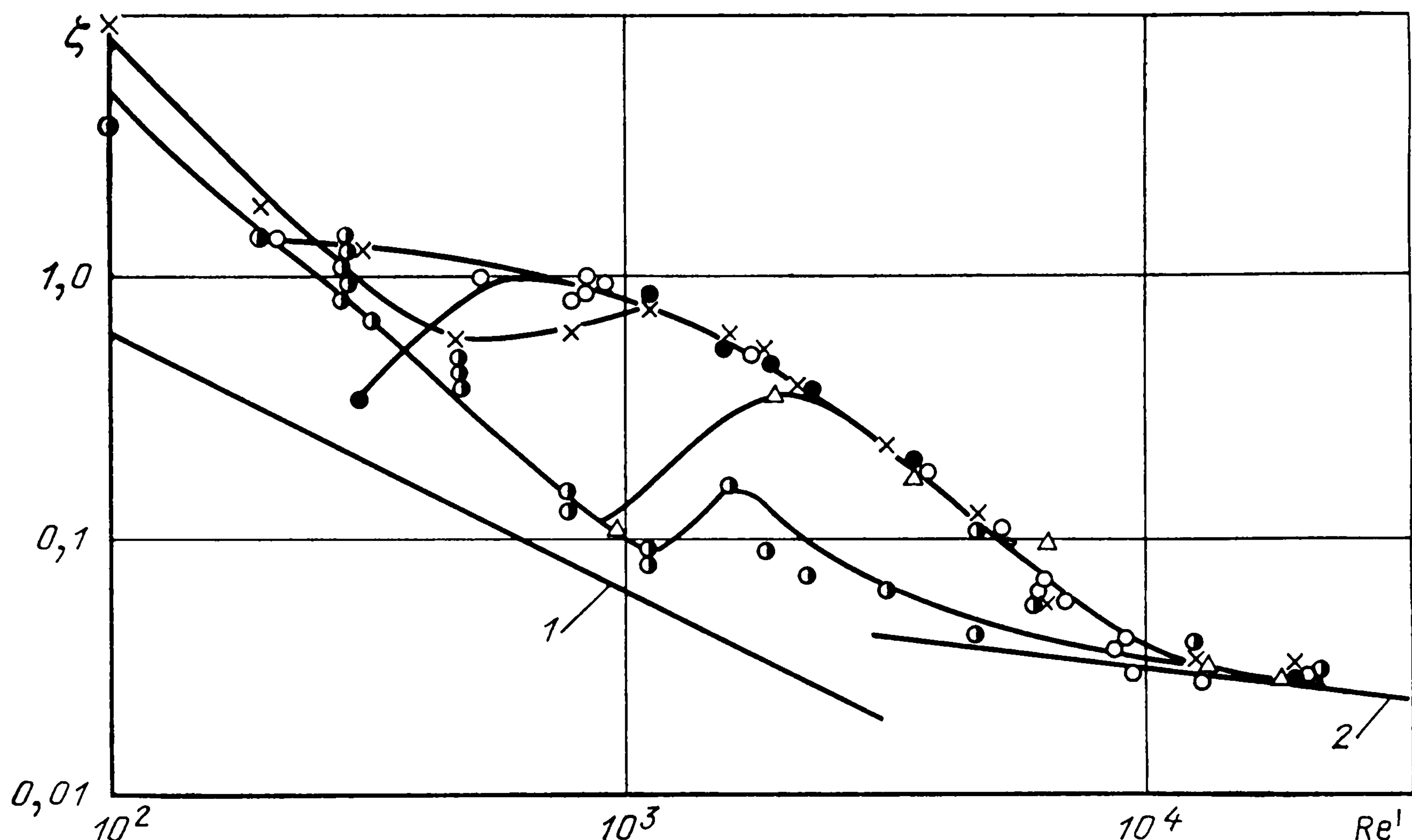


Рис. 12.8. Зависимость ζ от числа Рейнольдса жидкости с равномерно распределенными мелкими газовыми пузырьками (β=0,1) разных радиусов R при ее восходящем движении в вертикальной трубе:

1, 2 — однофазный поток (ламинарный и турбулентный режимы); R, мм: ● — 0,05; ○ — 0,15, × — 0,25; △ — 0,35; ◑ — 0,5

Для турбулентных течений по А. А. Арманду и Е. И. Невструевой при $\varphi<0{,}5$ $n=1{,}2$; при $\varphi>0{,}5$ $n=1{,}9+2{,}5\rho''$; при турбулентном течении жидкости и $\beta<0{,}9$ по Тейлору — Никлину

$$\varphi=\beta\,\mathrm{Fr}_{\text{см}}^{1/2}\,(0{,}35+1{,}2\mathrm{Fr}_{\text{см}}^{1/2})^{-1};\quad \mathrm{Fr}_{\text{см}}=\frac{U_{\text{см}}^2}{g\Delta\rho D}. \qquad (12.8.3)$$

По экспериментальным данным Мартинелли и др., обобщенным Кутателадзе, при ламинарном течении жидкости перепад давления описывается формулой

$$\mathrm{Re}'<2000:\quad \Delta p=\frac{32\rho' U_0'^2 L}{\mathrm{Re}' D}\,(1+0{,}1\bar{B}^{3/4}), \qquad (12.8.4)$$

где $\bar{B}=\beta(1-\beta)^{-1}(\rho''\mathrm{Re}')^{1/2}$.

Для более точных расчетов следует пользоваться нормативными материалами и специальными справочниками [12.2, 12.4, 12.8]. На рис. 12.9 приведена номограмма для определения коэффициента ψ в формуле (12.8.1) при турбулентном течении пароводяной смеси в круглой трубе [12.2].

Теплоотдача при течении газожидкостной смеси без фазовых переходов рассчитывается по формуле (7.3.1) при подстановке в нее

$$\mathrm{Re}\sqrt{\zeta}=\frac{j_{\text{см}}D}{\mu'}\sqrt{\zeta\left(1+\psi x^*\frac{\Delta\rho}{\rho''}\right)}. \qquad (12.8.5)$$

Кризисы течения газожидкостных смесей в вертикальных трубах связаны с переходами от одной отчетливо сформированной структуры к другой,

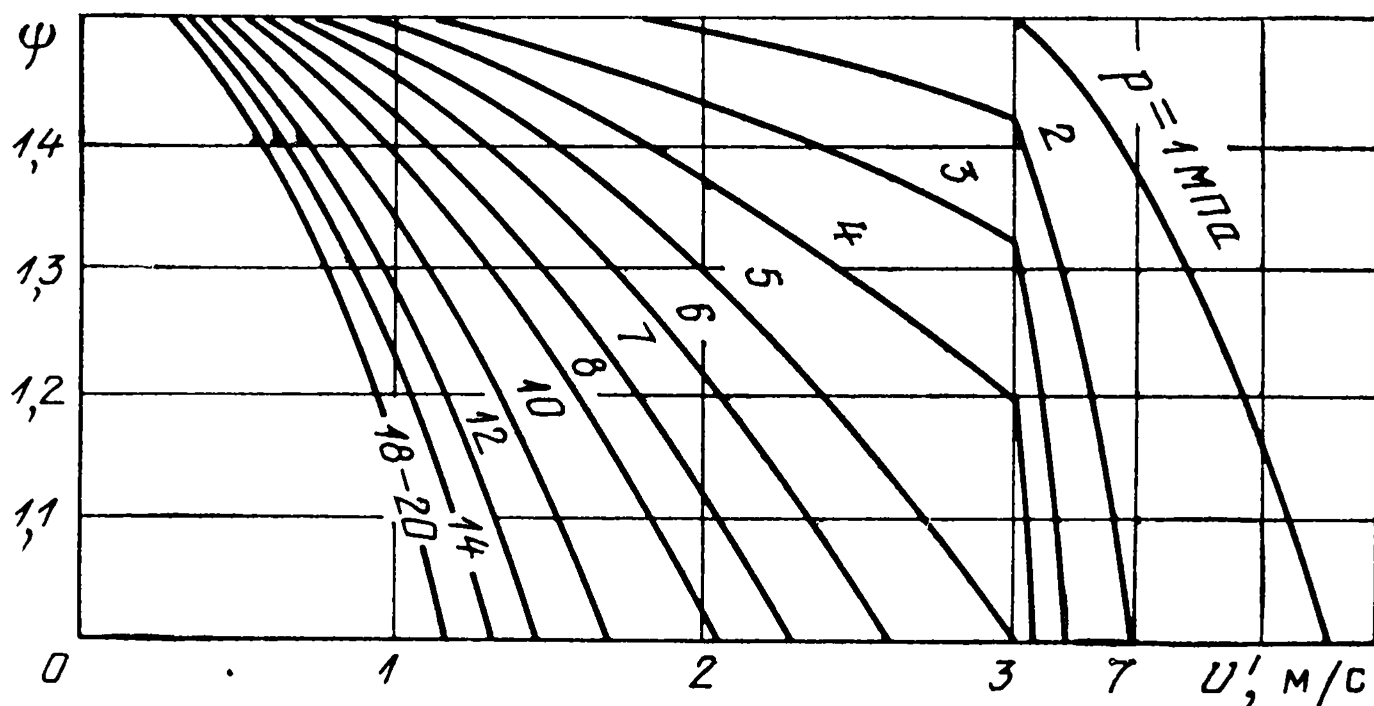


Рис. 12.9. Структурный коэффициент, учитывающий отклонение реального течения от квазигомогенного, для пароводяной смеси в круглой трубе

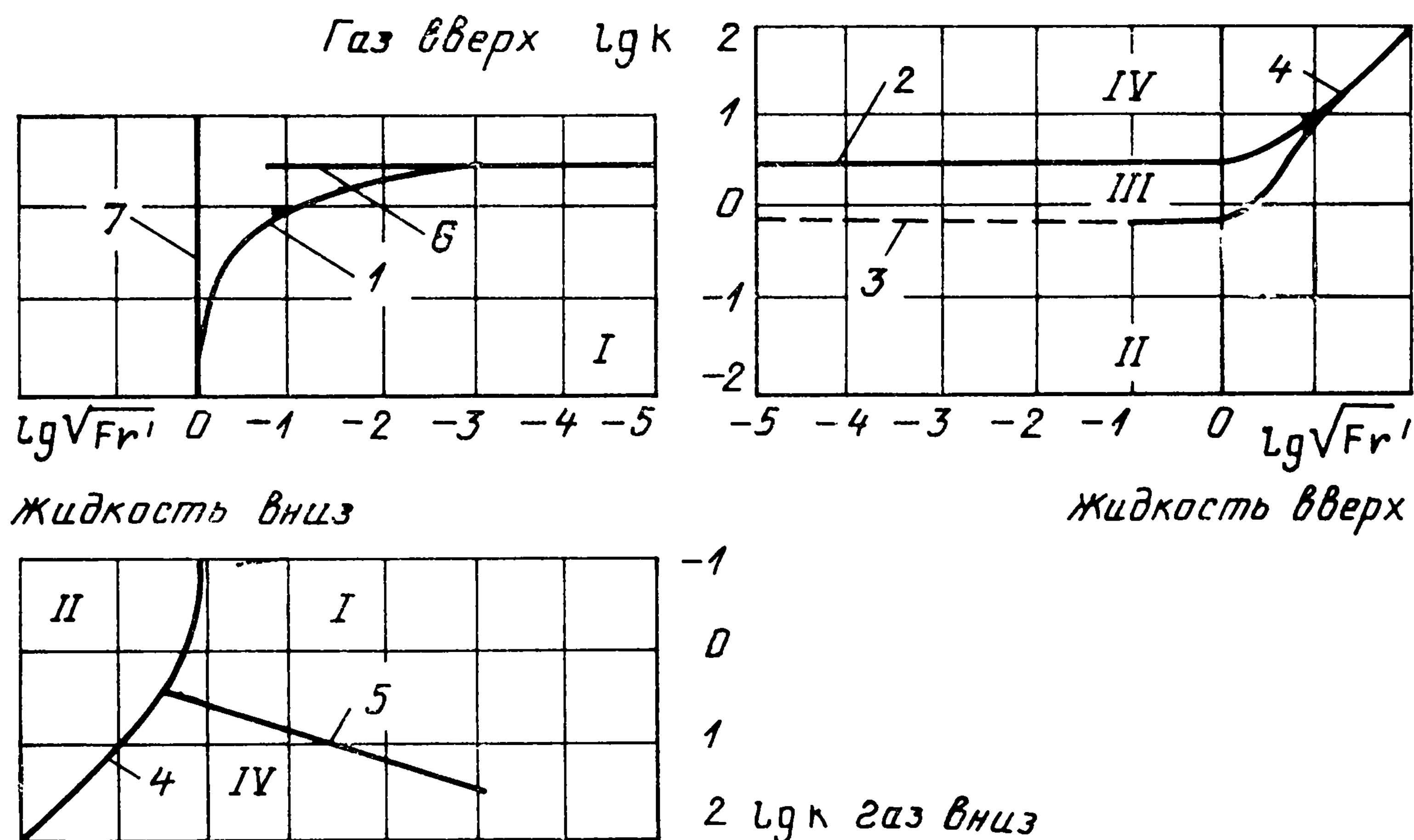


Рис. 12.10. Диаграмма режимов течения вертикального двухфазного потока:
I — устойчивый пленочный; *II* — снарядно-пузырьковый; *III* — пенообразный; *IV* — дисперсно-кольцевой (неустойчивая пленка на стенке, капли в ядре потока); *1* — процесс захлебывания; *2* — опрокидывания; *3* — разрушение снарядов; *4* — разрыв жидких перемычек между снарядами или пузырями в ядре потока; *5* — срыв капель с поверхности пленки; *6* — $Fr'=1$; *7* — $k=3{,}2$

происходящими в относительно узком интервале изменений скоростей течения и концентраций компонентов. На рис. 12.10 приведена карта режимов для течения газожидкостных смесей в круглых вертикальных трубах по Ю. Л. Сорокину. На этой диаграмме критерий устойчивости структуры определен по критическому значению приведенной скорости газа (пара)

$$k = \frac{U''_{0кр}\sqrt{\rho''}}{\sqrt[4]{g\Delta\rho\sigma}}, \qquad (12.8.6)$$

а число Фруда записано в форме, характеризующей соотношение динамиче-

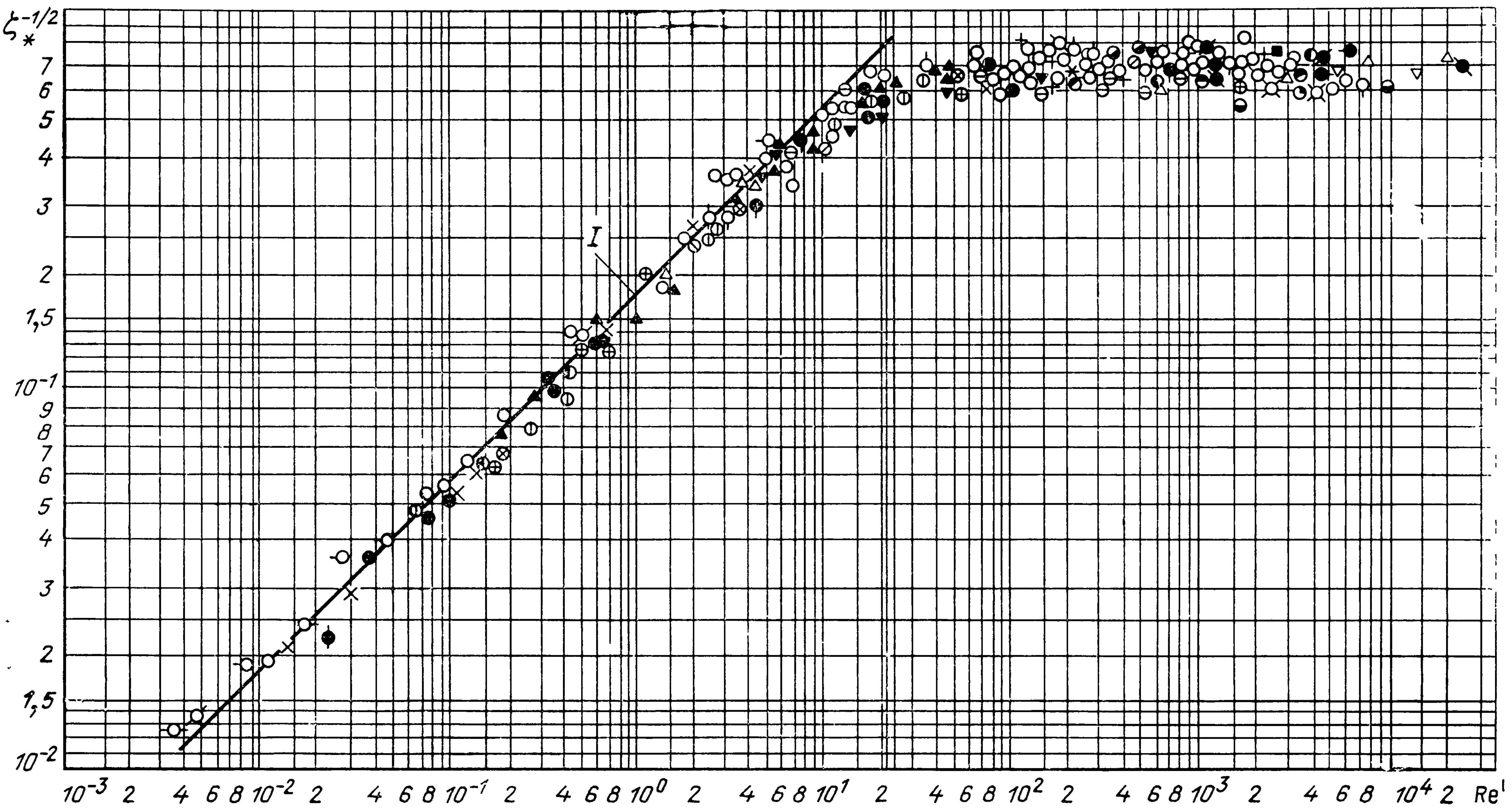


Рис. 12.11. Зависимость коэффициента ζ_* от Re′:
$I - \zeta_* = 31/\mathrm{Re}'$

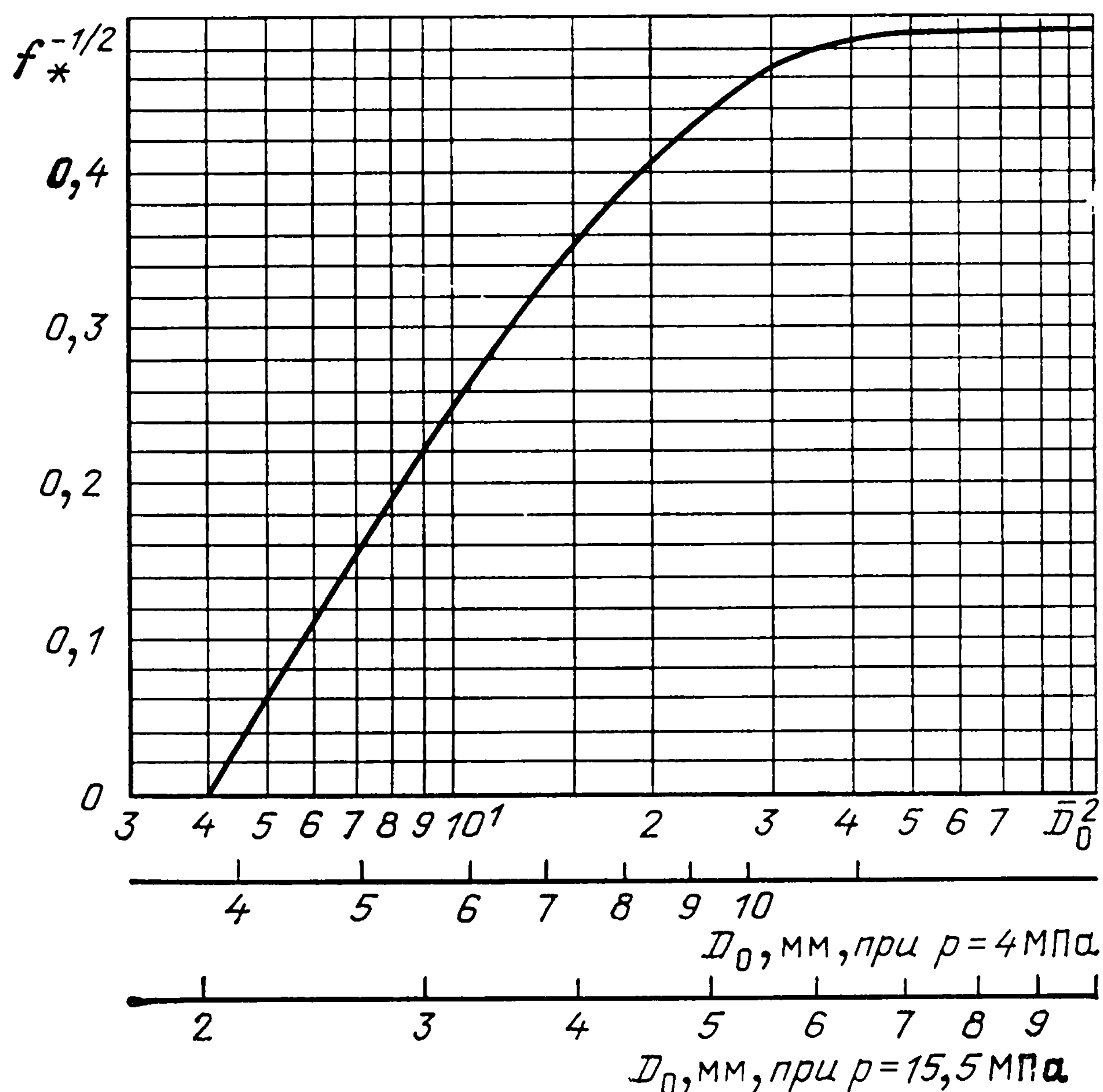


Рис. 12.12. Зависимость коэффициента f_* от $\bar{D}_0$ и диаметра труб для пароводяной смеси при двух значениях давления

ских напоров жидкой фазы и единичного газового снаряда (крупного пузыря), размер которого выбран в качестве собственного масштаба газожидкостных потоков в трубе.

$$\mathrm{Fr}' = \frac{\rho' U_0'^2 \zeta_* f_*}{g\Delta\rho D_0}, \qquad (12.8.7)$$

где $\zeta_* = \frac{3}{4}\zeta$; ζ — коэффициент гидродинамического сопротивления газового снаряда; f_* — функция величины $\bar{D}_0 = D_0/\delta_{\sigma g}$, характеризующей отношение диаметра газового снаряда D_0, практически равного внутреннему диаметру трубы, к капиллярной постоянной.

Графики для определения ζ_* и f_* даны на рис. 12.11 и 12.12.

Практически можно пользоваться формулами:

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{Re}' < 15, \quad \zeta_* \approx 31/\mathrm{Re}'; \quad \mathrm{Re}' > 15, \quad \zeta_* \approx 2{,}0; \\ &2 < \bar{D}_0 < 5, \quad f_* \approx [0{,}52 \ln \bar{D}_0 - 0{,}36]^{-2}; \quad \bar{D}_0 > 5, \ f_* \approx 4{,}2. \end{aligned}\right\} \qquad (12.8.8)$$

При $\bar{D}_0 = 2$ газовый снаряд стоит в трубе неподвижно.

При встречном движении жидкости и газа может возникать *кризис «захлебывания»*, заканчивающийся опрокидыванием циркуляции жидкости, т. е. изменением направления ее течения. Для тонких пленок жидкости такое явление описано в предыдущей главе. Это явление определяет, например, предельные нагрузки пленочных сепараторов влаги, химических реакторов с на-

садками и других аппаратов. По данным Ю. Л. Сорокина обращение течения пленки жидкости, подаваемой в верхнюю часть вертикальной трубы, происходит при k=3,2.

По этим же данным, обобщающим большой экспериментальный материал ряда исследователей (Уоллис, Файнд, Сорокин — Кирдяшкин — Покусаев, Хьюитт и др.), явление «захлебывания» в вертикальной трубе с верхней подачей жидкости и встречным движением (снизу вверх) газа возникает при

$$k=3{,}2(1-\mathrm{Fr}'^{n}). \qquad (12.8.9)$$

При подаче жидкости через острую кромку $n=0{,}06$; при плавной подаче жидкости (пористая вставка, конический патрубок с закругленными кромками) $n\approx 0{,}07+0{,}0045\ln \mathrm{Ar}_*$.

12.9. КИПЕНИЕ В ВЕРТИКАЛЬНЫХ ТРУБАХ

При кипении жидкости, текущей внутри трубы, в общем случае имеются три характерные зоны.

Зона подогрева, находящаяся между входным сечением трубы ($x=0$), где жидкость имеет температуру T_0, и сечением, в котором температура стенки трубы достигает температуры насыщения $T''_1(x=L_1)$, соответствующей давлению в этом месте. Расчетные формулы ($0{,}5<\mathrm{Pr}<10$):

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= p_0-\frac{\zeta j_{\text{см}}^2 L_1}{2\rho' D};\\ \frac{L_1}{D} &= \frac{c_p' j_{\text{см}}}{4q}(T_1''-T_0)-10{,}4\mathrm{Pr}^{0,6}\,\mathrm{Re}'^{0,2}.\end{aligned}\right\} \qquad (12.9.1)$$

Зона насыщения, в которой жидкость подогревается до энтальпии насыщения. Расчетные формулы:

$$p_2=p_1-\frac{\zeta j_{\text{см}}^2(L_2-L_1)}{2\rho' D};\quad \frac{L_2}{D}=\frac{c_p' j_{\text{см}}}{4q}(T_2''-T_0). \qquad (12.9.2)$$

Зона развитого кипения $L>L_2$, для которой справедливы общепринятые формулы для расчета кипения.

В этих формулах q — средняя плотность теплового потока на данном участке трубы. Для расчета температур насыщения в сечениях L_1 и L_2 можно использовать выражение

$$T_i''\approx T_0''\left(1-\frac{\Delta\rho\Delta p_i}{r\rho'\rho''}\right), \qquad (12.9.3)$$

где T''_0 — температура насыщения при давлении p_0; $i=1,\ 2$.

Приведенные формулы не учитывают возможность возникновения неравновесных в термодинамическом отношении состояний парожидкостной смеси. Например, в потоке со среднемассовой по сечению температурой $\langle T\rangle<T''$ возможно существование паровых пузырей, возникших в пристенном слое с $T_{\text{ст}}>T'>T''$. Также возможен поток перегретого пара с диспергированной в нем жидкой фазой. Обычно в инженерных расчетах эти эффекты не учитываются.

Таблица 12.1. **Критическая плотность теплового потока, МВт/м², при кипении воды в круглой трубе диаметром 8 мм**

p, МПа	$j_{см}$, кг/(м² с)	Недогрев $\Delta T = T'' - \langle T \rangle$, К					Массовое паросодержание $\overset{*}{x}$														
		75	50	25	10	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75
3	750	—	—	—	—	—	7,95	7,50	7,10	6,75	6,45	6,15	5,80	5,50	5,25	5,00	4,80	4,20	3,75	3,20	—
	1000	—	—	8,80	8,40	8,20	7,70	7,25	6,75	6,35	5,95	5,60	5,25	4,95	4,65	4,30	4,00	3,70	3,35	—	—
	1500	—	9,50	8,75	8,20	8,00	7,25	6,55	6,00	5,40	4,90	4,60	4,15	3,80	3,40	3,00	2,60	—	—	—	—
	2000	10,55	9,65	8.60	8,00	7,75	6,70	5,90	5,55	4,75	4,25	3,80	3,35	2,90	2,50	—	—	—	—	—	—
	2500	10,80	9,90	8,65	7,90	7,60	6,35	5,50	4,80	4,25	3,70	3,25	2,80	2,35	—	—	—	—	—	—	—
	3000	11,25	10,05	8,65	7,85	7,40	6,05	5,20	4,55	3,95	3,25	3,05	2,65	—	—	—	—	—	—	—	—
	4000	12,10	10,35	8,75	7,75	7,20	5,75	4,80	4,05	3,50	3,05	2,65	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	5000	12,60	10,65	8,85	7,70	7,05	5,25	4,30	3,80	3,30	2,90	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5	750	—	—	—	—	7,40	6,75	6,25	5,80	5,40	5,10	4,85	4,60	4,35	4,15	2,95	3,75	3,55	3,40	3,20	3,00
	1000	—	8,55	8,00	7,60	7,40	6,50	5,95	5,55	5,20	4,90	4,60	4,30	4,05	3,85	3,60	3,40	3,20	2,95	—	—
	1500	9,40	8,75	8,10	7,60	7,25	6,25	5,50	5,00	4,60	4,30	4,05	3,80	3,55	3,30	3,05	2,85	—	—	—	—
	2000	9,75	9,00	8,15	7,60	7,10	5,90	5,10	4,50	4,05	3,70	3,40	3,15	2,90	2,65	—	—	—	—	—	—
	2500	10,05	9,20	8,20	7,45	7,00	5,70	4,75	4,15	3,70	3,35	3,05	2,75	2,35	—	—	—	—	—	—	—
	3000	10,40	9,40	8,25	7,35	6,90	5,55	4,60	3,95	3,50	3,10	2,75	2,45	—	—	—	—	—	—	—	—
	4000	11,20	9,75	8,30	7,20	6,60	5,30	4,30	3,65	3,15	2,60	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	5000	11,65	10,15	8,40	7,10	6,35	5,05	4,05	3,35	2,85	2,30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	750	—	7,40	6,85	6,45	6,20	5,45	4,90	4,50	4,20	3,95	3,75	3,55	3,35	3,20	3,00	2,85	2,65	2,45	2,25	—
	1000	8,15	7,60	6,85	6,45	6,15	5,30	4,70	4,30	4,00	3,75	3,50	3,30	3,05	3,80	2,60	2,35	2,10	—	—	—
	1500	8,50	7,80	6,96	6,45	5,95	5,10	4,35	3,95	3,60	3,25	2,95	2,75	2,55	2,35	—	—	—	—	—	—
	2000	8,85	8,00	7,00	6,40	5,90	4,80	4,05	3,55	3,20	2,85	2,55	2,30	2,05	—	—	—	—	—	—	—
	2500	9,20	8,25	7,00	6,35	5,70	4,50	3,75	3,25	2,90	2,25	2,25	1,95	—	—	—	—	—	—	—	—
	3000	9,75	8,45	7,15	6,25	5,55	4,30	3,60	3,10	2,65	2,25	1,90	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	4000	10,20	8,90	7,25	6,10	5,35	4,10	3,30	2,75	2,25	1,90	1,60	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	5000	11,40	9,60	7,40	6,30	5,65	4,25	3,10	2,45	1,95	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	500	—	—	4,95	4,65	4,45	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,95	1,75	—	—	—	—
	750	6,30	5,80	5,20	4,90	4,55	3,90	3,55	3,30	3,05	2,80	2,60	2,40	2,25	2,10	1,60	—	—	—	—	—

Продолжение табл. 12.1

p, МПа	$j_{см}$ кг/(м² с)	Недогрев $\Delta T = T'' - \langle T \rangle$, К					Массовое паросодержание x^*														
		75	50	25	10	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75
10	1000	6,55	5,95	5,05	4,80	4,55	3,90	3,45	3,10	2,85	2,60	2,40	2,20	2,00	1,75	—	—	—	—	—	—
	1500	7,05	6,25	5,25	4,80	4,50	3,85	3,30	2,90	2,60	2,30	2,05	1,80	1,55	—	—	—	—	—	—	—
	2000	7,65	6,50	5,40	4,85	4,45	3,60	2,95	2,50	2,20	1,90	1,65	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	2500	8,25	7,00	5,65	5,00	4,30	3,40	2,80	2,40	2,05	1,70	1,40	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	3000	8,75	7,50	6,00	5,15	4,30	3,35	2,60	2,10	1,75	1,45	1,20	—	—	—	0,35	—	—	—	—	—
	4000	10,00	8,25	6,40	5,25	4,50	3,25	2,40	1,95	1,55	1,25	0,95	0,75	0,55	0,45	0,40	—	—	—	—	—
	5000	11,40	9,40	6,90	5,80	4,65	3,30	2,25	1,70	1,35	1,10	0,90	0,75	0,60	0,50	—	—	—	—	—	—
12	500	4,90	4,40	3,90	3,70	3,40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,30	1,20	—	—	—	—
	750	5,20	4,60	4,00	3,70	3,40	2,95	2,60	2,40	2,25	2,05	1,90	1,75	1,60	1,45	—	—	—	—	—	—
	1000	5,55	4,80	4,20	3,75	3,45	2,95	2,65	2,40	2,20	1,95	1,75	1,60	1,45	1,30	—	—	—	—	—	—
	1500	6,15	5,40	4,45	3,90	3,45	2,90	2,50	2,20	1,90	1,65	1,45	1,25	—	—	—	—	—	—	—	—
	2000	7,20	6,15	4,85	4,10	3,55	2,90	2,40	2,05	1,75	1,45	1,15	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	2500	7,80	6,60	5,20	4,20	3,60	2,90	2,35	1,90	1,50	1,25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	3000	8,75	7,15	5,55	4,45	3,70	2,95	2,15	1,70	1,30	1,00	0,80	0,65	0,55	—	—	—	—	—	—	—
	4000	9,60	7,85	6,20	5,00	3,90	3,00	2,15	1,70	1,30	1,00	0,80	0,65	0,55	0,45	0,40	—	—	—	—	—
	5000	11,10	8,80	6,75	5,55	4,45	3,05	2,25	1,90	1,60	1,30	1,10	0,90	0,75	0,60	0,50	—	—	—	—	—
14	500	3,90	3,45	3,00	2,70	2,55	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	750	4,10	3,65	3,15	2,80	2,50	2,25	2,05	1,85	1,70	1,55	1,40	1,30	1,20	1,10	—	—	—	—	—	—
	1000	4,50	3,95	3,40	2,05	2,80	2,25	2,00	1,80	1,60	1,40	1,30	1,15	—	—	—	—	—	—	—	—
	1500	5,30	4,50	3,80	3,25	2,95	2,30	1,95	1,70	1,45	1,20	0,90	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	2000	6,15	5,15	4,15	3,50	3,10	2,40	1,95	1,60	1,30	1,00	0,80	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	2500	6,75	5,70	4,50	3,75	3,25	2,50	1,95	1,45	1,10	0,90	0,75	0,60	0,50	0,40	0,30	—	—	—	—	—
	3000	7,55	6,30	4,90	4,00	3,40	2,55	1,90	1,45	1,15	1,00	0,95	0,70	0,60	0,48	0,385	—	—	—	—	—
	4000	9,25	7,40	5,70	4,65	3,80	2,75	2,05	1,70	1,45	1,30	1,05	0,80	0,70	0,56	0,45	—	—	—	—	—
	5000	10,60	8,45	6,40	5,30	4,30	3,05	2,40	2,00	1,60	1,40	1,20	1,00	0,80	0,65	0,52	—	—	—	—	—

p, МПа	$j_{см}$, кг/(м² с)	Недогрев $\Delta T = T'' - \langle T \rangle$, К					Массовое паросодержание $\overset{+}{x}$														
		75	50	25	10	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75
16	500	2,95	2,55	2,20	2,00	1,85	—	—	—	1,20	1,05	0,95	0,85	—	—	—	—	—	—	—	—
	750	3,30	2,90	2,45	2,15	2,00	1,75	1,50	1,35	1,20	1,05	0,90	0,75	—	—	—	—	—	—	—	—
	1000	3,75	3,25	2,70	2,35	2,10	1.80	1,55	1,35	1,15	0,95	0,80	0,60	0,45	0,35	0,27	—	—	—	—	—
	1500	4,55	3,80	3,25	2,75	2,30	1,95	1.60	1,35	1,25	1,05	0,85	0,60	0,45	0,35	0,30	—	—	—	—	—
	2000	5,40	4,50	3,65	3,00	2,45	2,10	1,75	1,45	1,25	1,00	0,80	0,65	0,50	0,45	0,38	—	—	—	—	—
	2500	6,10	5,05	4,05	3,35	2,65	2,20	1,80	1,55	1,30	1,05	0,90	0,75	0,65	0,55	0,42	—	—	—	—	—
	3000	6,80	5,65	4,45	3,60	2,85	2,25	1.85	1,55	1,60	1,30	1,10	0,95	0,80	0,65	0,50	—	—	—	—	—
	4000	8,30	6,70	5,25	4,25	3,15	2,60	2,30	1,80	1,80	1,60	1,30	1,10	0,90	0,75	0,60	—	—	—	—	—
	5000	9,80	7,85	5,90	4,70	3,75	3,00	2,60	2,15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18	500	2,20	1,90	1,65	1,50	1,40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	750	2,95	2,50	2,10	1,75	1,50	1.30	1,10	0,95	0,80	0,70	0,60	0,50	—	—	0,22	—	—	—	—	—
	1000	3,45	2,85	2,25	1,90	1,60	1,35	1,15	1,00	0,85	0,75	0,65	0,50	0,40	0,30	0,30	—	—	—	—	—
	1500	3,70	3,20	2,55	2,25	1,80	1,55	1,30	1,10	0,90	0,80	0,65	0,55	0,45	0,35	0,35	—	—	—	—	—
	2000	4,60	3,75	3,00	2,50	2,10	1,75	1,45	1,25	1,10	0,95	0,75	0,60	0,53	0,44	0,41	—	—	—	—	—
	2500	5,05	4,35	3,30	2,80	2,25	1,90	1,65	1,45	1,20	1,00	0.85	0,75	0,60	0,50	0,55	—	—	—	—	—
	3000	5,70	4,70	3,55	3,00	2,50	2,20	1,90	1,65	1,35	1,15	0,95	0,85	0,70	0,55	0,56	—	—	—	—	—
	4000	7,25	5,75	4,40	3,55	3,00	2,60	2,30	2,00	1,70	1,40	1,15	1,00	0,80	0,70	0,65	—	—	—	—	—
	5000	8,70	6,85	4,95	3,85	3,40	3,00	2,60	2,30	1,90	1,60	1,40	1,20	1,00	0,80	—	—	—	—	—	—
20	500	1,70	1,55	1,45	1,35	1,30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	750	2,05	1,80	1,60	1,40	1,35	1,00	0,80	0,70	0,65	0,50	0,45	0,45	—	—	—	—	—	—	—	—
	1000	2,30	2,05	1,75	1,55	1,35	1,10	0,95	0,80	0,70	0,60	0,50	0,44	0,36	—	0,32	—	—	—	—	—
	1500	2,95	2,55	2,00	1,80	1,50	1,30	1,15	1,00	0,90	0,80	0,70	0,55	0,50	0,40	0,40	—	—	—	—	—
	2000	3,55	2,85	2,40	2,00	1,65	1,50	1,35	1,20	1,10	0,95	0,80	0,70	0,60	0,50	0,45	—	—	—	—	—
	2500	4,05	3,45	2,65	2,20	1,85	1,70	1,55	1,40	1,25	1,10	0,90	0,80	0,65	0,55	0,50	—	—	—	—	—
	3000	4,95	3,75	3,00	2,35	2,05	1,90	1,70	1,60	1,40	1,30	1,10	0,90	0,75	0,65	0,62	—	—	—	—	—
	4000	6,25	4,85	3,55	2,60	2,40	2,20	2,00	1,90	1,70	1,50	1,30	1,10	0,90	0,75	0,72	—	—	—	—	—
	5000	7,55	5,80	4,05	3,00	2,80	2,60	2,40	2,20	1,90	1,75	1,50	1,30	1,10	0,90	—	—	—	—	—	—

Таблица 12.2. **Значение граничного паросодержания $\overset{*}{x}_{гр}$ при $D=8$ мм**

p, МПа	Массовая скорость $j_{см}$, кг/(м² с)					
	350	500	700	1000	1500	2000
5	0,95±0,02	0,91±0,04	0,78±0,05	0,65±0,03	—	—
7	0,95±0,02	0,92±0,05	0,85±0,03	0,69±0,03	—	—
10	0,89±0,09	0,81∓0,05	0,67±0,09	0,54∓0,09	0,40±0,04	0,39±0,05
12	0,83±0,06	0,62±0,03	0,51±0,03	0,41±0,06	0,35±0,04	0,32±0,03
14	0,70±0,10	0,59±0,07	0,49∓0,06	0,40±0,06	0,32±0,06	0,28±0,05
16	0,63±0,03	0,56±0,04	0,49±0,04	0,39±0,06	0,30±0,06	0,26±0,04

Кризисы теплоотдачи при кипении в трубе связаны с двумя основными термогидродинамическими ситуациями: 1) кризис оттеснения, аналогичный по механизму кризису в большом объеме жидкости (этот тип кризиса характерен для кипения в потоке жидкости со среднемассовой температурой ниже температуры насыщения при давлении в данном поперечном сечении трубы); 2) кризис разрушения, или высыхания, пристенной жидкой пленки, характерный для больших объемных паросодержаний потока. По предложению В. Е. Дорощука кризис оттеснения называют кризисом первого рода, а кризис высыхания — кризисом второго рода.

При умеренных паросодержаниях потока механизм кризисов теплообмена при кипении, хотя и имеет также термогидродинамическую природу, но зависит от многих параметров, и их полное описание пока отсутствует.

В табл. 12.1 и 12.2 приведены данные, основанные на совместном анализе большого количества экспериментальных данных, для критических тепловых потоков и граничных паросодержаний при течении воды в вертикальной трубе диаметром $D=8$ мм [12.8].

Вид зависимостей $q_{кр}(\overset{*}{x})$ показан на рис. 12.13. Массовое паросодержание $\overset{*}{x}_{гр}$ характеризует переход к механизму кризиса второго рода и описывается эмпирической зависимостью

$$\overset{*}{x}_{гр} = 1 - 0,86\exp(-19/\bar{j}_{см}), \quad \bar{j}_{см} = j_{см}\left(\frac{D}{\rho'\sigma}\right)^{1/2}. \qquad (12.9.4)$$

Для течений с $\langle T'_x\rangle < T''_x < T_{стx}$, где x обозначает координату данного поперечного сечения трубы, недогрев массы жидкости до температуры насыщения можно характеризовать отрицательным паросодержанием

$$-\overset{*}{x} = \frac{h'' - \langle h'\rangle}{r} = K_н^{-1}.$$

При таком определении $\overset{*}{x}$ зависимость $q_{кр}(\overset{*}{x})$ описывается однозначно и для парожидкостной смеси, и для потока жидкости, недогретой до температуры насыщения.

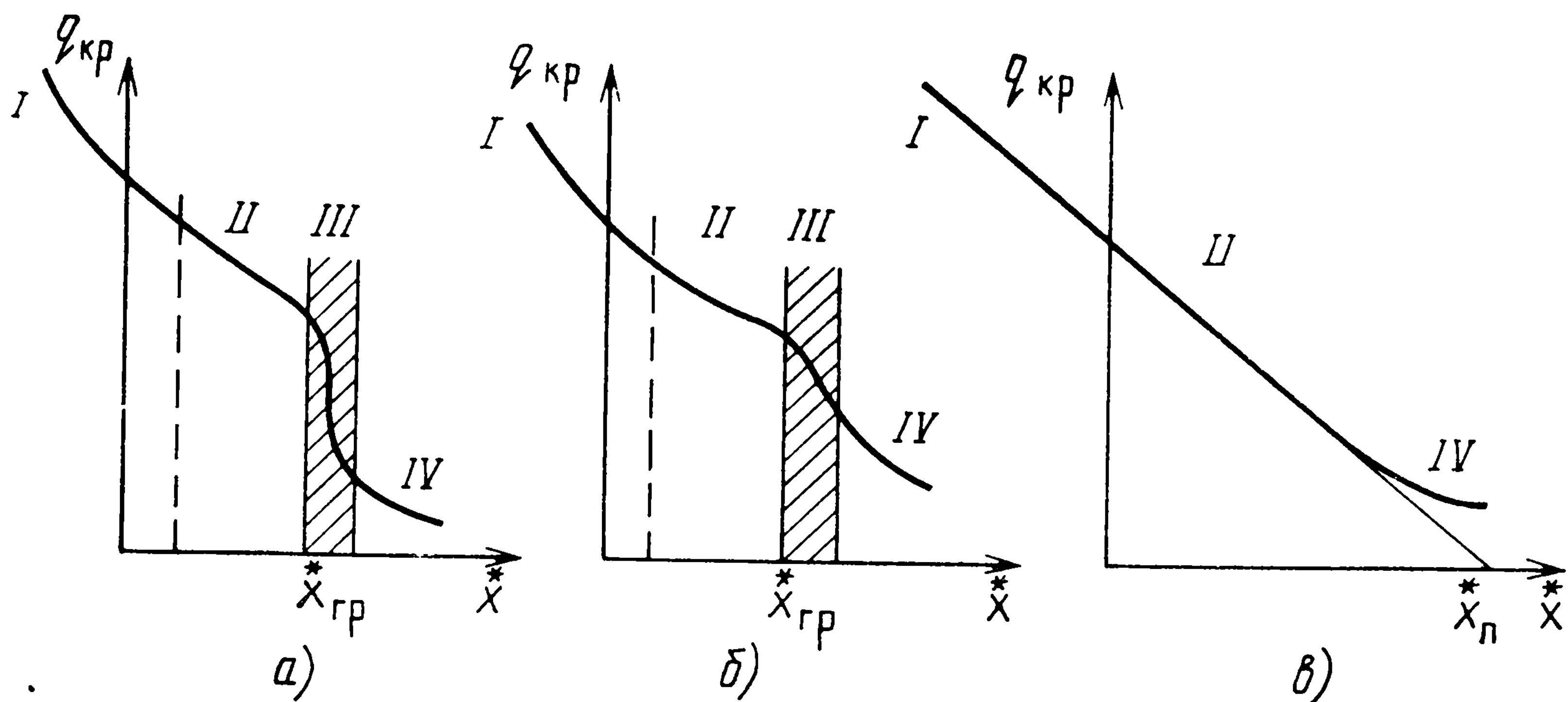


Рис. 12.13. Типы зависимостей критических плотностей тепловых потоков от паросодержания в каналах диаметром 10—15 мм:

а — $j_{см} \approx 500 \div 2000$ кг/(м²·с), $p \approx 5 \div 15$ МПа; *б* — $j_{см} \approx 2000 \div 2500$ кг/(м²·с); *в* — $j_{см} > 2500$ кг/(м²·с), $p > 16$ МПа; *I, II* — кризисы оттеснения; *III—IV* — кризисы высыхания; $\overset{*}{x}_{п}$ — предельное паросодержание

При течении маловязких жидкостей в условиях значительных недогревов и умеренных давлений ($p < 0{,}1 p_{кр}$) в достаточно широком канале ($\delta \gg \delta_{\sigma g}$) при скоростях течения $U' < 100 \left(\frac{g\sigma}{\rho'}\right)^{1/4}$

$$q_{кр} = C_1 r (\rho'' U')^{1/2} \rho'^{1/4} (g \Delta\rho\sigma)^{1/8} \left[1 + C_2 \frac{c' \Delta T_{н}}{r} \left(\frac{\rho'}{\rho''}\right)^{0{,}8}\right]. \quad (12.9.5)$$

Для круглых труб, по опытам З. Л. Миропольского и М. Б. Шицмана: $C_1 = 0{,}023$; $C_2 = 0{,}057$; для кольцевой щели ($0{,}2 < \bar{\delta} < 2$) с внутренним обогревом по опытам Е. К. Аверина, Г. Н. Кружилина, В. С. Чиркина и др. $C_1 = 0{,}085$, $C_2 = 0{,}057$.

Коэффициенты теплоотдачи при развитом кипении можно считать по формулам для кипения в большом объеме жидкости. Подробнее см. [11.4, 12.5, 12.7—12.12].

12.10. ТЕЧЕНИЯ В ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ТРУБАХ

В случае течения в горизонтальных трубах при малых скоростях сильно проявляется эффект расслоения — жидкость в основном движется в нижней части трубы. На рис. 12.14 показаны характерные распределения касательных напряжений по окружности горизонтальной трубы, отчетливо иллюстрирующие этот эффект. При ламинарном течении ($\mathrm{Re}' < 2000$) расслоение течения практически перестает влиять на гидродинамическое сопротивление при $\bar{B} = (U''_0 / U'_0) \sqrt{\mathrm{Re}' \bar{\rho}''} > 40$, которое описывается формулой

$$\Delta \bar{p}_{тр} \approx 1 + 0{,}1 \bar{B}^{3/4}. \quad (12.10.1)$$

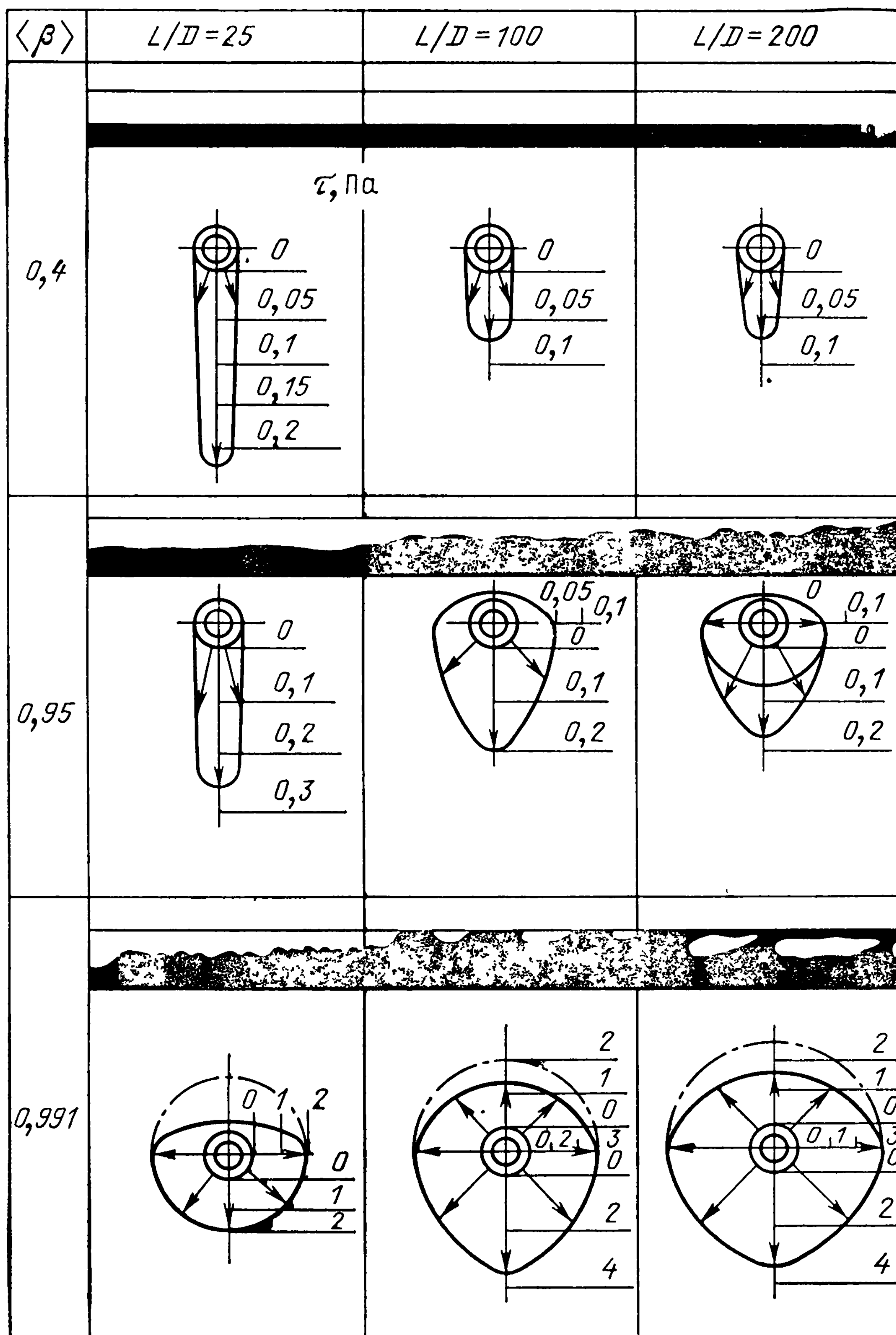
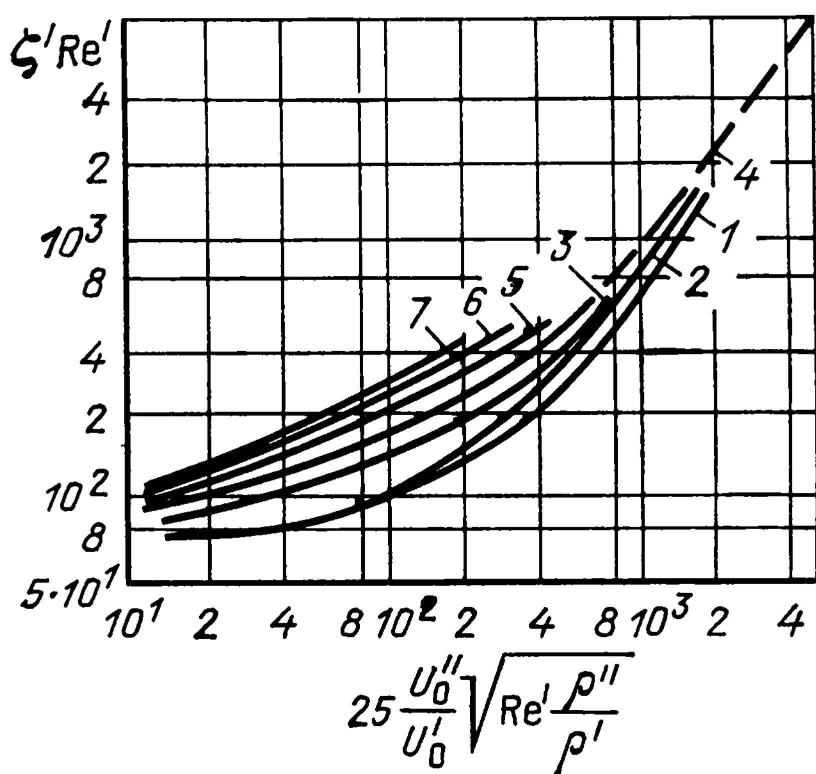


Рис. 12.14. Распределение сил трения на внутренней стенке горизонтальной трубы диаметром $D=19$ мм при течении газожидкостных потоков с разным $\langle\beta\rangle$ (приведенная скорость $U'_0=0{,}1$ м/с)

В области $\bar{B}<40$ сильно влияет расслоение, характеризуемое числом Фруда $\mathrm{Fr}'=U'^2_0/(g\overline{\Delta\rho}D)$. Это влияние, по экспериментальным данным Мартинелли и др., показано на рис. 12.15.

На рис. 12.16 приведена карта режимов течения в горизонтальных трубах, по данным В. Е. Накорякова, Б. Г. Покусаева и В. А. Утовича Здесь $N=\sqrt{\mathrm{Fr}'}\,\sqrt{D/\delta_{\sigma g}}\,(1+31\mathrm{Ar}_*^{-0{,}55})$.



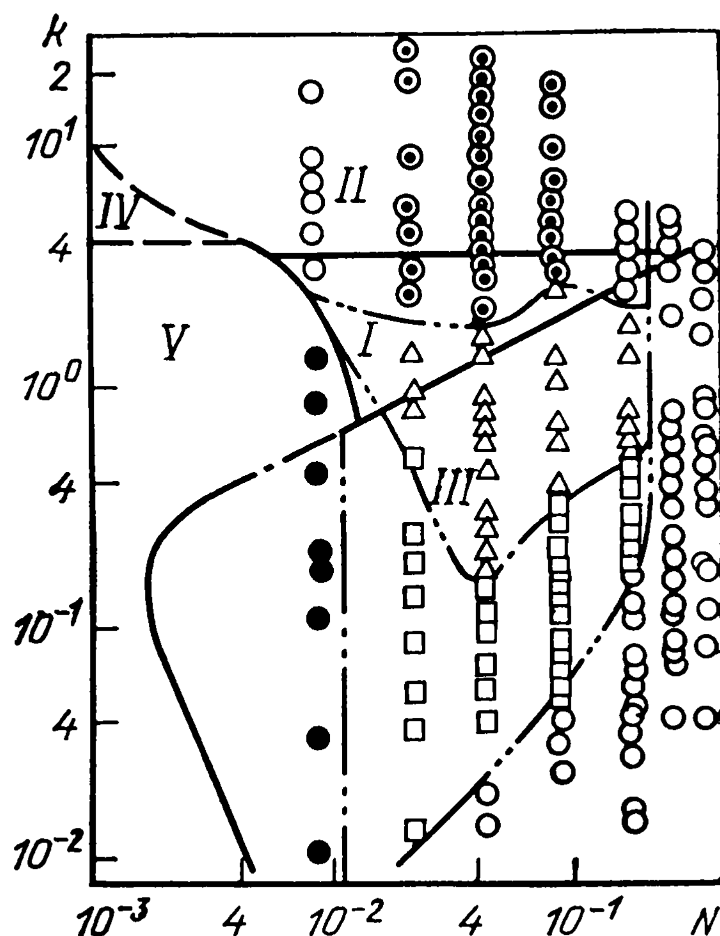


Рис. 12.15. Зависимость гидродинамического сопротивления от комплекса $\bar{B}$ **при разных значениях числа Фруда:**

1 — Fr′=0,01; *2* — 0,04; *3* — 0,33; *4* — 1,4; *5* — 4; *6* — 9; *7* — 16

Рис. 12.16. Карта режимов течения в горизонтальных трубах:

I — кольцевое течение без срыва капель; *II* — то же, со срывом капель; *III* — пузырьково-снарядное; *IV* — расслоенное, со срывом капель с поверхности пленки; *V* — спокойное расслоенное лотковое течение; экспериментальные данные: ● — расслоенный режим; ○ — пузырьковый; □ — пробковый; △ — снарядный; ⊙ — дисперсно-кольцевой

12.11. АКУСТИЧЕСКИЕ И ВОЛНОВЫЕ ЭФФЕКТЫ

В квазигомогенном приближении ($\varphi=\beta$) и отсутствии фазовых переходов скорость звука описывается формулой

$$a_*^{-2}=\frac{\partial\rho_{см}}{\partial p}=[1-\beta(1-\bar{\rho}'')]\,[\beta\bar{\rho}''^{-1}\,a_*''^{-2}+(1-\beta)a_*'^{-2}],\quad(12.11.1)$$

где a'_*, a''_* — скорости распространения звука в жидкости и газе.

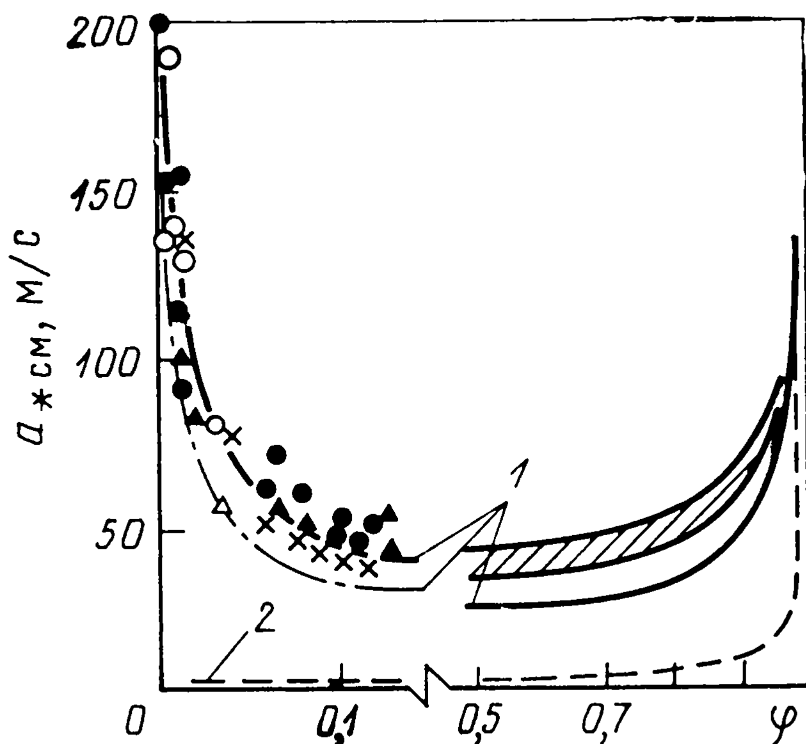


Рис. 12.17. Зависимости скорости звука в квазигомогенной газожидкостной смеси от объемной концентрации газа для изотермического и адиабатного процессов (*1*) и «термодинамической» скорости звука от паросодержания (*2*)

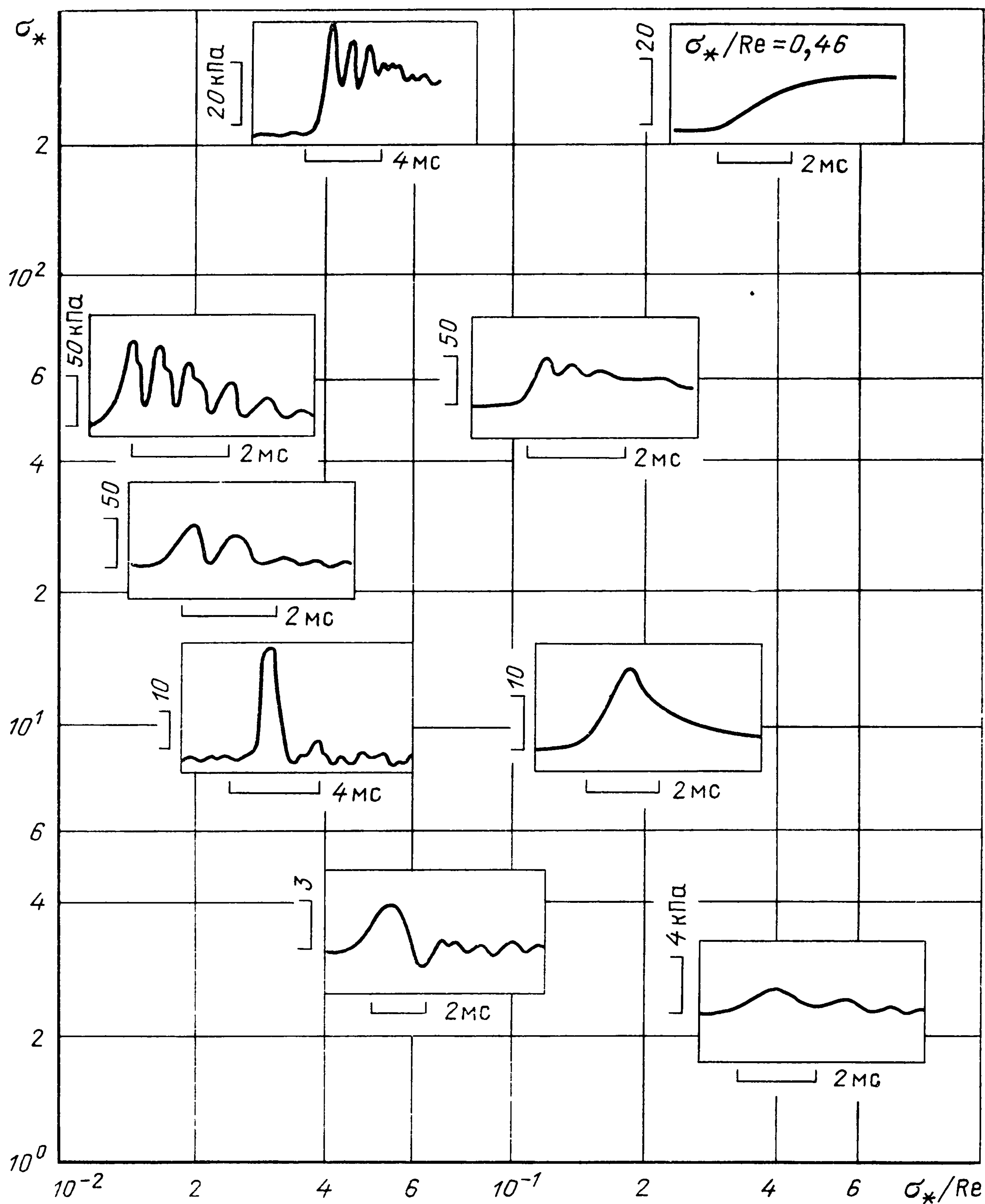


Рис. 12.18. Карта волновых режимов в жидкости с мелкими газовыми пузырьками

При высоких частотах процесс протекает квазиадиабатно, при низких частотах квазиизотермически. При $0{,}8 > \beta > 10^{-3}$ из (12.11.1) следует формула Мэллока

$$a^2_{*\text{см}} \approx p\,[\rho'\beta(1-\beta)]^{-1}. \qquad (12.11.2)$$

На линии насыщения акустические возмущения вызывают осцилляции давления и соответственно фазовые переходы (испарение, конденсацию). При

квазиравновесных переходах, т. е. при весьма низких частотах колебаний, вдали от критической термодинамической точки

$$a_{*\text{см}} = r\bar{\rho}'' \{[1 - (1 - \bar{\rho}'')\beta]\, \overline{\Delta\rho} \sqrt{c_x T''}\}^{-1}, \qquad (12.11.3)$$

где эффективная теплоемкость $c_x = c' + \overset{*}{x}\left(\frac{\partial r}{\partial T''} - \frac{r}{T''}\right)$. Практически реализуется зависимость (12.11.1), т. е. в обычных интервалах звуковых частот фазовые переходы влияют слабо. Характер этих зависимостей и их сопоставление с некоторыми экспериментальными данными показаны на рис. 12.17.

На рис. 12.18 показана карта волновых режимов в жидкости с мелкими сферическими пузырьками, по В. Е. Накорякову. Здесь $\sigma_* = l_0(u'/\beta_*)^{1/2}$ — критерий дисперсии; $\text{Re} = u'l_0/\nu$; $\beta_* = a_* R_0^2[6\beta_0(1-\beta)]^{-1}$ — эффективное газосодержание; $a_* = p_0^{1/2}[\rho'\beta_0(1-\beta_0)]^{-1/2}$ — эффективная скорость звука; индекс «0» означает параметры невозмущенного состояния; u' — скорость возмущения; l_0 — ширина возмущения.

Подробнее — в [11.4]. Вопросы динамики газожидкостных потоков при больших скоростях течения рассмотрены в [12.6].

Глава тринадцатая

НЕСТАЦИОНАРНАЯ КОНВЕКЦИЯ

13.1. ТИПЫ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

Нестационарная тепловая конвекция еще более индивидуализирована, чем нестационарная теплопроводность в неподвижных средах (см. гл. 3), поскольку здесь возможна нестационарность как по условиям движения теплоносителя, так и по условиям теплопередачи.

Можно выделить три группы нестационарности конвективного теплообмена: 1) течение стационарно, краевые условия по теплообмену (температуры, тепловые потоки) переменны во времени; 2) постоянны краевые условия по теплообмену, но нестационарно течение среды; 3) нестационарны и течение, и теплообмен. Сложность проблемы приводит, как правило, к значительным ограничениям исследуемых интервалов изменения параметров процесса и использованию квазистационарных или близких к ним моделей.

В ряде случаев характер изменения температур, энтальпий, скоростей течения и т. п. задается набором производных от темпа их изменения. Такие характеристики можно представить, например, в форме

$$\frac{1}{\Delta T}\,\frac{\partial^i \Delta T}{\partial\, \text{Fo}^i};\quad \frac{a}{U^2\Delta T}\,\frac{\partial \Delta T}{\partial t};\quad \frac{L^i}{U^{i+1}}\,\frac{\partial^i U}{\partial t^i}. \qquad (13.1.1)$$

При скачкообразном изменении параметров решения имеют общую форму типа

$$\overline{\Delta T} = f(\text{Pr};\ \text{Re};\ \text{Ho}\ \ldots). \qquad (13.1.2)$$

13.2. ЛАМИНАРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ

При внезапном изменении температуры стенки круглой *трубы* на $\Delta T_{ст}=T_{ст}-T_0$ (где T_0 — начальная температура трубы и текущей в ней стационарно жидкости с постоянными физическими свойствами) изменение температуры жидкости и теплового потока описывается формулами:

$$\overline{\Delta T}=1-\sum_{i=0}^{\infty}A_i\psi_i\times\begin{cases}\exp(-\gamma_i\,\mathrm{Fo}), & \mathrm{Fo}<\mathrm{Fo}_*;\\ \exp(-\varepsilon_i^2\bar{x}\,\mathrm{Pe}^{-1}), & \mathrm{Fo}>\mathrm{Fo}_*;\end{cases} \qquad (13.2.1)$$

$$\bar{q}_{ст}=\frac{q_{ст}R_0}{\lambda(T_{ст}-T_0)}=\sum_{i=0}^{\infty}2B_i\times\begin{cases}\exp(-\gamma_i\,\mathrm{Fo}), & \mathrm{Fo}<\mathrm{Fo}_*;\\ \exp(-\varepsilon_i^2\bar{x}\,\mathrm{Pe}^{-1}), & \mathrm{Fo}>\mathrm{Fo}_*,\end{cases} \qquad (13.2.2)$$

где

$$\mathrm{Fo}_*=a_i\bar{x}\mathrm{Pe}^{-1}. \qquad (13.2.3)$$

Значения A_i, B_i, ψ_i, ε_i выбирают по табл. 5.2 и 5.3, а коэффициенты γ_i и a_i представлены ниже:

i	0	1	2	3	4	5	6
γ_i	5,154	16,26	29,92	45,39	62,33	80,32	99,59
a_i	1,419	2,743	3,808	4,742	5,592	6,396	7,14

Зависимости $\bar{q}_{ст}$ от числа Фурье Fo и комплекса $\bar{x}\mathrm{Pe}^{-1}$ приведены на рис. 13.1.

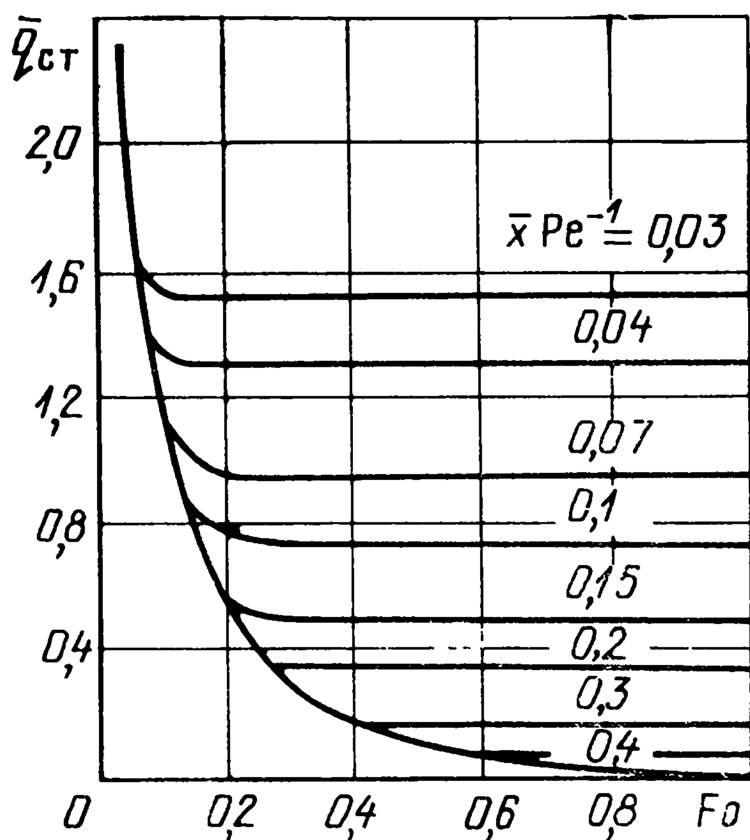


Рис 13.1. Плотность теплового потока на стенке круглой трубы при внезапном изменении ее температуры

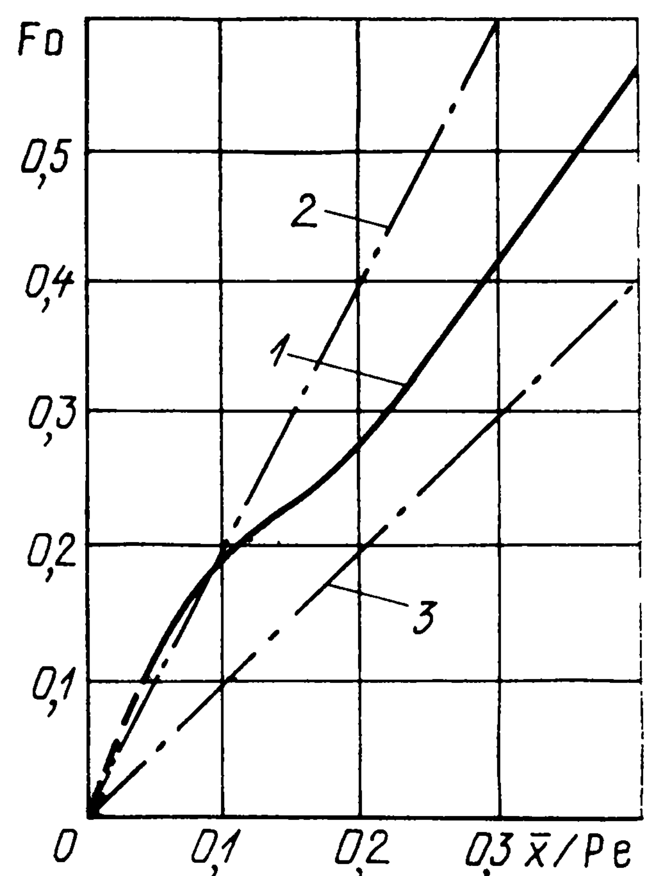


Рис. 13.2. Время установления теплового потока $\bar{q}_{ст}=1{,}05\bar{q}_{ст,\infty}$ при внезапном изменении температуры стенки:

1 — уравнение (13 2 2); *2* — $\mathrm{Fo}=2\bar{x}\mathrm{Pe}^{-1}$; *3* — $\mathrm{Fo}=\bar{x}\mathrm{Pe}^{-1}$

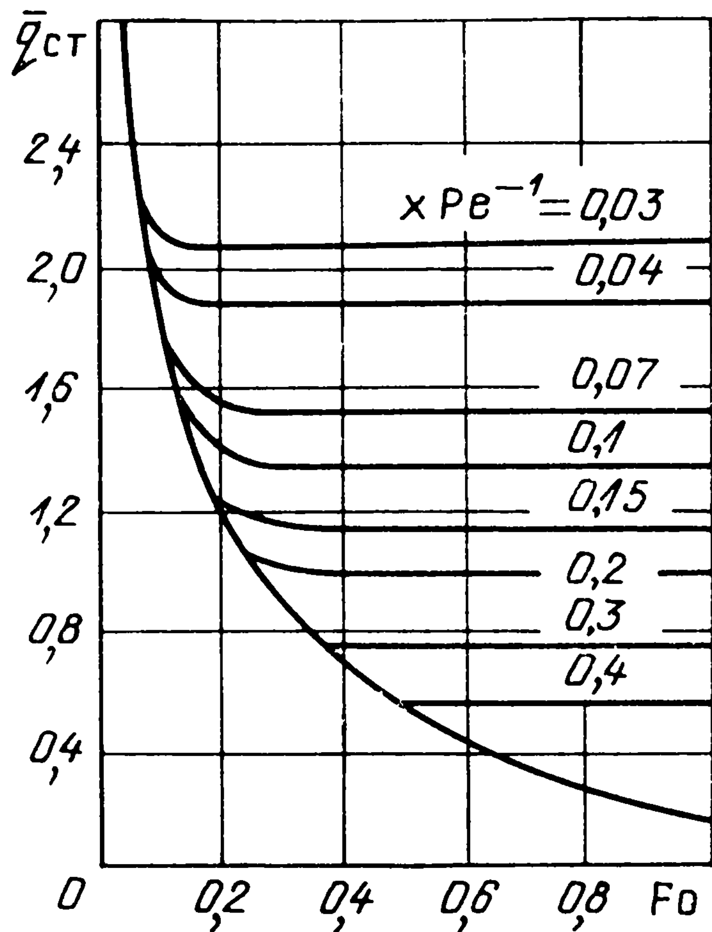


Рис. 13.3. Плотность теплового потока на стенке плоского канала при внезапном изменении ее температуры

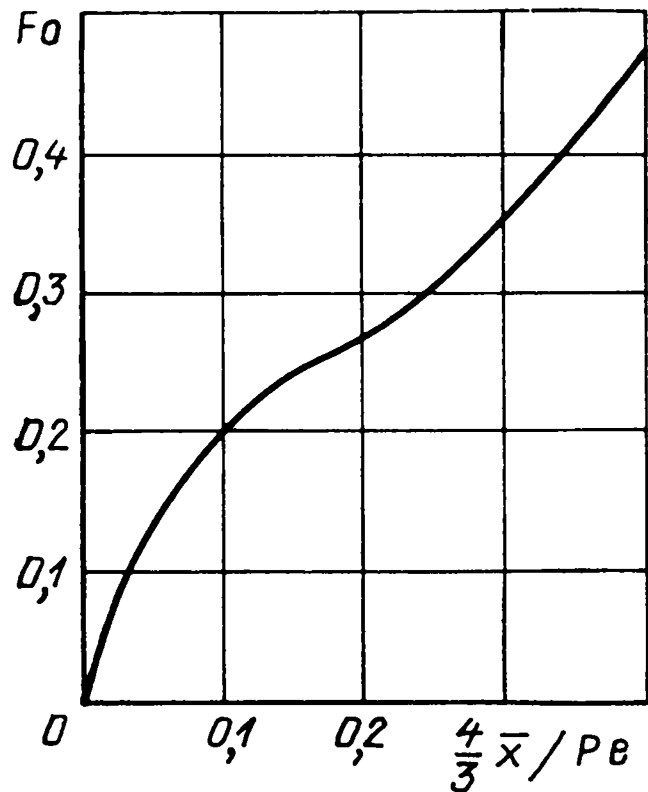


Рис. 13.4. Время установления теплового потока $\bar{q}_{ст}=1{,}05\bar{q}_{ст,\infty}$

На рис. 13.2 показана зависимость времени достижения значения теплового потока, отличающегося не более чем на 5 % от установившегося значения потока (при $t \to \infty$), от комплекса $\bar{x}\mathrm{Pe}^{-1}$, найденная с использованием выражения (13.2.2).

Пример. Рассчитать время практического установления стационарного теплообмена при течении в трубе диаметром 5 мм трансформаторного масла ($a=6{,}94\cdot10^{-8}$ м^2/с), воды ($a=1{,}56\cdot10^{-7}$ м^2/с) и воздуха ($a=2{,}5\cdot10^{-5}$ м^2/с) при числе Pe = 1000 на расстоянии от входного сечения $\bar{x}=100$. Значению $\bar{x}\mathrm{Pe}^{-1}=100/1000=0{,}1$ на рис. 13.2 соответствует значение Fo ≈ 0,2. Находим: для трансформаторного масла $t=\mathrm{Fo}R_0^2/a=0{,}2\cdot(2{,}5\cdot10^{-3})^2/(6{,}94\cdot10^{-8})=18$ с; для воды $t=8$ с; для воздуха $t=0{,}05$ с.

Для течения *в плоском канале* результаты расчетов приведены на рис. 13.3—13.6.

Таблица 13.1. Значения числа Nu для круглой трубы при линейном изменении во времени температуры стенки ($t=0$, $q=0$)

Fo	Nu при $\bar{x}\mathrm{Pe}^{-1}$			Fo	Nu при $\bar{x}\mathrm{Pe}^{-1}$		
	0,5	1	2		0,5	1	2
0,005	31,56	31,56	31,56	5	4,17	5,15	5,97
0,01	22,07	22,07	22,07	10	3,93	4,72	5,93
0,05	10,63	10,63	10,63	50	3,71	3,98	5,67
0,10	8,21	8,21	8,21	100	3,68	3,83	5,42
0,25	6,55	6,55	6,55	500	3,66	3,69	4,54
0,50	6,02	6,11	6,11	1000	3,66	3,67	4,20
0,75	5,62	5,93	6,02	5000	3,66	3,66	3,79
1,0	5,34	5,86	6,01	10 000	3,66	3,66	3,72

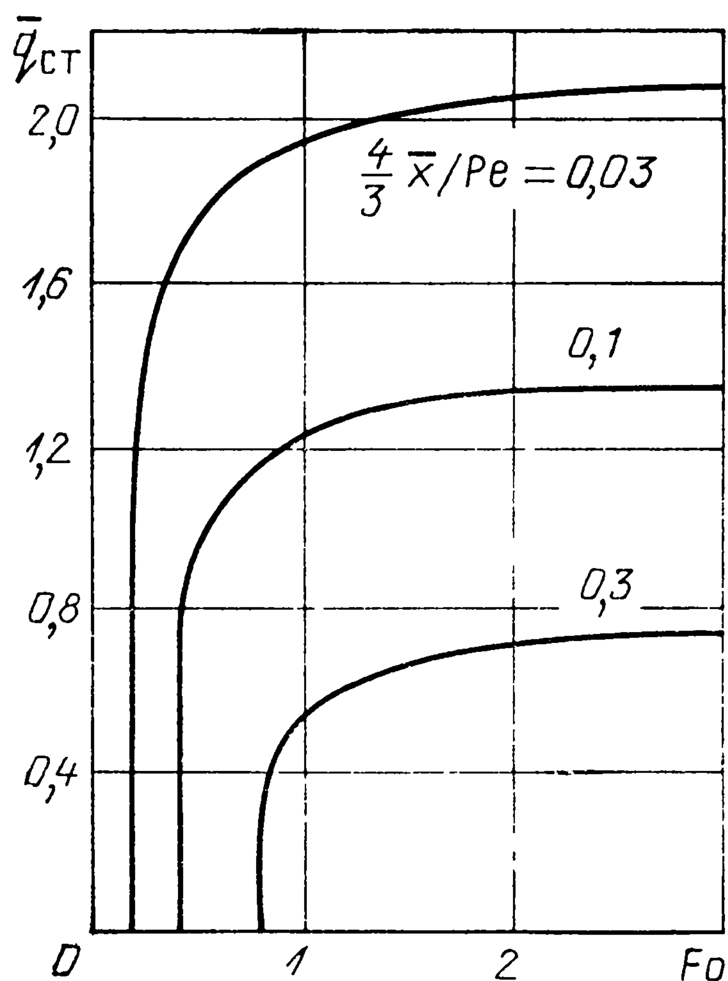


Рис. 13.5. Плотность теплового потока на стенке плоского канала при ступенчатом изменении градиента давления и $T_{ст}$=const (начальная скорость жидкости $U_0=0$, Pr=0,7)

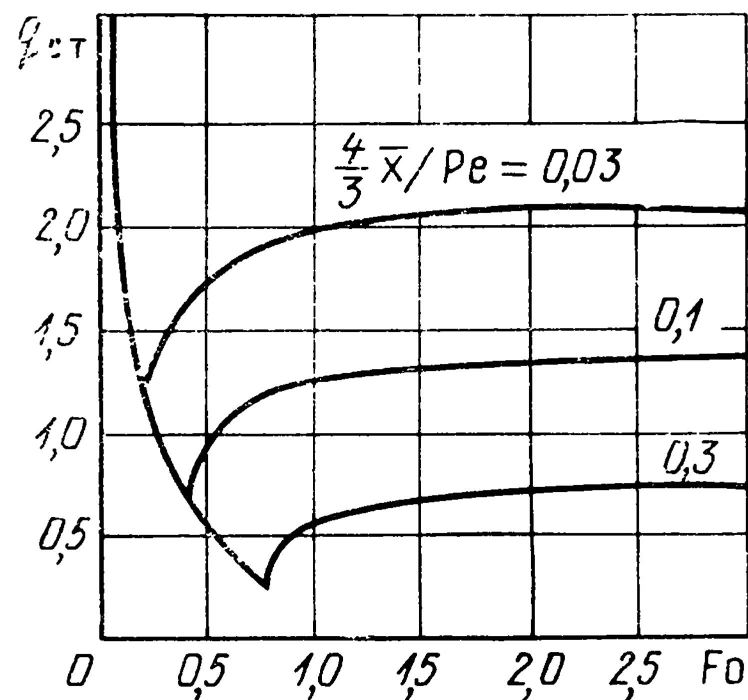


Рис. 13.6. Изменение плотности теплового потока при одновременном ступенчатом изменении градиента давления и температуры стенки плоского канала ($U_0=0$, Pr=0,7)

При линейном изменении температуры стенки круглой трубы во времени и при условии, что в исходном состоянии теплообмен отсутствует, возникает нестационарный процесс.

Расчеты коэффициента теплоотдачи (табл. 13.1) показывают, что в начальный момент $\mathrm{Nu} \to \infty$, в период $0 < \mathrm{Fo} < 1$ интенсивность теплообмена быстро убывает до $\mathrm{Nu} \approx 6$; можно считать, что при $\frac{5}{6}\bar{x}\,\mathrm{Pe}^{-1} > \mathrm{Fo} > \frac{1}{2}\bar{x}\,\mathrm{Pe}^{-1}$ число $\mathrm{Nu} \approx 6$, при $\mathrm{Fo} = \frac{1}{2}\bar{x}\,\mathrm{Pe}^{-1}$ к рассматриваемому сечению трубы подходит жидкость, находящаяся при $t = 0$ во входном сечении ($x = 0$); в области $\mathrm{Fo} > \frac{1}{2}\bar{x}\,\mathrm{Pe}^{-1}$ число Нуссельта убывает и стремится к стационарному значению 3,66. Подробнее см. [5.4].

Пограничный слой на пластине с температурой, меняющейся во времени — $T_{ст}(t)$, по Сперроу и Грэггу, при несильных возмущениях и числе Pr, близком к единице, характеризуется следующим изменением коэффициента теплоотдачи:

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = 1 + 2{,}4\frac{\partial \overline{\Delta T}}{\partial\,\mathrm{Ho}} + 0{,}8\frac{\partial^2 \overline{\Delta T}}{\partial\,\mathrm{Ho}^2} + \ldots, \qquad (13.2.4)$$

где $\overline{\Delta T} = (T(x,\ t) - T_0)/(T_{ст}(t) - T_0)$; $\mathrm{Ho} = Ut/x$; x — расстояние от передней кромки пластины ($x=0$, $\delta=0$); α_0 — значение коэффициента теплоотдачи при стационарном теплообмене по формуле (6.4.2).

Свободная конвекция при мгновенном изменении температуры на вертикальной пластине от T_0 до $T_{ст}$ характеризуется по расчетам Сигеля (Siegel) следующими величинами:

временем завершения стадии чистой теплопроводности

$$t_1 \approx 1{,}8(1{,}5+\mathrm{Pr})^{1/2}(g\beta\Delta T/x)^{-1/2}; \qquad (13.2.5)$$

временем достижения практически стационарного состояния

$$t_2 \approx 5{,}2(0{,}95+\mathrm{Pr})^{1/2}(g\beta\Delta T/x)^{-1/2}; \qquad (13.2.6)$$

коэффициентом теплоотдачи в режиме теплопроводности

$$T_{ст}=\mathrm{const}, \quad \alpha_1=\lambda \mathrm{Pr}^{1/2}(\pi t\nu)^{-1/2}. \qquad (13.2.7)$$

Коэффициент теплоотдачи в режиме нестационарной конвекции зависит от вида функции $T_{ст}(t)$.

При экспоненциально возрастающей температуре стенки

$$\overline{\Delta T}=\exp(mt), \quad \alpha_2=\alpha_1(mt)^{1/2}\{\mathrm{erf}\,(mt)^{1/2}+(\pi mt)^{-1/2}\exp(-m^2t^2)\}. \qquad (13.2.8)$$

13.3. ОСЦИЛЛИРУЮЩИЕ ТЕЧЕНИЯ

Теплоотдача к цилиндру в неограниченной непроточной среде с акустическими возмущениями определяется формулой В. Е. Накорякова

$$\left.\begin{aligned} u' = A\sin 2\pi ft; \quad A(2\pi f)^{-1} \ll R; \quad \mathrm{Pr}\approx 1; \\ \mathrm{Nu}_x = 1{,}38A(2\pi fa)^{-1/2}\cos\bar{x}; \end{aligned}\right\} \qquad (13.3.1)$$

$$\langle \mathrm{Nu}\rangle = 0{,}88A(2\pi fa)^{-1,2};$$

для сферы

$$\langle \mathrm{Nu}\rangle = 0{,}95A(2\pi fa)^{-1/2}. \qquad (13.3.2)$$

Здесь в качестве характерного размера в Nu_x, $\langle \mathrm{Nu}\rangle$ и $\bar{x}$ принят радиус R цилиндра (сферы); A — амплитуда; f — частота колебаний; a — коэффициент температуропроводности.

Для сферы в среде с $\mathrm{Pr}\gg 1$

$$\langle \mathrm{Nu}\rangle = 0{,}416(RA^2)^{1/3}(2\pi f\nu)^{-1/6}a^{-1/3}, \qquad (13.3.3)$$

где ν — кинематическая вязкость.

Для вертикальной пластины, совершающей колебания с заданной скоростью, в условиях свободной тепловой конвекции, которой соответствует число $\mathrm{Ra}=g\beta\Delta TL^3/(a\nu)$, по данным Дента для диапазонов чисел $\mathrm{Re}=uL/\nu=(1\div 6)\cdot 10^3$ и $\mathrm{Ra}=(1{,}7\div 6)\cdot 10^6$ коэффициент теплоотдачи находится по формуле

$$\langle\alpha\rangle/\langle\alpha_0\rangle = (1+7{,}1\mathrm{Re}^2\mathrm{Ra}^{-1})^{1/4}. \qquad (13.3.4)$$

Для горизонтального диска, совершающего поперечные колебания, по данным Шарма и Шухатме

$$\langle \mathrm{Nu}\rangle \mathrm{Ra}^{-1/4} = 0{,}086(f/\nu)^{1/4}(AL)^{1/8}. \qquad (13.3.5)$$

Подробнее см. [1.6, 13.4].

13.4. ТУРБУЛЕНТНЫЕ ТЕЧЕНИЯ

Масштабом времени диссипативного рассеяния энергии турбулентного движения вследствие молекулярной вязкости является величина $t^*_{м}=\nu/v^{*2}$, а масштабом времени релаксации собственно турбулентных переносов величина $t^*_{т}=l/v^*$, где l — длина пути смешения.

Пример. Оценить времена релаксации турбулентных возмущений при течении в трубе диаметром 20 мм воды и воздуха при нормальной температуре (примерно 290 К) и постоянном числе $\mathrm{Re}=10^4$. Примем для воды значение $\nu=1{,}1\cdot10^{-6}$ м^2/с, для воздуха $\nu=1{,}5\cdot10^{-5}$ м^2/с. По формуле (7.1.3) $\zeta=0{,}316\mathrm{Re}^{-1/4}=0{,}0316$; скорость течения воды $U=10^4\cdot1{,}1\cdot10^{-6}/0{,}02=0{,}55$ м/с, для воздуха $U=10^4\cdot1{,}5\cdot10^{-5}/0{,}02=7{,}5$ м/с; динамические скорости для воды $v^*_{ст}=0{,}55\sqrt{0{,}0316/2}=0{,}069$ м/с, для воздуха $v^*_{ст}=7{,}5\sqrt{0{,}0316/2}=0{,}94$ м/с. Максимальное возможное значение длины пути смешения по формуле (4.4.2) $l\leqslant0{,}4\cdot0{,}02/2=4\cdot10^{-3}$ м. Соответствующие времена имеют значения:

для воды $t^*_{м}=1{,}1\cdot10^{-6}/0{,}069^2=2{,}31\cdot10^{-4}$ с; $t^*_{т}=4\cdot10^{-3}/0{,}069=0{,}058$ с;

для воздуха $t^*_{м}=1{,}5\cdot10^{-5}/0{,}94^2=1{,}68\cdot10^{-5}$ с; $t^*_{т}=4\cdot10^{-3}/0{,}94=4{,}25\times10^{-3}$ с.

Из этих оценок видно, что для многих турбулентных течений квазистационарное приближение в решении интегральных задач является практически приемлемым. В таком приближении можно пользоваться формулами для нестационарной ламинарной конвекции, вводя в них эффективный коэффициент турбулентной теплопроводности $\lambda_т\approx\varkappa\,\langle y\rangle\,c_p\rho U$, а также проводить расчеты течений (например, в трубе), полагая значения числа Nu и коэффициента трения c_f соответствующими мгновенным значениям Re и Pr в данном поперечном сечении потока. Некоторые результаты численных расчетов нестационарного турбулентного теплообмена при течении в трубах жидкости с постоянными физическими свойствами показаны на рис. 13.7. Здесь приня-

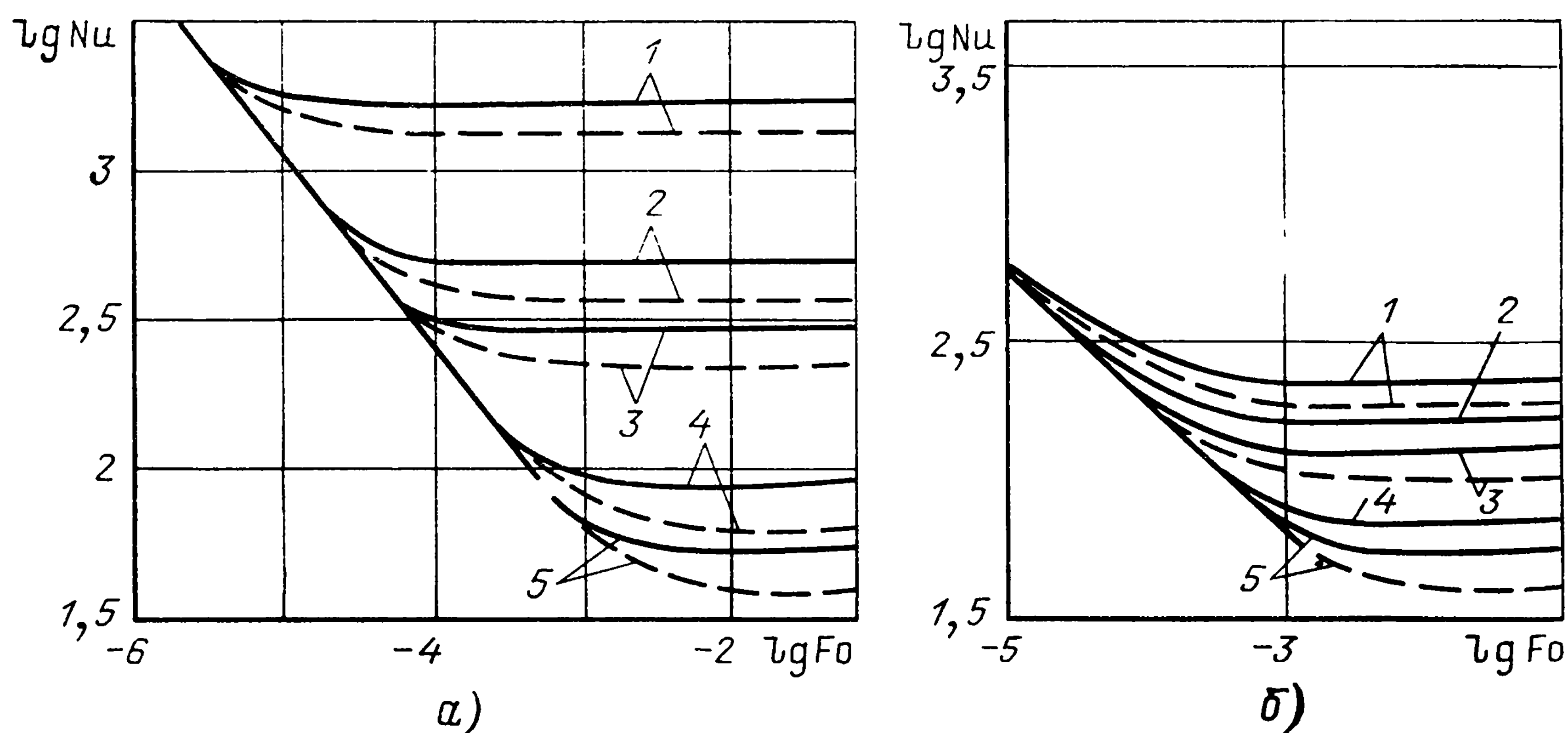


Рис. 13.7. Влияние чисел Re и Pr на нестационарный теплообмен:
а — Pr=1; *1* — Re=10^6; *2* — 2·10^5; *3* — 10^5; *4* — 2·10^4; *5* — 10^4; *б* — Re=10^4; *1* — Pr=50; *2* — 20, *3* — 10, *4* — 2, *5* — 1, штриховые линии — Fo=z; сплошные линии: *а*—x=1,28; *б*—x=6

ты следующие обозначения: $Fo = at/R^2$; $\bar{z} = 4\bar{x}Pe^{-1}$; $Pe = u_{макс}D/a$; $Re = UD/\nu$; $\bar{x} = x/D$; $D = 2R$ — внутренний диаметр трубы.

При обтекании одиночных сфер, по экспериментальным данным Кацнельсона — Тимофеевой,

$$Pr \gg 1, \quad \alpha/\alpha_0 = 1 + 5{,}6Pr^{1/2}Ho^{-1}, \tag{13.4.1}$$

где α_0 определяется из формулы (9.1.4).

Пульсации скоростей и температур в турбулентном потоке вызывают переменность (нестационарность) актуального теплообмена с обтекаемым телом и пульсации температуры в его поверхностном слое. Мерой такого взаимодействия может выступать комплекс

$$\overline{c\lambda\rho} = (c\lambda\rho)_1/(c\lambda\rho)_2,$$

где индекс «1» означает текучую среду, а индекс «2» — обтекаемое ею твердое тело.

13.5. КИПЕНИЕ

Возникновение и развитие пузырькового кипения в нестационарном процессе зависят от характера изменения теплового потока или температуры поверхности нагрева. Типичным примером теплообмена при нестационарном кипении является закалка металлических изделий в жидкости. На рис. 13.8 показан пример «характеристической кривой» теплообмена металлического тела в закалочной среде, а на рис. 13.9 — ее интерпретация в терминах квазистационарного процесса. При резких изменениях q и ΔT квазистационарные количественные оценки оказываются неприемлемыми. В качестве иллюстрации на рис. 13.10 приведены экспериментальные данные Сакурои и Сиоцу по теплоотдаче при кипении воды на платиновой проволочке с набросом тепловыделения по экспоненциальному закону $Q = Q_0 e^{t/t_0}$.

По экспериментальным данным В. М. Боришанского и Б. С. Фокина при внезапном увеличении теплового потока при кипении на поверхности нагрева в большом объеме свободно конвектирующей жидкости критический тепловой

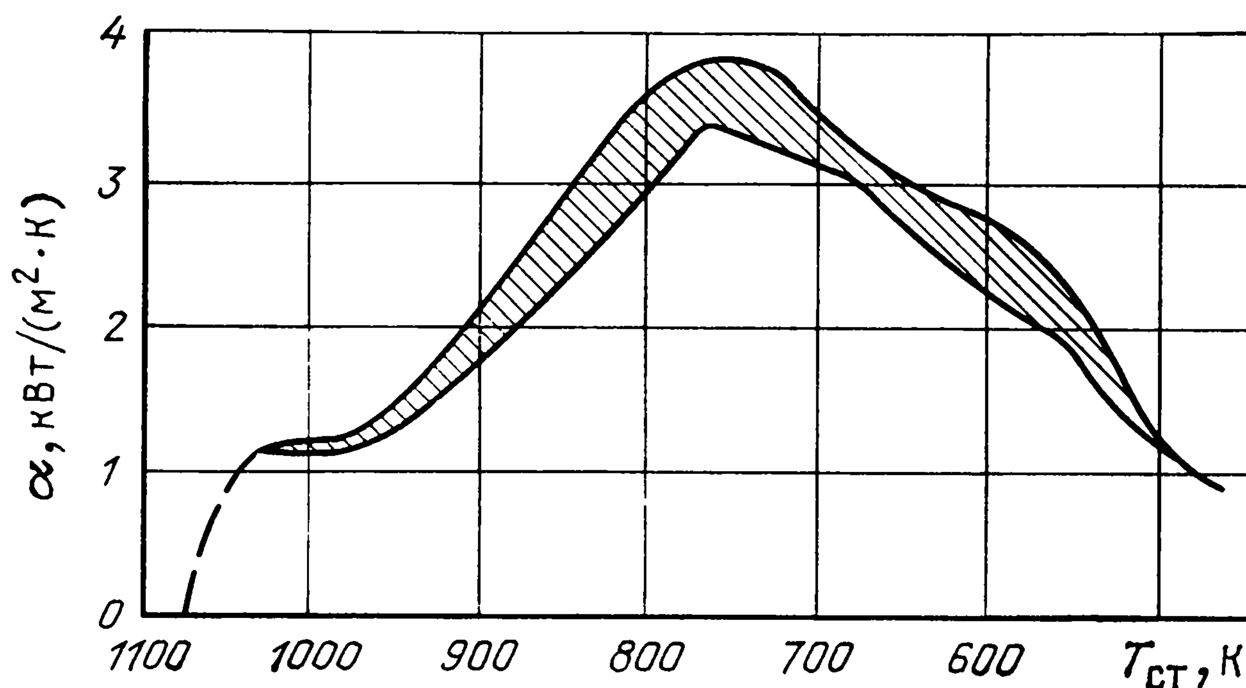


Рис. 13.8. Коэффициент теплоотдачи к льняному маслу в зависимости от температуры охлаждаемой поверхности

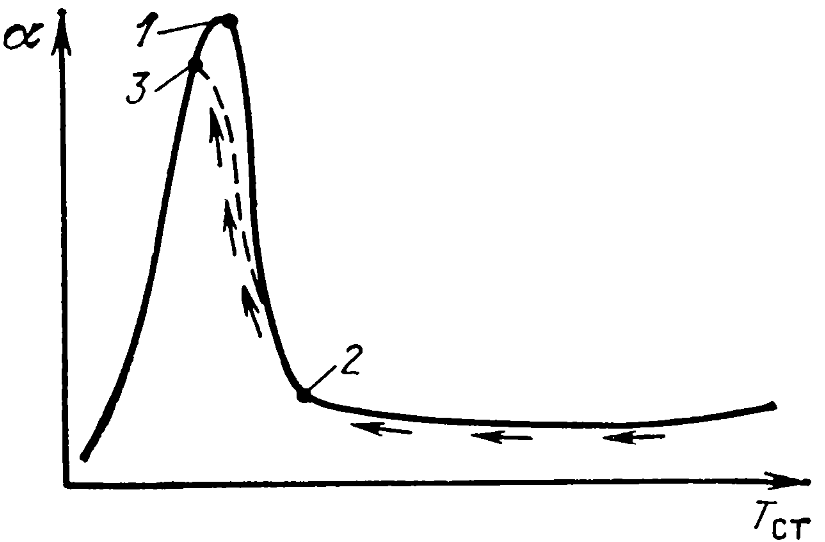
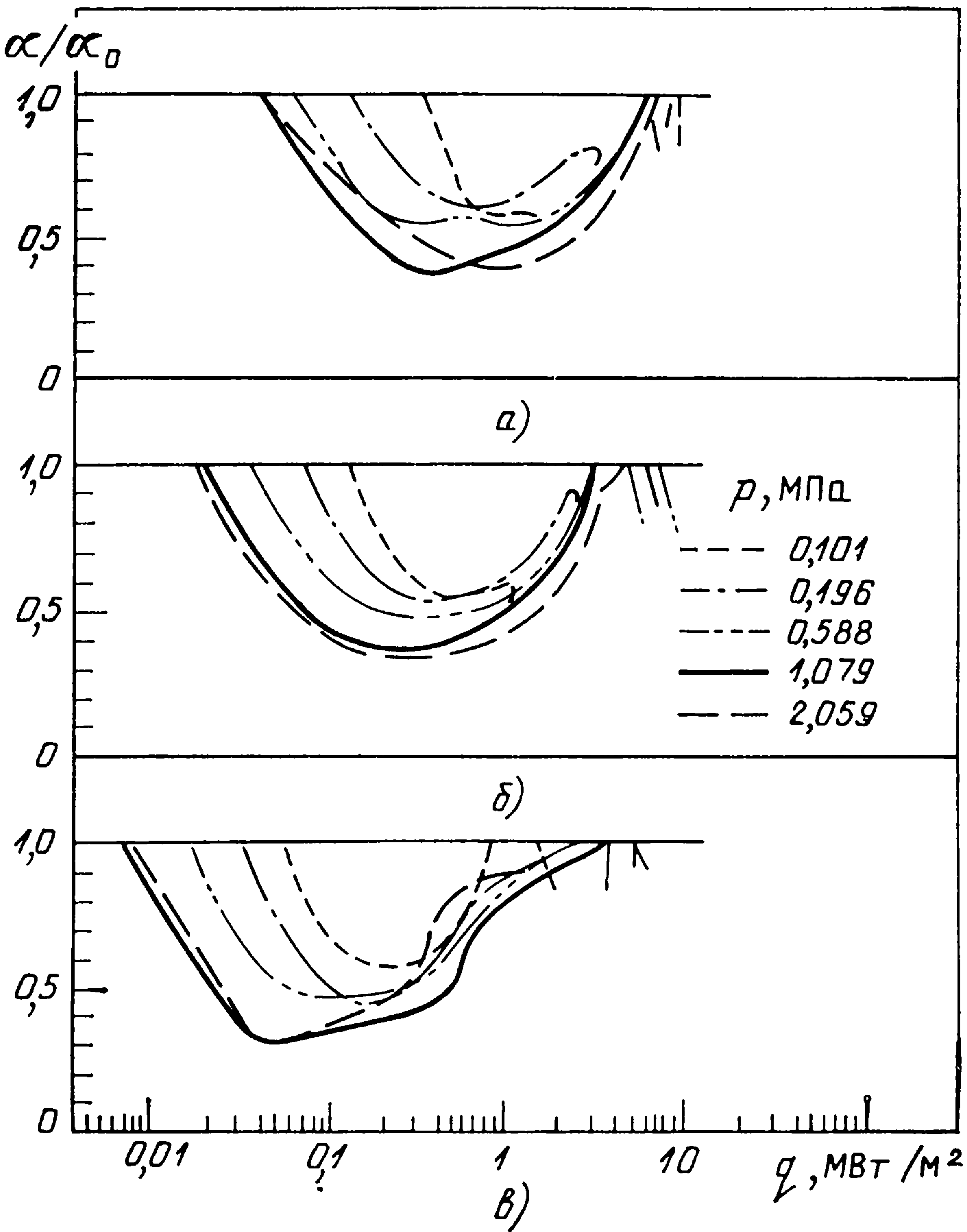


Рис. 13.9. Характеристическая кривая закалочной жидкости:

1, 2 — первая и вторая характеристические точки; *3* — выход характеристической кривой на кривую нормального пузырькового кипения



→

Рис. 13.10. Зависимость коэффициента теплоотдачи при нестационарном кипении от плотности теплового потока при различных давлениях:

а — $t_0=9$ мс; *б* — $t_0=20$ мс; *в* — $t_0=100$ мс (α_0 — коэффициент теплоотдачи при стационарном кипении)

поток существенно отклоняется от значения $q_{\text{кр}1}$ в стационарном режиме, что согласуется с данными других исследователей. Результаты экспериментов с четырьмя жидкостями описываются формулой

$$t=0, \quad q=0; \quad t=+0, \quad \frac{\partial q}{\partial t}\approx\infty:$$

$$q_{\text{кр}}=3{,}5\cdot 10^3 r\rho'' a(g\Delta\rho/\sigma)^{1/2}\left[1+0{,}032\,\frac{c'(T''-T_0')\rho'}{r\rho''}\right]. \quad (13.5.1)$$

Глава четырнадцатая
ТЕПЛОНОСИТЕЛИ С ОСОБЫМИ СВОЙСТВАМИ

14.1. РАЗРЕЖЕННЫЕ ГАЗЫ

Эффекты, связанные с молекулярной структурой газа, начинают проявляться при соизмеримости средней длины свободного пробега молекул $\langle l\rangle$ с характерным линейным масштабом течения L. Отношение этих величин называется числом Кнудсена. Для термодинамически равновесных условий

$$\text{Kn}=C\sqrt{\gamma}\,\text{M}/\text{Re}, \quad (14.1.1)$$

где C — коэффициент порядка единицы.

В свободномолекулярном потоке характерным линейным масштабом течения является размер обтекаемого тела, чему соответствует условие

$$\text{Re}\ll\text{M}. \quad (14.1.2)$$

В сплошном (точнее, квазисплошном) *потоке* характерным линейным размером является расчетная толщина пограничного слоя, которая при ламинарном обтекании обратно пропорциональна $\sqrt{\text{Re}}$. Таким образом, условием сплошности является

$$\text{Re}\gg\text{M}^2. \quad (14.1.3)$$

На рис. 14.1 приведены границы основных типов газовых потоков.

Коэффициент термической аккомодации характеризует полноту энергообмена молекул газа с поверхностью

$$\bar{e}=(e_{\text{п}}-e_{\text{о}})/(e_{\text{п}}-e_{\text{ст}}), \quad (14.1.4)$$

где $e_{\text{п}}$, $e_{\text{о}}$ — потоки энергии молекул, соударяющихся с поверхностью и отраженных от нее; $e_{\text{ст}}$ — поток энергии молекул, отраженных от поверхности с температурой, приобретенной в результате полного энергообмена, т. е. с температурой стенки.

Тепловой поток при взаимодействии свободномолекулярного потока газа с поверхностью под углом θ

$$q_{\text{с.м}}=\frac{\bar{e}p_0^{3/2}}{\sqrt{2\pi\rho_0}}\left\{\left(\frac{\gamma}{2}\text{M}^2+\frac{\gamma}{\gamma-1}-\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\,\frac{T_{\text{ст}}}{2T_0}\right)\times\right.$$

$$\times\left[\exp\left(-\frac{\gamma}{2}\text{M}^2\sin^2\theta\right)+\sqrt{\frac{\pi\gamma}{2}}\,\text{M}\sin\theta\left(1+\text{erf}\left(\sqrt{\frac{\gamma}{2}}\,\text{M}\sin\theta\right)\right)\right]-$$

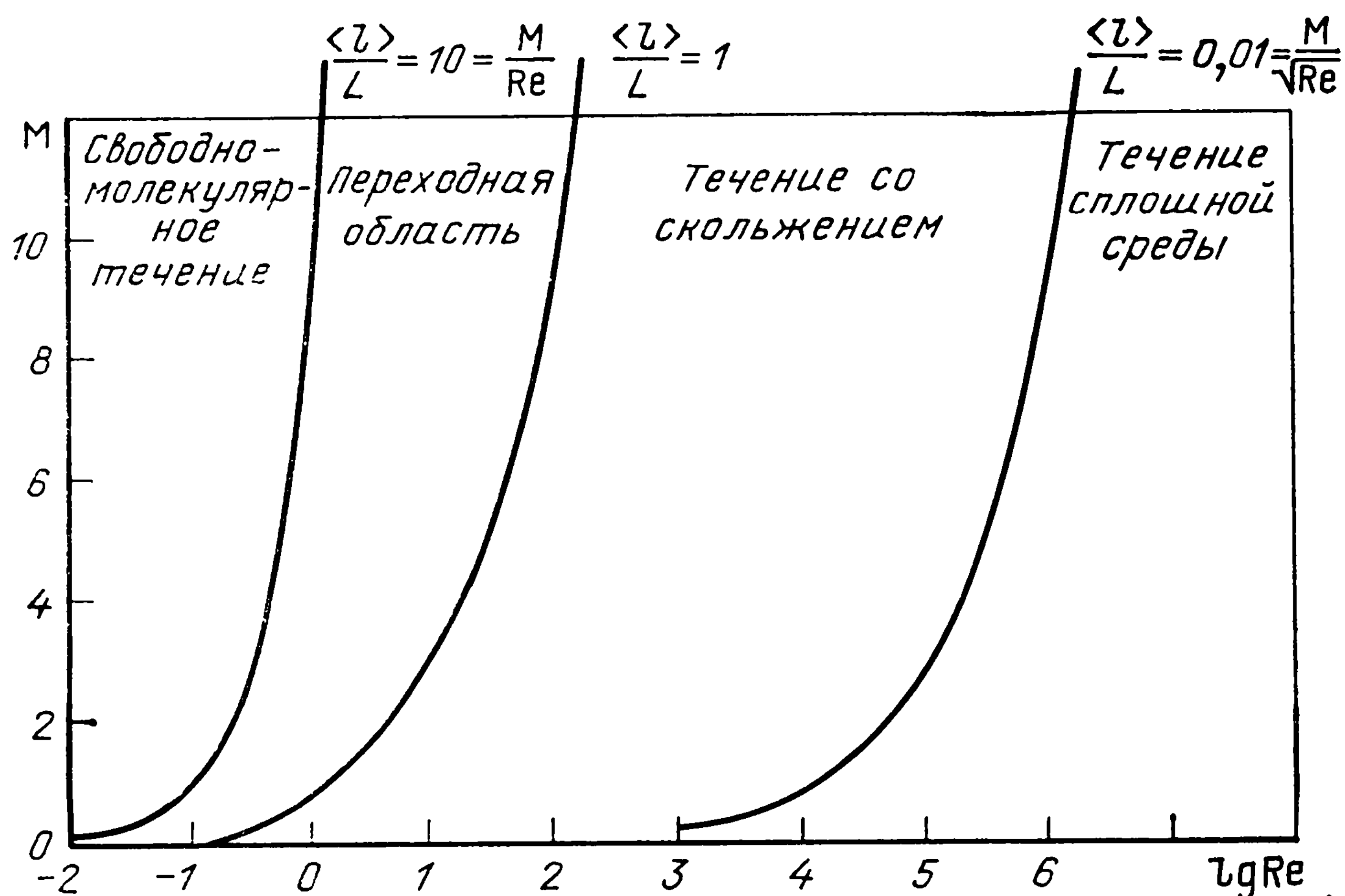


Рис. 14.1. Основные режимы течений газов малой плотности

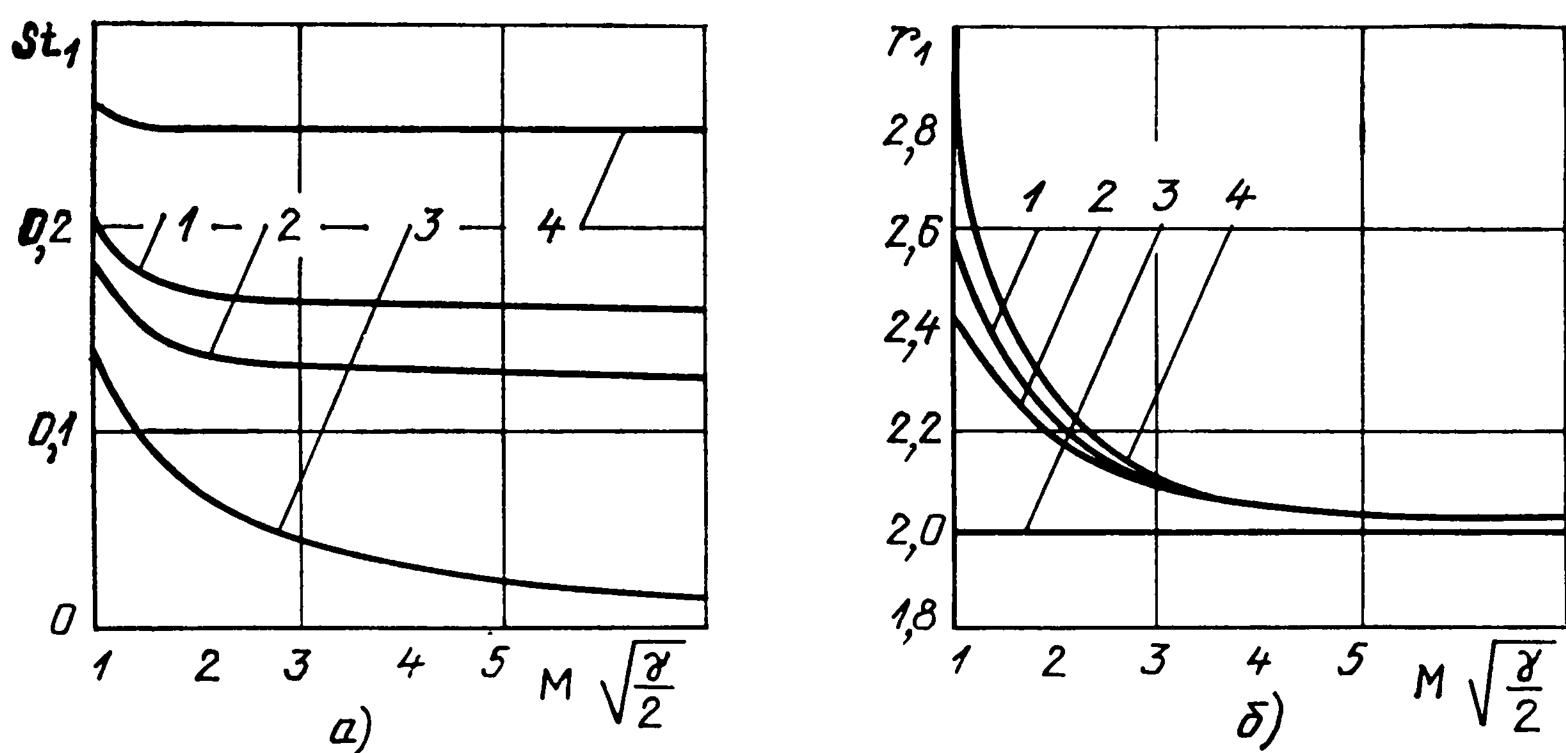


Рис. 14.2. Теплообмен при обтекании свободно-молекулярным потоком цилиндра (*1*), перпендикулярного потоку, сферы (*2*) и пластины $\theta=0$ (*3*) и $\theta=\pi/2$ (*4*)

$$-\frac{1}{2}\exp\left(-\frac{\gamma}{2}M^2\sin^2\theta\right)\Bigg\}. \qquad (14.1.5)$$

При $M\gg 1$

$$q_{\text{с.м}} \approx \frac{\bar{e}}{2}\rho_0 U^3\left(1-\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\,\frac{T_{\text{ст}}}{2T_0}\right)\sin\theta. \qquad (14.1.6)$$

Адиабатная температура ($q_{\text{с м}}=0$) стенки, параллельной потоку, при $M\gg 1$

$$T^*_{\text{ст}} \approx \frac{2\gamma}{\gamma+1}\,T^*_0, \qquad (14.1.7)$$

где T^*_0 — температура торможения потока.

На рис. 14.2 приведены зависимости числа $St_1 = \frac{1}{\bar{e}} \frac{\gamma}{\gamma+1} \frac{q_{с.м}}{(T^*_{ст} - T_{ст}) c_p \rho_0 u}$ (рис. 14.2, *а*) и коэффициента восстановления $r_1 = \frac{\gamma+1}{\gamma} r$ (рис. 14.2, *б*) от произведения $M\sqrt{\gamma/2}$ при обтекании свободномолекулярным потоком газа, сферы, цилиндра и пластины, рассчитанные Оппенгеймом. Данные свидетельствуют о сильном влиянии формы тела на теплообмен.

Для выпуклого тела, помещенного в неограниченный объем неподвижного разреженного газа ($M=0$),

$$q_{с.м} = \bar{e} \rho c_V \frac{\gamma+1}{2} \sqrt{R_0 T / 2\pi} \, (T_0 - T_{ст}). \qquad (14.1.8)$$

Поток теплоты между двумя неподвижными плоскопараллельными пластинами неограниченных размеров

$$q_{с.м} = \frac{A\sqrt{R_0 T_1 T_2}}{\sqrt{T_1} + \sqrt{T_2}} \rho c_V \frac{\gamma+1}{2} (T_1 - T_2), \qquad (14.1.9)$$

где $A = \left[\sqrt{2\pi}\left(\frac{1}{\bar{e}_1} + \frac{1}{\bar{e}_2} - 1\right)\right]^{-1}$; T_1, T_2 — температуры пластин.

В пристенном слое газа на толщине, равной средней длине свободного пробега молекул $\langle l \rangle$, в терминах сплошной среды можно определить скачки скорости и температуры:

$$\Delta U \approx \frac{2-\sigma}{\sigma} \langle l \rangle \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{ст} + \frac{3}{4} \langle l \rangle \sqrt{\frac{2R_0}{\pi T}} \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{ст}, \qquad (14.1.10)$$

где $\sigma = (\langle U_п \rangle - \langle U_о \rangle) / \langle U_п \rangle$ — коэффициент аккомодации импульса; $\langle U_п \rangle$ — осредненное значение тангенциальной скорости падающей молекулы; $\langle U_о \rangle$ — то же отраженной;

$$\Delta T_{ст} \approx 2 \frac{2-\bar{e}}{\bar{e}} \frac{\gamma}{\gamma+1} \frac{\langle l \rangle}{Pr} \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{ст}. \qquad (14.1.11)$$

Эти скачки могут быть введены в качестве граничных условий для уравнений Навье — Стокса тогда, когда рассматривается течение, промежуточное между свободномолекулярным и квазисплошным.

Границы течений газа при свободной термогравитационной конвекции были приведены на рис. 10.2. Влияние разреженности на теплообмен при свободной конвекции в случае обтекания горизонтального цилиндра, по данным А. К. Реброва, выражается зависимостью

$$Nu^{-1} - Nu_0^{-1} \approx 3{,}5 \, Kn, \qquad (14.1.12)$$

где Nu_0 — число Нуссельта при свободной конвекции в плотном газе.

Отдельные вопросы теплообмена в разреженных газах более подробно изложены в [14.3].

14.2. ТЕРМИЧЕСКАЯ ПЛАЗМА

Термической, или низкотемпературной, плазмой называется электрически квазинейтральный и термодинамически квазиравновесный газ при температурах выше температуры начала ионизации. Обычно принимаемый интервал $2 \cdot 10^3 < T < 10^5$ К. Техническими источниками плазмы являются обычно электрические разряды, организуемые в специальных аппаратах. Управление генерацией и выводом плазмы в технологический цикл осуществляется газодинамическими и электромагнитными полями.

Приведем расчетные соотношения для граничных слоев ионизованного газа в канале МГД-генератора. Общее течение плазмы направлено вдоль канала. Внешняя магнитная система создает поперечное течению плазмы магнитное поле с постоянной индукцией B_0. Электрический ток плотностью j снимается с электродных стенок канала. На электродах возникают практически независимые друг от друга пограничные слои газа. При этом магнитоэлектрогазодинамические взаимодействия в пограничных слоях не одинаковы.

В пограничном слое на изоляторной стенке электрический ток меняется от значения j в ядре потока плазмы до нуля на стенке. Напряженность электрического поля в пограничном слое можно считать постоянной, равной E_0 в ядре течения. Плотность выделения джоулевой теплоты при малых значениях магнитного числа Рейнольдса и параметра Холла $q_{Vэ} = -jE$, где E — напряженность электрического поля по нормали к стенке.

В пограничном слое на электродной стенке плотность электрического тока постоянна, а меняется напряженность электрического поля.

Продольный градиент скорости течения плазмы вне пограничного слоя определяется воздействием газодинамического и магнитного давлений

$$y > \delta, \quad \rho_0 U \frac{dU}{dx} = -\frac{dp}{dx} + j_0 B_0. \qquad (14.2.1)$$

Объемная сила, создаваемая магнитным полем в пограничном слое,

$$F_{V\text{м}} = jB_0. \qquad (14.2.2)$$

Газодинамическая кривизна канала (формпараметр f, см. гл. 6)

$$f = \text{Eu} + \text{Eu}_\text{м}\text{Am}, \qquad (14.2.3)$$

где $\text{Eu} = -\dfrac{\delta^{**}}{\rho_0 U^2}\dfrac{dp}{dx}$ — газодинамическое число Эйлера; $\text{Eu}_\text{м} = B_0 H_0/\rho_0 U^2$ — магнитное число Эйлера; $\text{Am} = j_0 \delta^{**}/H_0$ — число Ампера; H_0 — напряженность магнитного поля в ядре течения плазмы.

Интегральное соотношение импульсов имеет в данном случае вид (см. гл. 6)

$$\frac{d\,\text{Re}^{**}}{d\bar{x}} + \text{Re}_L(1 + H)f + \text{Re}^{**}\frac{B_0 j_0 L}{\rho_0 U^2} H_j = \text{Re}_L c_f/2, \qquad (14.2.4)$$

где $H = \delta^*/\delta^{**}$ — гидродинамический параметр вытеснения линий тока; $H_j = \delta_j^*/\delta^{**}$; $\delta_j^* = \int\limits_0^\delta (1 - j/j_0)dy$ — толщина вытеснения линий электрического тока. На электродной стенке МГД-канала $j = j_0$ и $H_j = 0$. В этом случае

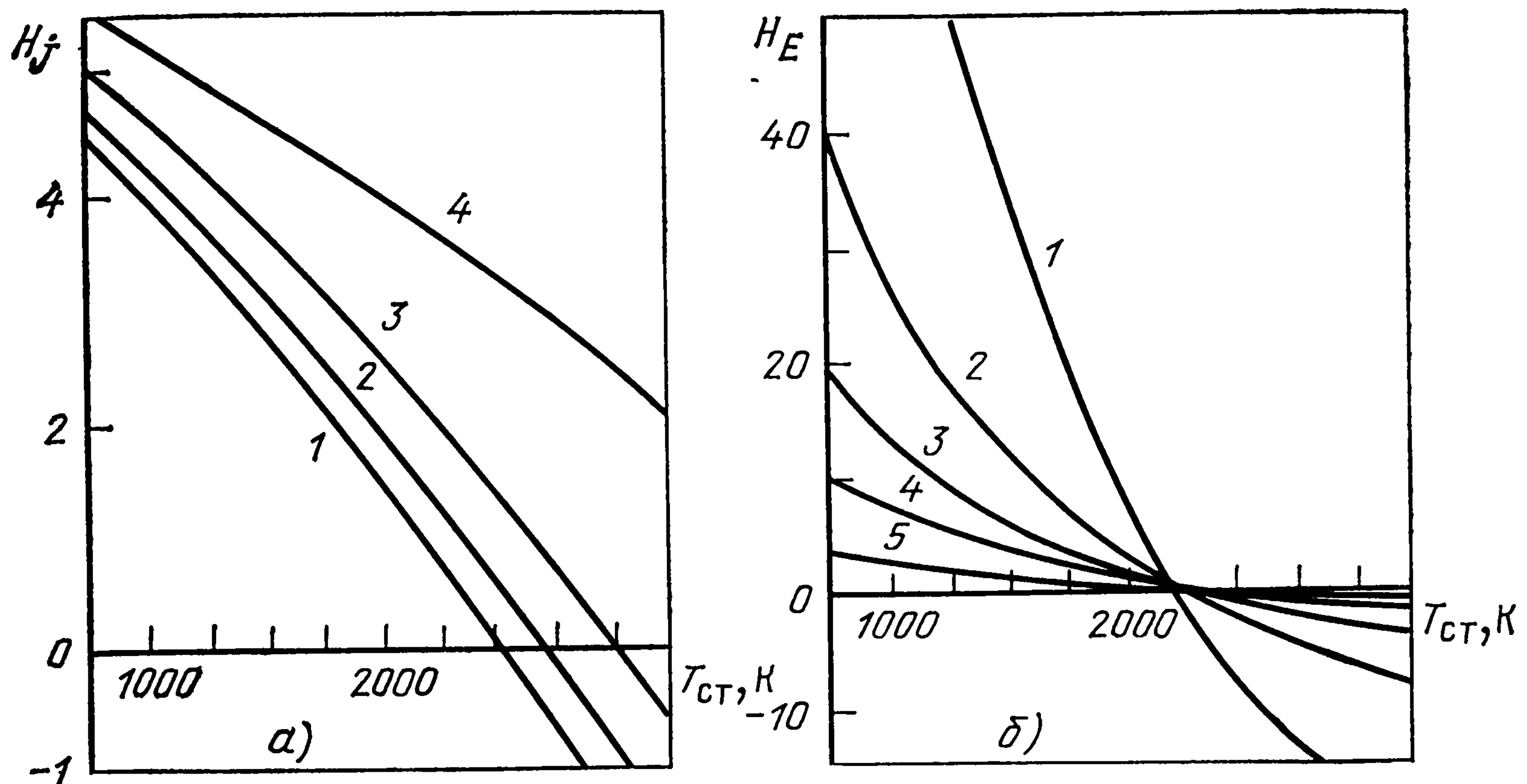


Рис. 14.3. Зависимость электромагнитных формпараметров H_j (*а*) и H_E (*б*) от неизотермичности и коэффициента нагрузки $k = E_0/B_0U_0$:
1 — k=0,1; *2* — 0,3; *3* — 0,5; *4* — 0,7; *5* — 0,9

интегральное соотношение импульсов имеет канонический вид, но параметр f определяется формулой (14.2.3), т. е. с учетом магнитного давления.

Интегральное соотношение энергии также можно записать в канонической форме

$$\frac{d\,\mathrm{Re_т}^{**}}{d\bar{x}} + \mathrm{Re_т}^{**} f_т = \mathrm{Re}_L \,\mathrm{St}, \tag{14.2.5}$$

определяя тепловые параметры по полной энтальпии, а тепловой формпараметр по формуле

$$f_т = \frac{1}{\Delta h_\Sigma}\left[\frac{d\Delta h_\Sigma}{d\bar{x}} + (H_т - H_{т.эм})\frac{dh_0^*}{d\bar{x}}\right]. \tag{14.2.6}$$

Для пограничного слоя:

на изоляторной стенке

$$H_{т.эм} = H_{т\,j} = \frac{1}{\delta_т^{**}}\int_0^{\delta_т}\left(1 - \frac{j}{j_0}\right)dy; \tag{14.2.7}$$

на электродной стенке

$$H_{т.эм} = H_{т\,E} = \frac{1}{\delta_т^{**}}\int_0^{\delta_т}\left(1 - \frac{E}{E_0}\right)dy. \tag{14.2.8}$$

Некоторые данные о H_j и H_E [8.4] приведены на рис. 14.3.

Подробнее о термогазодинамике ионизованного газа см. [5.1, 5.3, 14.2].

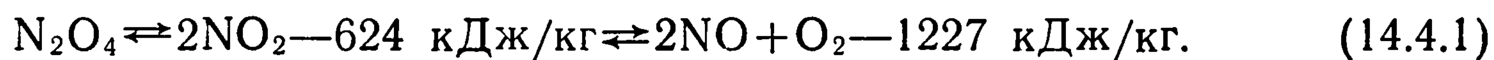
14.3. ЖИДКИЕ МЕТАЛЛЫ

Эти теплоносители отличаются высокой электрической проводимостью и теплопроводностью. Первая из этих особенностей приводит к сильному взаимодействию жидкометаллических теплоносителей с электрическими и магнитными полями. Вследствие высокой теплопроводности жидкие металлы образуют особый класс теплоносителей с числом $\mathrm{Pr} \ll 1$. Основным динамическим числом подобия для жидкометаллических теплоносителей и в ламинарном, и турбулентном режимах течения является число Пекле, а не число Рейнольдса, которое, так же как и для других ньютоновских жидкостей, определяет гидродинамическое сопротивление.

Основные закономерности теплопереноса жидкометаллическими теплоносителями рассмотрены в предыдущих главах, посвященных конвективному теплообмену. Здесь следует отметить сильное взаимодействие жидких металлов с кислородом, что приводит к выпадению тонких порошков окислов, концентрирующихся, как правило, около обтекаемой поверхности, вследствие чего увеличивается термическое и электрическое контактное сопротивление у поверхности теплообмена. На гидродинамическом сопротивлении этот эффект практически не сказывается. Поэтому теплообменные аппараты должны обязательно снабжаться соответствующими фильтрами и очистителями в контуре циркуляции жидкого металла. Подробнее см. [5.2, 12.4, 12.8, 12.6].

14.4. ХИМИЧЕСКИ РЕАГИРУЮЩИЕ СРЕДЫ

Под этим термином (или, короче, реагирующие среды) подразумеваются энергоносители, претерпевающие в процессе тепломассообмена химические превращения. Следовательно, в широком смысле к таким средам относятся и горючие вещества после воспламенения. В более узком смысле под реагирующими средами подразумеваются теплоносители, обратимо меняющие свой химический состав в разных интервалах параметров термодинамического состояния. Примером является диссоциирующая четырехокись азота, реагирующая по схеме



$$N_2O_4 \rightleftharpoons 2NO_2 - 624\ \text{кДж/кг} \rightleftharpoons 2NO + O_2 - 1227\ \text{кДж/кг}. \qquad (14.4.1)$$

Характерными числами подобия являются $\mathrm{K} = r/\Delta h$ (где r — теплота реакции; Δh — разность удельных энтальпий теплоносителя до и после реакции), а также безразмерные комплексы, включающие в себя скорости соответствующих реакций.

Коэффициент теплоотдачи определяется по отношению плотности теплового потока к разности удельных энтальпий теплоносителя при параметрах состояния $\{p, T_{\text{ст}}\}$,

$$\alpha_{\Delta h} = q_{\text{ст}} / (h_{\text{ст}} - h_0) \qquad (14.4.2)$$

или, как обычно, по разности температур $\Delta T = T_{\text{ст}} - T_0$, где T_0 — среднемассовая температура теплоносителя в канале или вне пограничного слоя при внешнем обтекании. Существует также определение α по разности температуры стенки и температуры начала реакции $T_{\text{р}}$.

Макроскопически состояние реагирующей смеси характеризуется отношением времен диффузионной $t_д$ и химической релаксации $t_х$. Эти времена обратно пропорциональны скоростям диффузии и химической реакции. При $t_д \gg t_х$ реакции успевают происходить в достаточно малых объемах среды, и она находится в *равновесном* (строго говоря, квазиравновесном) состоянии; при $t_д \approx t_х$ среда находится в *неравновесном* состоянии, и необходимо учитывать взаимодействие диффузионных переносов и изменений химического состава компонентов потока. Когда $t_д \ll t_х$, течение можно считать *«замороженным»*.

В квазиравновесном потоке состав смеси в каждой точке определяется только соответствующими температурой и давлением. В «замороженном» потоке (если при этом отсутствуют реакции на поверхности стенки) смесь является химически нейтральной.

Первая стадия реакции (14.4.1) характеризуется высокой скоростью, т. е. малым временем химической релаксации $t_х$ ($p > 10^5$ Па, $295 < T < 460$ К), и поток можно считать равновесным. Во второй стадии реакции ($p \approx 10^5$ Па, $420 < T < 1200$ К) время $t_х$ соизмеримо с временем диффузии, т. е. в общем случае поток неравновесен.

Характерное время диффузии определяется, как обычно, отношением квадрата характерного линейного размера (радиуса трубы, расчетной толщины пограничного слоя) к коэффициенту молекулярной или турбулентной диффузии — в зависимости от режима течения.

При расчете химически реагирующих потоков вводятся также «эффективные» значения физических свойств (c_p, λ), которые вычисляются с учетом тепловых и диффузионных эффектов реакции, сильно зависят от параметров состояния (p, T) и существенно выше «замороженных» свойств. Подробнее см. [14.4].

При гидродинамически стабилизированном *ламинарном течении химически неравновесной смеси* в канале с нереагирующими стенками и равновесном состоянии смеси во входном сечении по Л. В. Мишиной и Г. З. Серебряному [14.4]:

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{Nu}\,\frac{4\sum\limits_{i=0}^{\infty} B_i \exp(-\varepsilon_i^2\eta)}{3\sum\limits_{i=0}^{\infty} B_i \varepsilon_i^{-2}\chi^* \exp(-\varepsilon_i^2\eta)};\\ &\eta = \frac{2\bar{R}}{3\mathrm{Pe}};\quad \chi^* = 1 - \frac{\varkappa}{1+\varkappa}K_i;\quad \varkappa = \frac{r}{c_p\Delta T}\,\frac{C_{ст} - C_0}{2 - C_e}. \end{aligned}\right\} \qquad (14.4.3)$$

Коэффициенты B_i, ε_i, K_i зависят от параметров $\varkappa$ и $\beta^2 = t_д/t_х$, последний характеризует степень неравновесности смеси. Здесь числа Nu и Pe определены по «замороженным» физическим свойствам смеси; $C_{ст}$; C_0; C_e — локальные значения концентрации при параметрах стенки, среднемассовые и эффективные соответственно; $\Delta T = T_{ст} - T_0$; T_0 — температура смеси во входном сечении.

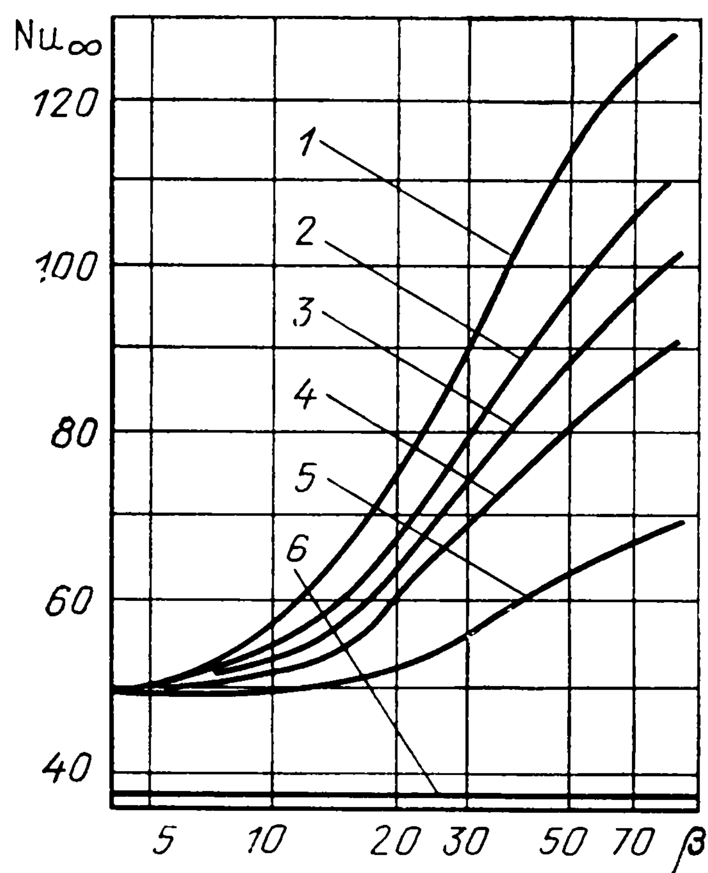


Рис. 14.4. Влияние параметров β и ϰ на число Nu_∞ химически неравновесной смеси:

1 — ϰ=3,5; 2 — 3,1; 3 — 2,5; 4 — 2,1; 5 — 1,5; 6 — Nu_f

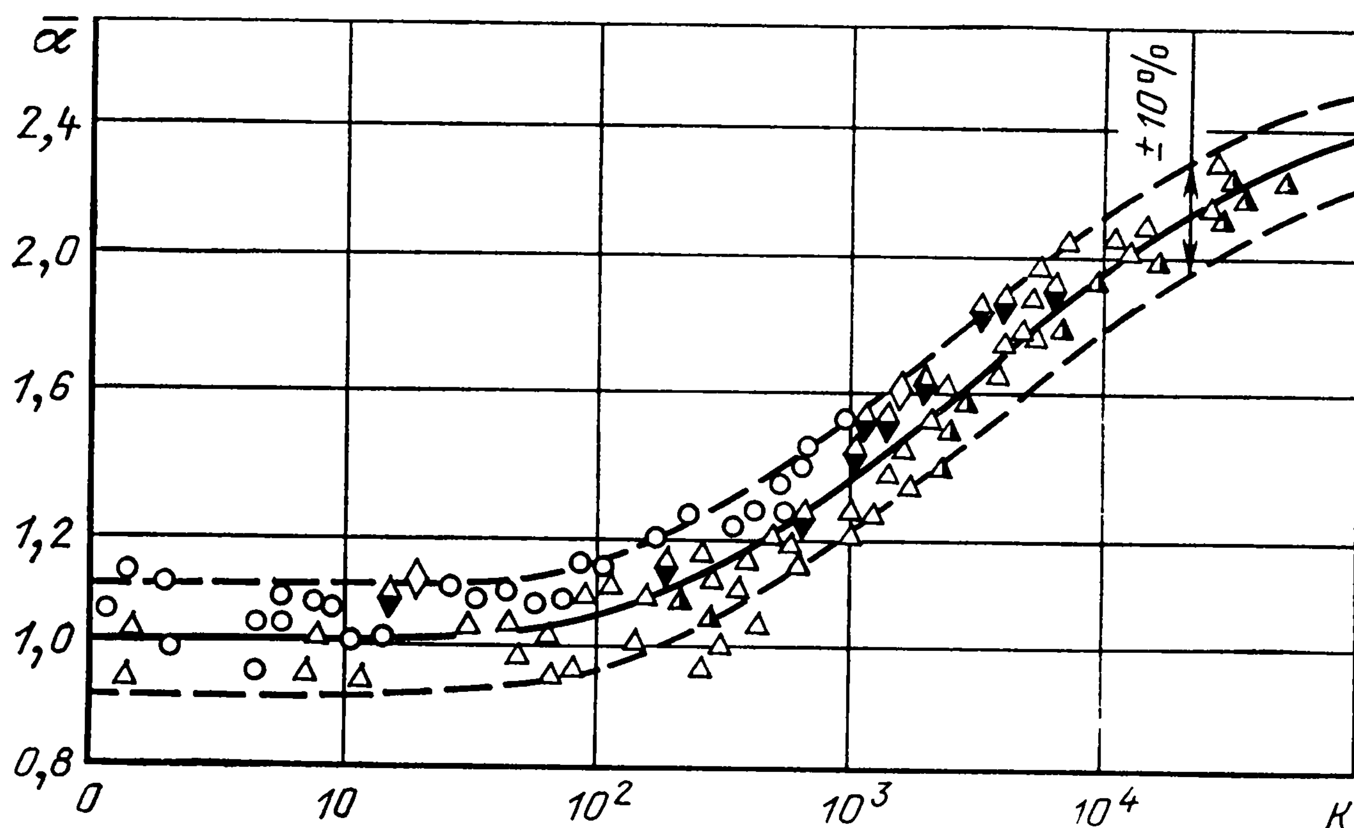


Рис. 14.5. Теплоотдача при нагревании диоксида азота в зависимости от параметра K, учитывающего неравновесность течения

В длинном канале ($\eta \to \infty$) и при $\beta > 2$

$$Nu_\infty = \frac{4}{3}\varepsilon_0^2(1+\varkappa). \qquad (14.4.4)$$

При $\beta \approx \infty$ (равновесное состояние) $\varepsilon_0 \approx 1{,}681$ и число Nu определяется по формулам для химически нейтральных сред.

Характер зависимости Nu_∞ от параметров неравновесности β и ϰ показан на рис. 14.4.

Влияние неравновесности *при турбулентном течении* показано на рис. 14.5 по экспериментальным данным Б. С. Петухова, В. Н. Майданика и Г. А. Новикова [7.5]. На этом графике α представляет отношение коэффициента теплоотдачи неравновесной смеси, определенного по $\Delta T = T_{ст} - T_0$, к коэффициенту теплоотдачи, рассчитанному по «замороженным» физическим свойствам смеси; $K = k_f \rho^2 r x / q_{ст}$, где k_f — константа скорости реакции диссоциации NO_2; r — теплота реакции; x — расстояние от сечения, соответствующего началу реакции ($\langle T \rangle = T_0$), до рассматриваемого сечения.

Как видно, такого рода процессы не имеют однозначных и относительно простых описаний. Для ответственных инженерных расчетов совершенно необходимы конкретные экспериментальные данные. Соответствующие литературные источники по реакции (14.4.1) приведены в [14.4]. Подробнее — также в [14.1].

14.5. РЕОЛОГИЧЕСКИ СЛОЖНЫЕ СРЕДЫ

Текучие среды различаются между собой по характеру зависимости их транспортных характеристик из условий течения. В первую очередь это относится к «кривой течения» — зависимости касательного напряжения τ от скорости сдвига $\dot{\gamma}=\partial u/\partial y$. У ньютоновских жидкостей эта зависимость линейна, у неньютоновских (собственно реологических) — нелинейна.

Существует много моделей сред с нелинейной «кривой течения» [1.7, 14.5]. Ограничимся следующими типами: 1 — жидкости с однозначной, но нелинейной связью между напряжением и скоростью сдвига в данной точке (это среды со структурной вязкостью: псевдопластичные, если $d\varphi/d\tau>0$; дилатантные, если $d\varphi/d\tau<0$); 2 — жидкости с меняющейся во времени связью между напряжением и скоростью сдвига (среды с нестационарным законом текучести — тиксотропные); 3 — жидкости вязкоупругие, т. е. проявляющие частичное упругое восстановление формы после снятия напряжения.

Гетерогенные (дисперсные, газожидкостные и т. п.) потоки с ньютоновскими свойствами носителей в целом ведут себя как неньютоновские среды.

Жидкости со структурной вязкостью имеют зависимость текучести от τ, изображенную на рис. 14.6.

В области $\tau<\tau_0$ текучесть $\varphi=0$ и жидкость проявляет «условную» упругость; в области $\tau_0<\tau<\tau_1$ жидкость имеет практически постоянную текучесть φ_0; в области $\tau_1<\tau<\infty$ текучесть достигает некоторого предельного значения φ_∞. Величина φ_0 называется нулевой текучестью, а τ_1 — пределом устойчивости структуры жидкости; у многих жидкостей $\tau_1\approx 0$.

Обобщенный формальный экспоненциальный закон текучести имеет вид

$$d\varphi_*=\varphi_*^n d\tau_*. \tag{14.5.1}$$

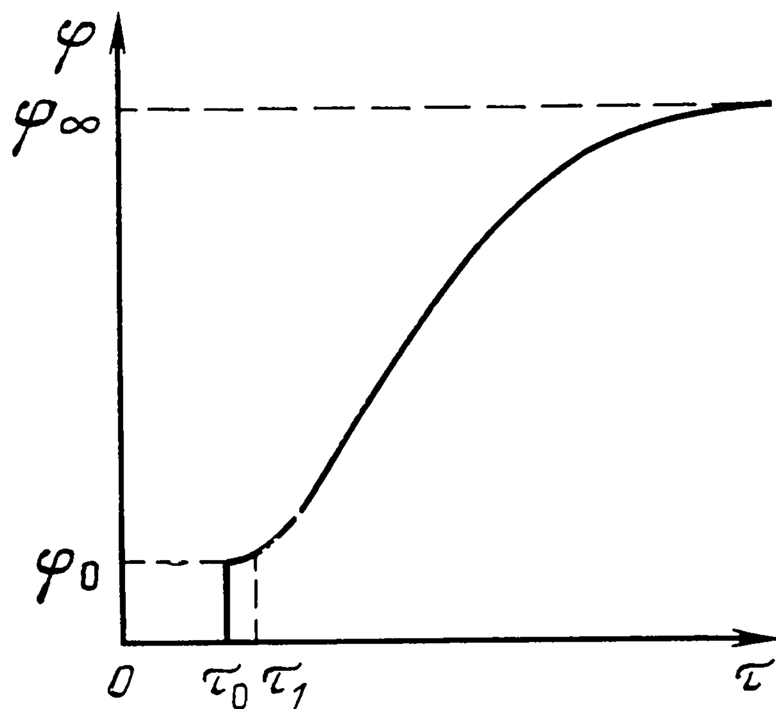


Рис. 14.6. Зависимость текучести от касательного напряжения в модели жидкости со структурной вязкостью

где $\varphi_*=(\varphi_\infty-\varphi)/(\varphi_\infty-\varphi_0)$; $\tau_*=\Theta(\tau-\tau_1)/(\varphi_\infty-\varphi_0)$; Θ — коэффициент, отражающий структурную стабильность жидкости.

В области $\tau_0<\tau<\tau_1$ $\varphi_*=1$;

$$\tau>\tau_1,\ n=1,\ \varphi_*=\exp(-\tau_*);$$

$$\tau>\tau_1,\quad n\neq 1,\quad \varphi_*=[1-\tau_*(1-n)]^{1/(1-n)}.$$

Можно выделить подкласс сред с линейным законом текучести вида

$$\varphi=\varphi_0\pm\Theta(\tau-\tau_1) \tag{14.5.2}$$

(знак минус соответствует дилатантной жидкости). Для таких сред коэффициент гидродинамического сопротивления при ламинарном течении в трубе

$$\zeta=5B^{-1}\left(\sqrt{1+\frac{128B}{5\mathrm{Re}_0}}-1\right), \tag{14.5.3}$$

где $\mathrm{Re}_0=\rho\varphi_0 UD$; $B=\rho U^2\Theta/\varphi_0$.

Теплоотдача в ламинарном режиме

$$\frac{\alpha}{\alpha_0}=\left(\frac{\varphi_0+\tau_{\text{ст}}\Theta}{\varphi_0+4\tau_{\text{ст}}\Theta/5}\right)^{1/3}, \tag{14.5.4}$$

где α_0 — коэффициент теплоотдачи в ньютоновской жидкости при данном значении $\bar{x}\mathrm{Pe}^{-1}$. Здесь коэффициент температуропроводности не зависит от τ.

При турбулентном режиме течения в трубе

$$\zeta=\zeta_0-0{,}11\mathrm{Re}_0^{-0{,}3}(\ln B-2);$$

$$\mathrm{Pr}>100,\ \mathrm{Nu}=0{,}035\mathrm{Re}_0\zeta^{1/2}\mathrm{Pr}_0^{1/4}(1+\zeta B/8)^{3/4}, \tag{14.5.5}$$

где Re_0 и Pr_0 определены по φ_0.

В практических расчетах широко применяется степенная формула Оствальда

$$\tau=A\dot{\gamma}^n, \tag{14.5.6}$$

где A и n подбираются в соответствующих интервалах значений $\dot{\gamma}$ и, вообще говоря, являются неизвестными функциями процесса.

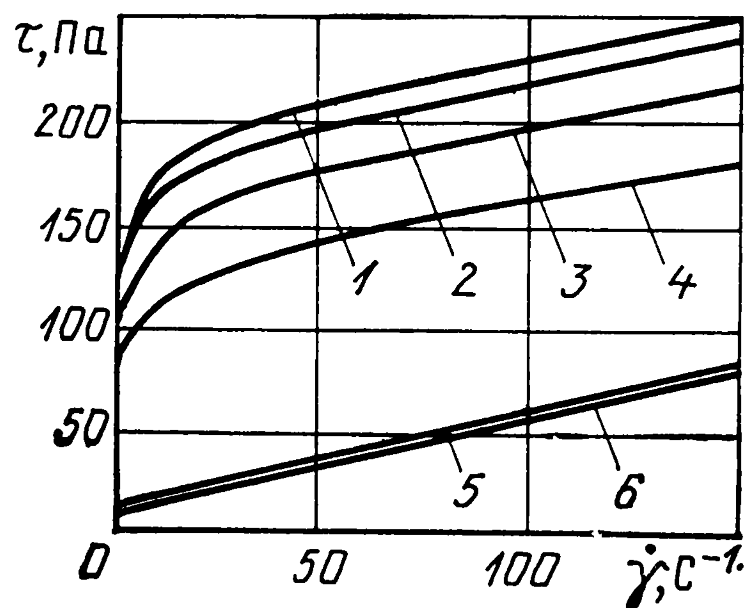
Подробнее см. [14.5, 14.7].

14.6. МАГНИТНЫЕ ЖИДКОСТИ

Магнитные жидкости — это искусственные среды, обладающие магнитными свойствами. Они представляют собой суспензии мелкодисперсных частиц из магнитного материала в жидкости-носителе — воде, керосине, минеральных и кремнийорганических маслах. Для предотвращения коагуляции частицы покрывают слоем поверхностно-активного вещества. Свойства магнитных жидкостей существенно зависят от размера магнитных частиц. Хорошо стабилизированные магнитные жидкости с частицами, имеющими размеры порядка 10^{-8} м, в области умеренных концентраций и скоростей сдвига можно считать ньютоновскими даже в очень сильных полях. Магнитнореологические суспензии с частицами размером порядка 10^{-6} м являются

Рис. 14.7. Зависимость касательных напряжений от скорости сдвига магнитореологической суспензии и напряженности магнитного поля H:

1 — H=44 кА/м; 2 — 40 кА/м; 3 — 33 кА/м; 4 — 26 кА/м; 5 — 12 кА/м; 6 — 0



ньютоновскими, т. е. обладают нелинейной кривой течения, зависящей как от концентрации магнитной фазы, так и от напряженности магнитного поля (рис. 14.7). Эти среды в магнитном поле анизотропны. Воздействием магнитных полей можно управлять не только движением таких сред, но и их физическими характеристиками, вплоть до перехода от текучего состояния к отвердению. Массовые силы в градиентных магнитных полях достаточно велики и могут конкурировать с другими массовыми силами. Подробнее см. [14.6].

14.7. БИОЛОГИЧЕСКИЕ СРЕДЫ

Термогидродинамические биологические среды можно разделить на естественные (например, кровь в живом организме, молоко в технологической переработке и т. п.) и технические, связанные с определенными технологическими стадиями, например, биосинтезом (промышленные производства кормовых дрожжей, бактериальной массы, топливного спирта). Эти среды весьма индивидуализированы и проявляют в той или иной мере неньютоновские реологические свойства.

Тем не менее для течения таких сред без фазовых переходов основные закономерности конвективного теплообмена ньютоновских жидкостей сохраняются, однако множитель пропорциональности в формулах типа

$$\mathrm{Nu}=A\,\mathrm{Pr}^{n}\mathrm{Re}^{m} \qquad (14.7.1)$$

зависит от состава биологического теплоносителя.

По экспериментальным данным Л. В. Зысина и Е. А. Дорфмана поправочный коэффициент $\bar{A}$ к стандартному (для воды) значению $A=0{,}023$ равен: для культуральных жидкостей 1,0; для дрожжевых суспензий 1,15; для водного раствора полиглюкина при концентрации $C=0{,}1$; 0,5; 1,3; 3; 5; 8; 10 % соответственно 0,92; 0,75; 0,83; 0,71; 0,76; 0,74; 0,72.

На рис. 14.8 показана зависимость поправочного коэффициента $\bar{A}$ для ряда теплоносителей микробиологических производств от концентрации абсолютно сухих дрожжей. Некоторые данные по теплоотдаче при развитом кипении биологических сред приведены на рис. 14.9.

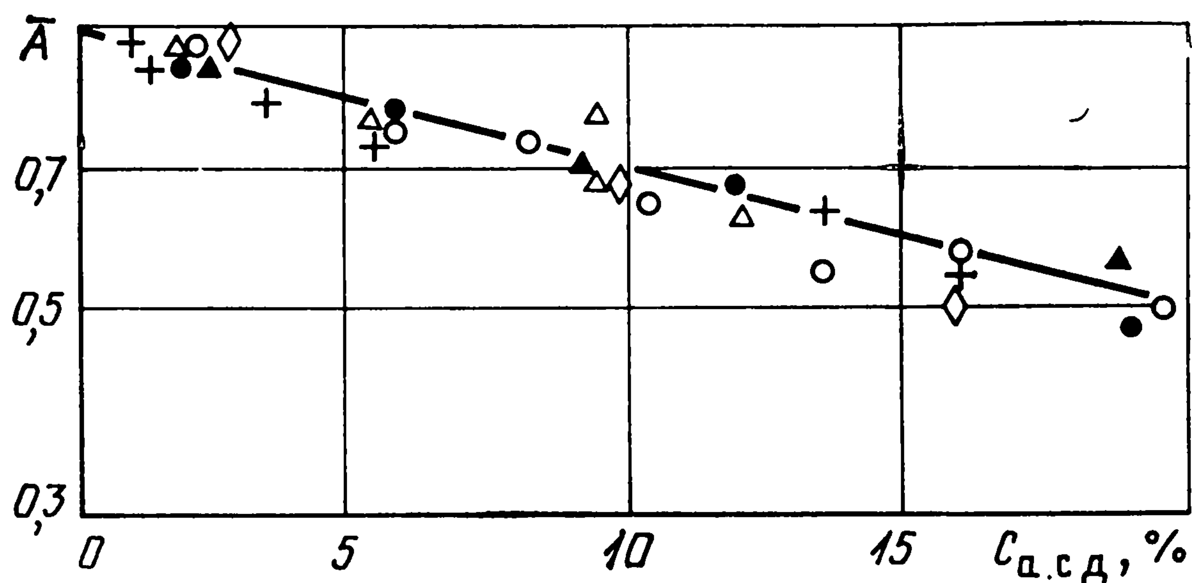


Рис. 14.8. Сопоставление данных по теплоотдаче теплоносителей микробиологических производств:

◇, +, △, ▲ —дрожжевые суспензии; ○, ●—раствор гидролизных дрожжей

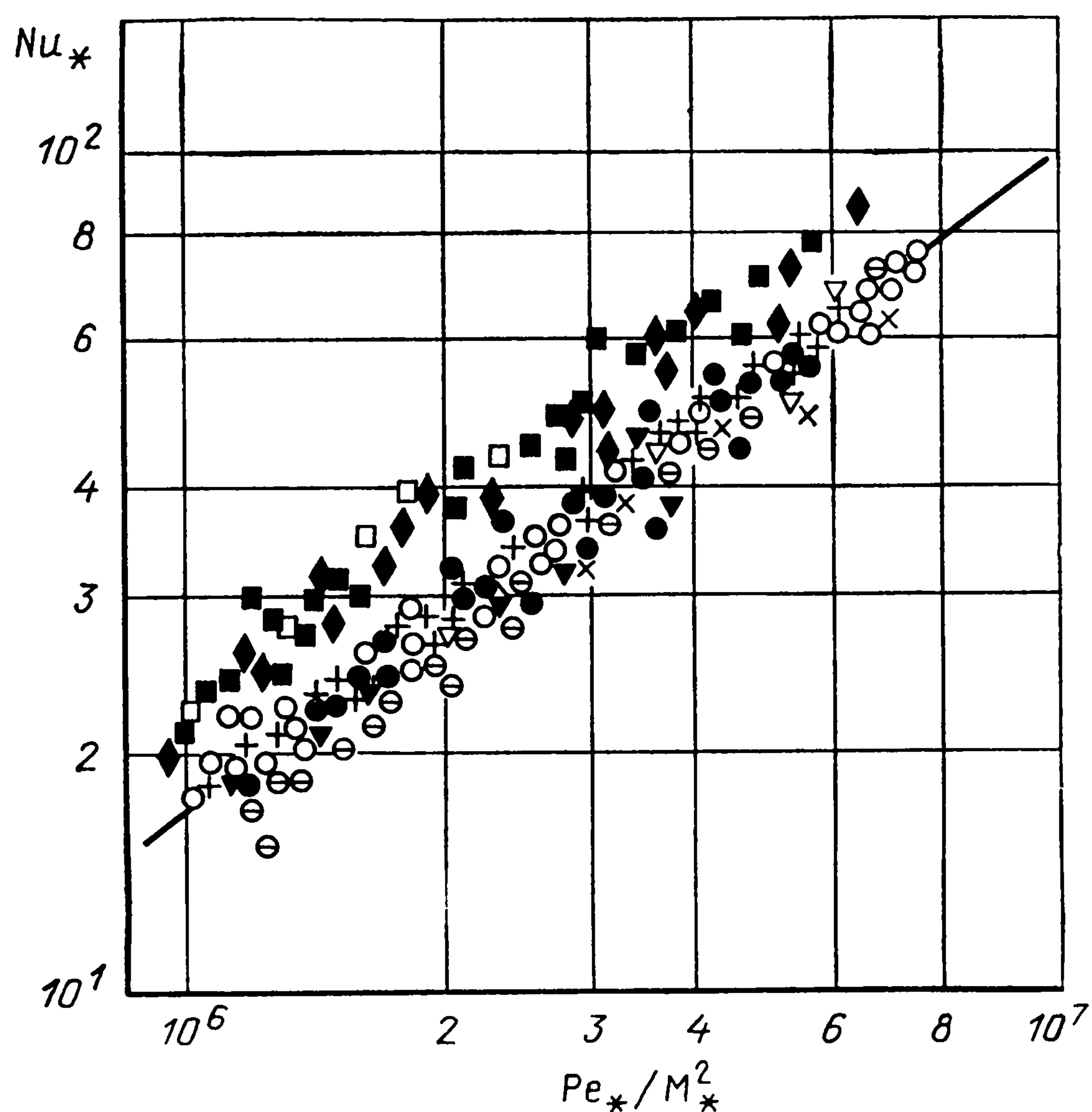


Рис. 14.9. Обобщение данных по теплоотдаче при кипении биологических сред в координатах зависимости $Nu_* = 1{,}5 \cdot 10^{-3} (Pe_*/M_*^2)^{2/3}$:

□, ■ — дрожжевые суспензии; ◆—гидролизат; ○—нейтрализат; ●—культуральная жидкость; + —последрожжевая бражка; ▼, ⊖ — полиглюкин, C=5 и 10%; × — глюкоза, C=25%

Глава пятнадцатая

ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ

15.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Переход теплоты в энергию излучения связан с внутриатомными процессами, обусловленными температурными влияниями. Энергия излучения может поглощаться другими телами и вновь трансформироваться в теплоту.

Передача теплоты излучением происходит как в видимой (волны длиной $\lambda=0{,}4\div0{,}76$ мкм), так и в инфракрасной ($\lambda=0{,}76\div420$ мкм) областях спектра. Последняя состоит из ближней ($\lambda=0{,}76$ до 15 мкм), средней ($15\div100$ мкм) и далекой ($100\div420$ мкм) инфракрасных областей. При температурах реальных теплотехнических процессов основная доля энергии излучается в ближней инфракрасной области. Излучение в видимой области спектра имеет существенное значение только при очень высоких температурах. Различают монохроматическое, или спектральное, и интегральное излучение.

Монохроматическим называется излучение в узком интервале длин волн от λ до $\lambda+d\lambda$. Все описывающие его величины относятся к интервалу длин волн $d\lambda$ (или частот $d\nu$) и обозначаются индексом λ (или ν).

Интегральным называется суммарное излучение во всем интервале длин волн от $\lambda=0$ до $\lambda=\infty$.

При расчетах излучения используются понятия энергии W, потока Q, плотности потока E, η и интенсивности излучения I, которые могут относиться к излучению как на поверхности, так и в объеме.

Радиационным потоком называется полное количество энергии, излучаемое произвольной поверхностью в единицу времени,

$$Q=dW/dt. \qquad (15.1.1)$$

Его можно рассматривать и как поток вектора излучения $\mathbf{E}$ через некоторую поверхность площадью F

$$Q=\int_F(\mathbf{E},\ \mathbf{n}_1)dF=\int_F EdF, \qquad (15.1.2)$$

где $\mathbf{n}_1$ — единичный вектор нормали n к площадке dF; $E=(\mathbf{E},\ \mathbf{n}_1)$ — проекция $\mathbf{E}$ на направление нормали к dF, имеющая смысл плотности потока излучения.

Плотностью потока поверхностного или полусферического излучения называется радиационный поток, проходящий через единицу площади поверхности в пределах полусферы $\Omega=2\pi$,

$$E=\frac{dQ}{dF}=\frac{d^2W}{dFdt}. \qquad (15.1.3)$$

Плотность потока объемного или сферического излучения определяется как поток излучения, проходящий через поверхность бесконечно малой сферы dF^0 в пределах телесного угла $\Omega=4\pi$,

$$\eta=dQ/dF^0. \qquad (15.1.4)$$

Интенсивностью излучения, Вт/(м²·ср), называется поток энергии излучения, проходящий через единицу площади поверхности dF_n, ортогональной к направлению излучения, в пределах единичного телесного угла с осью, совпадающей с выбранным направлением

$$I = \frac{d^2Q}{dF_n d\Omega} = \frac{d^3W}{dF_n d\Omega dt}. \qquad (15.1.5)$$

Удельная сила излучения представляет собой поток энергии излучения, проходящий через единицу площади поверхности dF в пределах единичного телесного угла, ось которого совпадает с направлением излучения,

$$J = \frac{d^2Q}{dF d\Omega}. \qquad (15.1.6)$$

Плотность энергии излучения характеризует распределение энергии излучения в пространстве и определяется количеством энергии излучения, приходящейся на единицу объема,

$$u = dW/dV. \qquad (15.1.7)$$

Приведенные определения могут быть отнесены как к монохроматическим, или спектральным, так и к интегральным величинам, которые связаны между собой соотношениями вида

$$dE/d\lambda = E_\lambda, \ E = \int_0^\infty E_\lambda d\lambda. \qquad (15.1.8)$$

Попадая на какие-либо тела, тепловое излучение может отражаться от них, поглощаться и пропускаться этими телами. Отношения долей поглощенного, отраженного и пропущенного телом излучения к падающему на тело излучению называется соответственно *поглощательной способностью*

$$a = E_{погл}/E_{пад}; \qquad (15.1.9)$$

отражательной способностью

$$r = E_{отр}/E_{пад} \qquad (15.1.10)$$

и *пропускательной способностью*

$$d = E_{проп}/E_{пад}. \qquad (15.1.11)$$

В общем случае

$$a + r + d = 1; \qquad (15.1.12)$$

для непрозрачных тел

$$d = 0, \ a + r = 1; \qquad (15.1.13)$$

для абсолютно черного тела

$$r = d = 0, \ a = 1; \qquad (15.1.14)$$

для абсолютно белого тела

$$a = d = 0, \ r = 1. \qquad (15.1.15)$$

Взаимодействие объемного излучения со сплошной средой описывается экспериментальным *законом Бугера*, устанавливающим изменение интенсивности излучения при прохождении им элемента пути dS в такой среде с помощью соотношения

$$dI = -kIdS, \qquad (15.1.16)$$

где k — *коэффициент ослабления излучения*, 1/м, причем $k=\alpha+\beta$; α и β — коэффициенты поглощения и рассеяния излучения средой.

Приведенные характеристики взаимодействия излучения с телами и средой могут быть как монохроматическими, так и интегральными.

15.2. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ ТЕЛ

Абсолютно черным называется тело, которое полностью поглощает все падающие на него лучи [см. (15.1.14)]. В природе таких тел не существует, однако различные тела в той или иной мере могут по своей поглощательной способности приближаться к абсолютно черному телу. Физической моделью абсолютно черного тела является большая равномерно нагретая полость с малым выходным отверстием. Абсолютно черное тело обладает наибольшей излучательной способностью по сравнению с любым реальным телом, находящимся при одинаковой с ним температуре.

Спектральная интенсивность излучения абсолютно черного тела зависит от длины волны λ и температуры. Распределение интенсивности излучения в спектре абсолютно черного тела описывается законом Планка (1.6.1)

$$I_{0\lambda} = c_1/\{\lambda^5\pi\,[\exp(c_2/\lambda T) - 1]\},$$

в котором $c_1 = 3{,}7418\cdot10^{-16}$ Вт·м²; $c_2 = 1{,}4388\cdot10^{-2}$ м·К.

На рис. 15.1 приведены зависимости полусферической плотности потока излучения абсолютно черного тела $E_{0\lambda} = \pi I_{0\lambda}$ от длины волны, рассчитанные по формуле (1.6.1).

Следствиями из закона излучения Планка являются формулы Рэлея — Джинса (1.6.2), Вина (1.6.3), а также закон смещения Вина (1.6.4).

Интегральная по спектру плотность потока полусферического излучения абсолютно черного тела определяется по закону Стефана — Больцмана (1.6.6)

$$E_0 = \sigma_0 T^4,$$

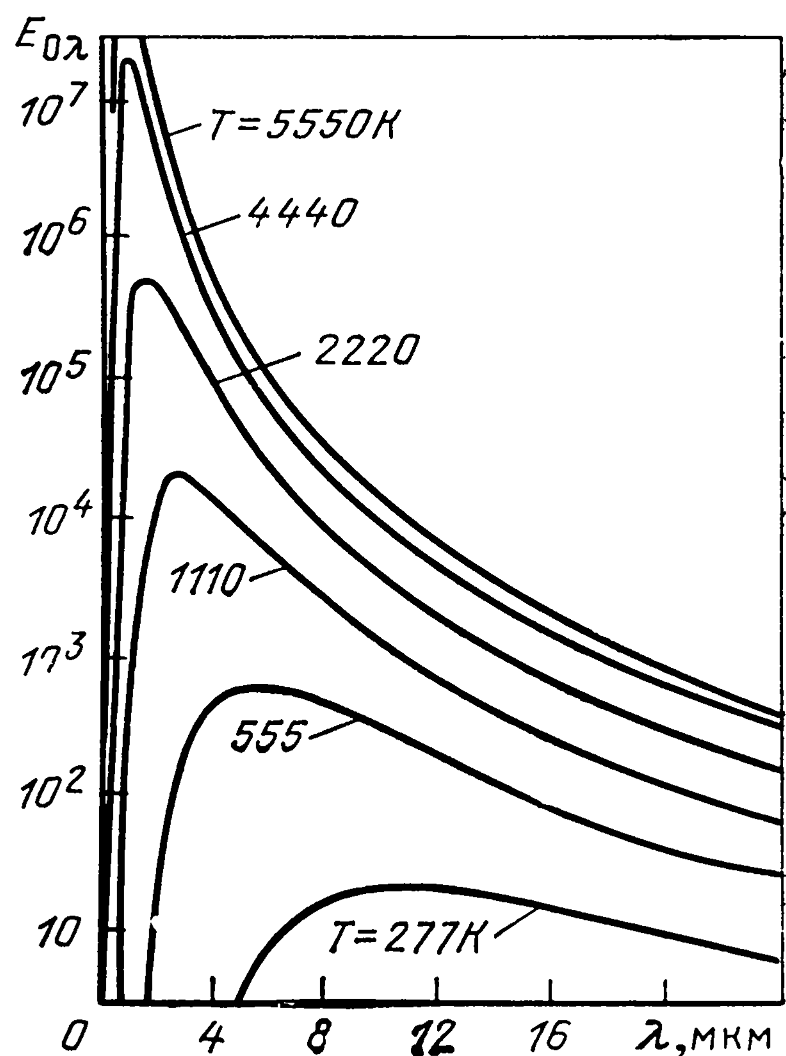


Рис. 15.1. Изотермы излучения абсолютно черного тела

где $\sigma_0 = 5,670 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м$^2 \cdot$К^4) — постоянная Стефана — Больцмана.

Зачастую требуется знание плотности потока излучения абсолютно черного тела в определенном диапазоне длин волн, например от $\lambda = 0$ до некоторого конечного значения λ:

$$E_0(0 - \lambda) = \int_0^\lambda E_{0\lambda}(T) d\lambda. \quad (15.2.1)$$

Переходя к безразмерным координатам, имеем

$$\frac{E_0(0 - \lambda T)}{\sigma_0 T^4} = \int_0^{\lambda T} \left(\frac{E_{0\lambda}}{\sigma_0 T^5} \right) d(\lambda T). \quad (15.2.2)$$

В случае, если среда преломляет излучение и показатель преломления n не зависит от длины волны или частоты, формула (15.2.2) принимает более общий вид [15.16]:

$$\frac{E_0(0 - n\lambda T)}{n^2 \sigma_0 T^4} = \int_0^{n\lambda T} \left(\frac{E_{0\lambda}}{n^3 \sigma_0 T^5} \right) d(n\lambda T). \quad (15.2.3)$$

Приведенное соотношение определяет относительную плотность энергии излучения абсолютно черного тела, приходящуюся на диапазон $0 - n\lambda T$. Ее значения, а также значения функции излучения абсолютно черного тела $E_{0\lambda}/\sigma_0 n^3 T^5$ приведены в табл. 15.1.

Нечерными называются тела, коэффициент поглощения которых $a < 1$. Все нечерные тела могут быть разделены по характеру спектра излучения на *серые тела* и *тела с селективным излучением*. *Серым* называется тело, которое поглощает одну и ту же долю падающего на него излучения во всем интервале длин волн. Серые тела обладают сплошным спектром излучения, подобным спектру излучения абсолютно черного тела, а их поглощательная способность во всем интервале длин волн в одинаковое число раз меньше, чем у абсолютно черного тела. Спектральная и интегральная поглощательные способности серых тел численно равны друг другу: $a_\lambda = a$.

К серым телам могут быть отнесены все твердые тела, имеющие шероховатые или окисленные поверхности со сравнительно высокими значениями коэффициентов поглощения.

Степенью черноты называется отношение энергии, излучаемой телом при температуре T, к энергии излучения абсолютно черного тела при той же температуре. Для монохроматического излучения степень черноты

$$\varepsilon_\lambda = I_\lambda / I_{0\lambda} = E_\lambda / E_{0\lambda}. \quad (15.2.4)$$

Для интегрального излучения степень черноты

$$\varepsilon = I / I_0 = E / E_0. \quad (15.2.5)$$

Для серых тел $\varepsilon_\lambda = \varepsilon$.

В отличие от серых тел *тела с селективным излучением* могут излучать и поглощать энергию лишь в определенных, характерных для каждого тела, областях спектра.

Таблица 15.1. **Функции излучения абсолютно черного тела [15.16]**

$n\lambda T$, мкм·К	$\frac{E_{0\lambda}}{\sigma_0 n^3 T^5}\cdot 10^5$, 1/(мкм К)	$\frac{E_0(0-n\lambda T)}{n^2\sigma_0 T^4}$	$n\lambda T$, мкм К	$\frac{E_{0\lambda}}{\sigma_0 n^3 T^5}\cdot 10^5$, 1/(мкм·К)	$\frac{E_0(0-n\lambda T)}{n^2\sigma_0 T^4}$
800	0,03117	0,00001	5500	10,342	0,6909
900	0,12767	0,00009	5600	9,940	0,7011
1000	0,3727	0,0003	5700	9,553	0,7108
1100	0,8559	0,0009	5800	9,183	0,7202
1200	1,6474	0,0021	5900	8,827	0,7292
1300	2,7757	0,0043	6000	8,486	0,7378
1400	4,2230	0,0078	6100	8,159	0,7462
1500	5,9353	0,0129	6200	7,845	0,7542
1600	7,8294	0,0198	6300	7,544	0,7618
1700	9,8149	0,0286	6400	7,257	0,7692
1800	11,804	0,0394	6500	6,981	0,7764
1900	13,721	0,0524	6600	6,717	0,7832
2000	15,504	0,0668	6700	6,464	0,7898
2100	17,122	0,0831	6800	6,220	0,7961
2200	18,532	0,1009	6900	5,987	0,8022
2300	19,727	0,1202	7000	5,766	0,8081
2400	20,707	0,1404	7100	5,553	0,8138
2500	21,468	0,1615	7200	5,349	0,8193
2600	22,038	0,1832	7300	5,153	0,8245
2700	22,419	0,2055	7400	4,966	0,8295
2800	22,630	0,2280	7500	4,787	0,8344
2900	22,696	0,2506	7600	4,614	0,8391
3000	22,634	0,2733	7700	4,451	0,8437
3100	22,457	0,2959	7800	4,291	0,8480
3200	22,184	0,3182	7900	4,141	0,8522
3300	21,832	0,3402	8000	3,995	0,8564
3400	21,413	0,3618	8500	3,354	0,8747
3500	20,947	0,3830	9000	2,832	0,8907
3600	20,433	0,4036	9500	2,404	0,9032
3700	19,893	0,4237	10 000	2,0522	0,9143
3800	19,325	0,4434	10 500	1,7606	0,9238
3900	18,750	0,4624	11 000	1,5182	0,9320
4000	18,161	0,4809	11 500	1,3153	0,9391
4100	17,571	0,4987	12 000	1,145	0,9452
4200	16,977	0,5160	12 500	1,000	0,9506
4300	16,390	0,5327	13 000	0,878	0,9553
4400	—	0,5488	13 500	0,773	0,9594
4500	15,239	0,5643	14 000	0,684	0,9630
4600	14,683	0,5793	14 500	0,607	0,9662
4700	14,138	0,5937	15 000	0,540	0,9691
4800	13,607	0,6075	20 000	0,196	0,9857
4900	13,093	0,6209	25 000	0,0869	0,9923
5000	12,594	0,6337	30 000	0,0441	0,9954
5100	12,110	0,6461	35 000	0,0247	0,9971
5200	11,643	0,6580	40 000	0,0149	0,9981
5300	11,192	0,6694	45 000	0,00949	0,9986
5400	10,758	0,6804	50 000	0,00634	0,9990
			∞	0	1,0000

Соотношение между излучательной и поглощательной способностями тел устанавливается *законом Кирхгофа*: отношение интенсивности собственного излучения тела к его поглощательной способности не зависит от природы тела и равно излучению абсолютно черного тела или равновесному излучению среды при одинаковой температуре.

Применительно к анализу направленного излучения закон Кирхгофа для поверхностного и объемного излучений соответственно записывается в виде

$$I_\lambda/a_\lambda = I_{0\lambda}(\lambda, T); \tag{15.2.6}$$

$$\mathcal{E}_\lambda/\alpha_\lambda = I_{0\lambda}(\lambda, T), \tag{15.2.7}$$

где интенсивность объемного излучения среды $\mathcal{E}_\lambda$ определяется как плотность собственного объемного излучения среды $\eta_{c\lambda}$, Вт/м³, в пределах единичного телесного угла

$$\mathcal{E}_\lambda = \frac{1}{4\pi}\eta_{c\lambda}, \tag{15.2.8}$$

а α_λ — коэффициент поглощения излучения средой.

Если среда преломляет излучение с показателем преломления n_λ, то

$$\mathcal{E}_\lambda/\alpha_\lambda = \hat{I}_{0\lambda}(\lambda, T), \tag{15.2.9}$$

где $\hat{I}_{0\lambda} = n_\lambda^2 I_{0\lambda}$ — интенсивность равновесного излучения такой среды.

Закон Кирхгофа относится как к монохроматическому, так и к интегральному излучению:

$$I/a = I_0(T); \tag{15.2.10}$$

$$\mathcal{E}/\alpha = I_0(T). \tag{15.2.11}$$

Сопоставляя (15.2.4) и (15.2.6), а также (15.2.5) и (15.2.10), получаем:

$$a_\lambda = \varepsilon_\lambda; \; a = \varepsilon. \tag{15.2.12}$$

Таким образом, для любого тела численное значение коэффициента поглощения равно соответствующему данной температуре и длине волны значению степени черноты этого тела. Всякое тело может излучать только в тех областях спектра, в которых оно обладает отличной от нуля поглощательной способностью.

Для расчетов излучения нечерных тел можно использовать законы Планка и Стефана—Больцмана, если известна излучательная способность или степень черноты этих тел. Так, спектральная интенсивность собственного излучения рассчитывается по формуле

$$I_{c\lambda} = \varepsilon_\lambda I_{0\lambda} = \varepsilon_\lambda c_1/\{\lambda^5\pi[\exp(c_2/\lambda T) - 1]\}, \tag{15.2.13}$$

где $\varepsilon_\lambda = f(\lambda, T)$ — степень черноты.

Интегральная плотность потока собственного поверхностного и объемного излучений определяются соотношениями:

$$E_c = \varepsilon E_0 = \varepsilon\sigma_0 T^4; \tag{15.2.14}$$

$$\eta_c = \alpha\eta_0 = 4\alpha E_0 = 4\alpha\sigma_0 T^4. \tag{15.2.15}$$

Формула (15.2.14) хорошо описывает излучение серых тел. Для тел с селективным излучением она справедлива лишь приближенно, так как их излучение в общем случае пропорционально температуре в степени, несколько ниже четвертой.

Интегральная степень черноты реальной поверхности, излучающей при температуре $T_с$, определяется с помощью соотношения

$$\varepsilon = \int_0^\infty \varepsilon_\lambda (T_с) E_{0\lambda} (T_с)\, d\lambda \Big/ \int_0^\infty E_{0\lambda} (T_с)\, d\lambda, \qquad (15.2.16)$$

т. е. $\varepsilon = f(T_с)$.

Интегральное значение поглощательной способности реальной поверхности тела при температуре $T_с$ в случае, если источником падающего излучения является абсолютно черное тело при температуре $T_и$, определяется по формуле

$$a = \frac{\int_0^\infty a_\lambda (T_с) E_{0\lambda} (T_и) d\lambda}{\int_0^\infty E_{0\lambda} (T_и) d\lambda} \qquad (15.2.17)$$

и, следовательно, $a = f(T_с, T_и)$.

Из сопоставления (15.2.16) и (15.2.17) следует, что закон Кирхгофа в общем случае не выполняется.

Распределение потоков излучения из точки M элементарного объема или поверхности по направлениям распространения излучения S определяется интенсивностью излучения $I = I(M, S)$. Если интенсивность излучения не зависит от направления, $I(M, S) \equiv I(M)$, то излучение является полностью *диффузным* (на поверхности) или *изотропным* (в объеме). Удельная сила излучения диффузно излучающих поверхностей не зависит от азимутального угла и определяется лишь углом θ, образуемым направлением распространения излучения и нормалью к излучающей площадке

$$J(\theta) = J(0) \cos\theta. \qquad (15.2.18)$$

Выражение (15.2.18) представляет собой *закон Ламберта.*

Плотность потока полусферического, или поверхностного, излучения

$$E = \int_{\Omega = 2\pi} I \cos\theta d\Omega. \qquad (15.2.19)$$

Записав это выражение в полярной системе координат ($d\Omega = \sin\theta d\theta d\psi$, где ψ — азимутальный угол), для полусферического излучения диффузно излучающей поверхности, подчиняющейся закону Ламберта, можно получить соотношения:

$$I_0 = E_0/\pi; \; I_{0\lambda} = E_{0\lambda}/\pi. \qquad (15.2.20)$$

Закон Ламберта строго справедлив лишь для абсолютно черного тела. Для реальных тел интенсивность излучения может приниматься постоянной во

Таблица 15.2. **Интегральная нормальная степень черноты различных материалов**

Материал	Температура, К	Степень чернот
Алюминий полированный	323—773	0,04—0,06
Алюминий с шероховатой поверхностью	293—323	0,06—0,07
Алюминий, сильно окисленный	323—773	0,2—0,3
Алюминия оксид	573—1173	0,48—0,72
	400—1800	0,39—0,79
Бериллия оксид	1200—2500	0,34—0,475
Бронза полированная	323	0,1
Бронза пористая, шероховатая	323—423	0,55
Вольфрам	473	0,05
	873—1273	0,1—0,16
	1773—2473	0,24—0,31
	1200—3000	0,12—0,31
Висмут полированный	353	0,37
Железо электролитическое, тщательно полированное	448—498	0,05—0,06
Железо сварочное, тщательно полированное	313—523	0,28
Кремния оксид	573—1173	0,48—0,72
Латунь полированная	473	0,03
Латунь листовая прокатная	293	0,06
Магния оксид	20—2200	0,49—0,73
	100—2300	0,58—0,73
Манганин блестящий прокатанный	393	0,05
Медь полированная	323—373	0,02
Медь, окисленная до черноты	323	0,88
	282	0,88
Молибден	873—1273	0,08—0,13
	1100—2800	0,1—0,275
	1773—2473	0,19—0,26
Никель	500—1400	0,06—0,18
Никель технически чистый, полированный	373	0,045
	473—673	0,07—0,09
Никель, окисленный при 600°C	473—873	0,37—0,48
Никеля оксид	773—923	0,52—0,59
	1273—1523	0,75—0,86
Нихром после прокатки	973	0,25
Нихром после пескоструйной обработки	973	0,70
Нихромовая проволока чистая	323	0,65
Нихромовая проволока окисленная	323—773	0,95—0,98
Ниобий	1000—2600	0,08—0,23
Олово блестящее	293—323	0,04—0,06
Платина	400—2000	0,03—0,18
	1273—1773	0,14—0,18
Платина чистая полированная	473—873	0,05—0,10
Платиновая проволока	323—1273	0,10—0,16
Палладий	1000—1700	0,06—0,18
Родий	900—1600	0,05—0,10

Материал	Температура, К	Степень черноты
Свинец блестящий	523	0,08
Свинец серый окисленный	293	0,28
Свинец, окисленный при 473 К	473	0,63
Сталь листовая шлифованная	1223—1373	0,55—0,61
Сталь листовая, прокат	373	0,56
Сталь окисленная	473—873	0,80
Сталь нержавеющая, после прокатки	973	0,45
Сталь углеродистая окисленная	573—1073	0,86—0,91
Сталь мягкая, расплавленная	1873—2073	0,28
Сталь листовая с блестящим слоем оксида	293	0,82
Сталь с шероховатой плоской поверхностью	323	0,95—0,98
Сталь ржавая красная	293	0,69
Сталь, сильно окисленная	323—773	0,88—0,98
Серебро чистое полированное	473—873	0,02—0,03
Стронция оксид	20—2600	0,69—0,81
Титан полированный	473	0,15—0,20
Титан, окисленный при 813 К	773	0,50
Титан полированный	1273	0,36
Титана карбид	875—1200	0,84—0,86
	2100—2700	0,54—0,58
Тантал	1300—2500	0,13—0,26
Тория оксид	60—2400	0,61—0,71
Хром	400—2000	0,09—0,16
Хром полированный	323	0,10
	773—1273	0,28—0,38
Цезия хлорид	—	0,48
Цинк листовой	323	0,20
Цинк полированный	473—578	0,04—0,05
Цинк окисленный	673	0,11
	1273—1473	0,05—0,06
Циркон	1100—1900	0,31—0,33
Циркония карбид	2300—2900	0,40—0,44
Чугун полированный	473	0,21
Чугун обточенный	1073—1273	0,60—0,70
Чугун, окисленный при 873 К	473—873	0,64—0,78
Асбестовый картон	293	0,96
Асбестовая бумага	313—673	0,93—0,96
Асбестовая ткань	293	0,78
Кирпич шамотный	293	0,85
	1273	0,75
	1473	0,59
Лак черный матовый	313—373	0,96—0,98
Лед гладкий	273	0,97
Песок	293	0,60
Резина твердая	293	0,95
Сажа, нанесенная на твердую поверхность	323—1273	0,96

Материал	Температура, К	Степень черноты
Стекло	293—373	0,91—0,94
	523—1273	0,72—0,87
	1373—1773	0,67—0,70
Эмаль	293	0,90
Эмаль, лак	293	0,85—0,95

всех направлениях при условии, что $\theta \leqslant 60°$. При $\theta > 60°$ интенсивность излучения реальных поверхностей зависит от направления, особенно у металлических полированных поверхностей, излучение которых сильно поляризовано.

На рис. 15.2 и 15.3 в полярных координатах показана установленная из

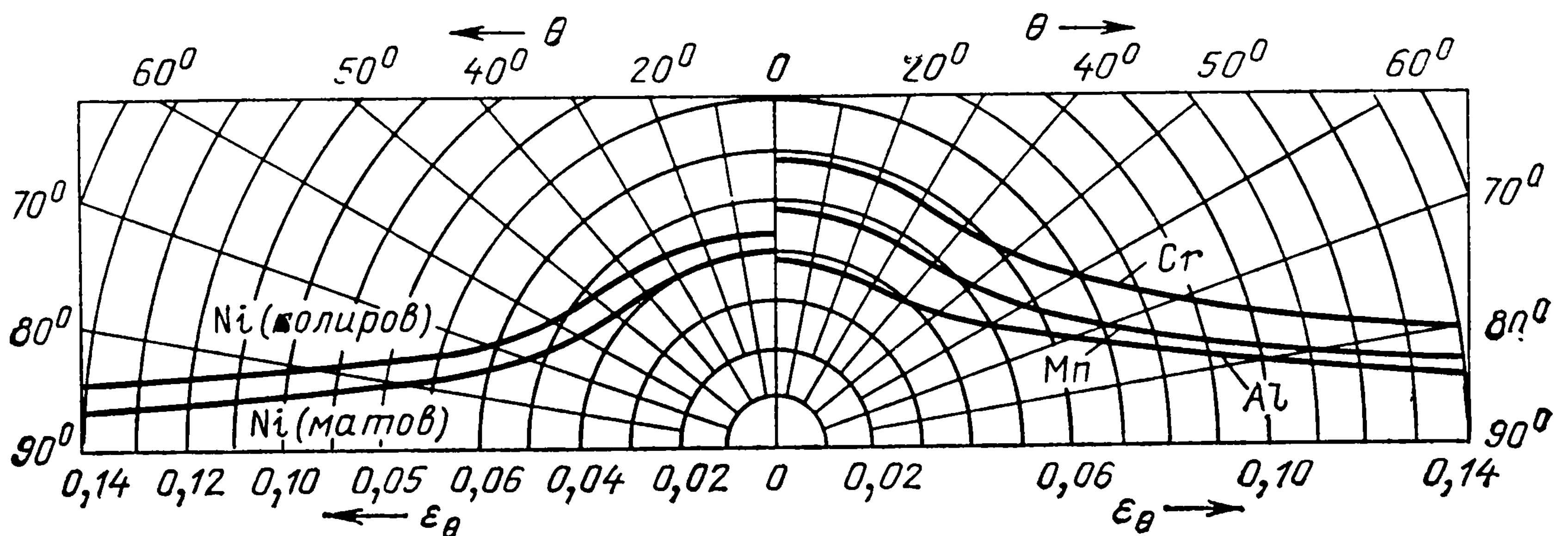


Рис. 15.2. Зависимость безразмерной интенсивности излучения металлов от направления излучения

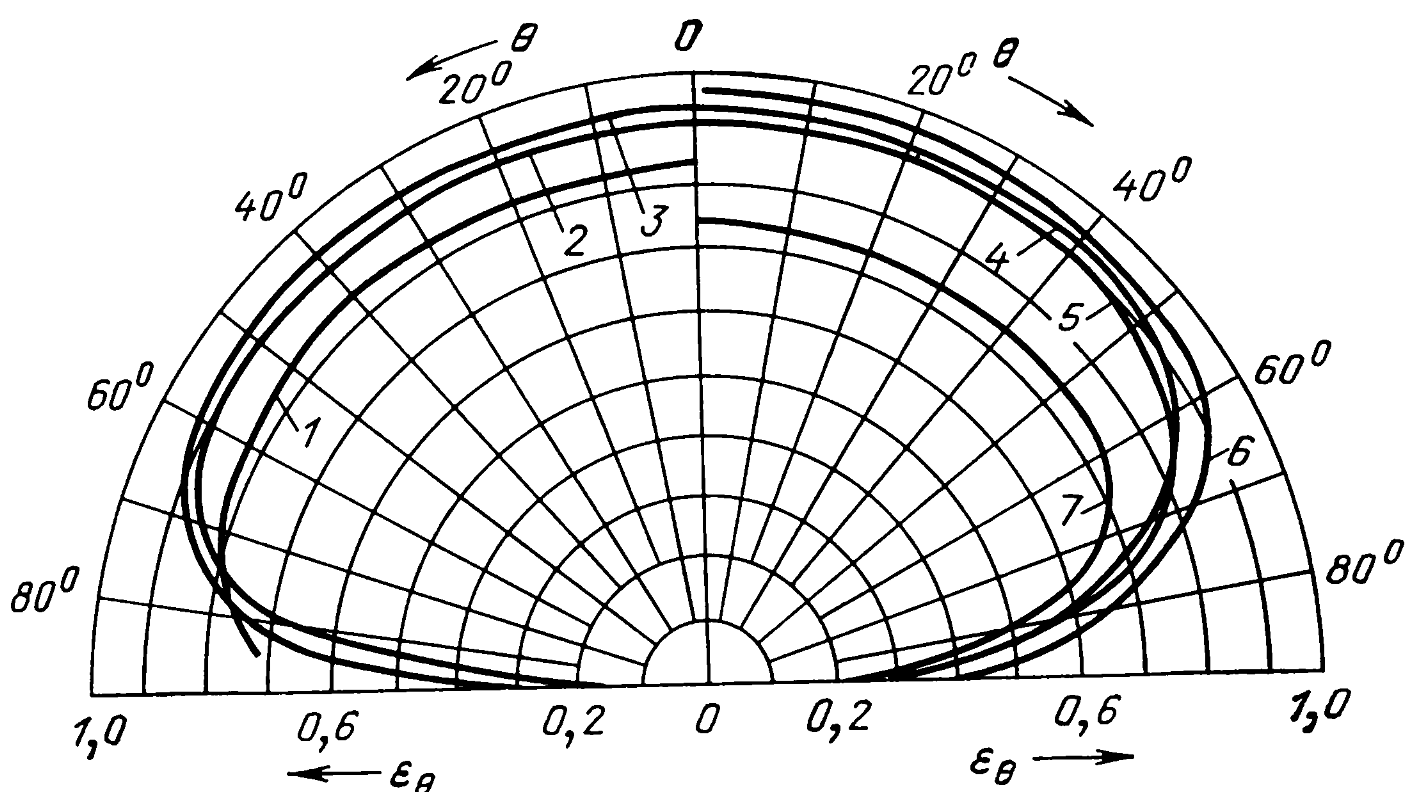


Рис. 15.3. Зависимость безразмерной интенсивности излучения неметаллов от направления излучения:

1 — грубый корунд; *2* — бумага; *3* — дерево; *4* — стекло; *5* — глина; *6* — подтаявший лед; *7* — оксид меди

Таблица 15.3. **Интегральная полусферическая степень черноты различных материалов**

Материал	Температура, К	Степень черноты
Алюминий	303	0,03
Алюминий полированный очищенный	375—875	0,03—0,07
Алюминий, слегка окисленный	375—875	0,12—0,19
Алюминий, сильно окисленный	375—875	0,215—0,32
Ванадий	305	0,05
	1000—2000	0,145—0,26
Вольфрам	400 — 3500	0,04—0,355
Гафний	1200—2000	0,28—0,32
Графит полированный	1273—2073	0,658—0,756
Графит с предварительно окисленной поверхностью	1273—2073	0,817—0,910
Железо	200—1100	0,08—0,25
	1500	0,11
Золото	314	0,03
	50—1150	0,01—0,06
Иодидный титан	1150—1600	0,25—0,278
Карбид титана	1400—1800	0,4—0,5
Карбид циркония	1600—2800	0,34—0,348
Кремний (элемент СБ)	308	0,23
Медь расплавленная	1400	0,15
Медь	50—1100	0,02—0,06
Молибден	302,5—2800	0,03—0,28
Молибден полированный спеченный	500—1125	0,08—0,147
Молибден неполированный литой	375—1000	0,175—0,27
Никель	300—1500	0,06—0,2
Ниобий	309—2400	0,04—0,24
Оксид железа	1500	0,89
Оксид меди	1400	0,54
Платина	300—2125	0,04—0,27
Палладий	1000—1700	0,1—0,18
Рений	1000—3000	0,16—0,337
Родий	900—2200	0,07—0,18
Свинец	302	0,05
Серебро	100—1300	0,02—0,1
Сесквиоксид никеля	1500	0,85
Сталь	301	0,12
Сталь нержавеющая 1Х18Н9Т	500—1250	0,17—0,31
Тантал	313—3300	0,08—0,32
Титан	900—1900	0,22—0,32
Титан технический	1100—1750	0,25—0,32
Титан полированный очищенный	625—1250	0,20—0,28
Титан неполированный неочищенный	625—1125	0,35—0,45
Циркон	1100—2100	0,2—0,28
Магнезиально-шпинельная керамика	600—1200	0,4—0,5
Уголь	1300—1500	0,52

опытов зависимость безразмерной интенсивности излучения от направления излучения $\varepsilon = I(\theta)/I(0) = f(\theta)$ для различных сел.

При определении отражательной способности реальных поверхностей в точке M по направлению S используется соотношение

$$d^3Q_{\text{отр}}(M, S) = \frac{1}{\pi}\rho(M, S', S)\cos(S, n_M)d\Omega_S\, d^2Q_{\text{пад}}(M, S'), \quad (15.2.21)$$

где $d^2Q_{\text{пад}}(M, S') = I_{\text{пад}}(M, S')\cos(S', n_M)dF_M d\Omega_S$ — элементарный поток излучения, падающего на площадку dF_M по направлению S'; $\rho(M, S', S)$ — коэффициент отражения излучения по направлениям, связанный с коэффициентом полусферического отражения излучения от площадки с точкой M соотношениями:

$$r(M) = \frac{1}{\pi}\int_{\Omega=2\pi} r(M, S')\cos(S', n_M)d\Omega_{S'}, \quad (15.2.22)$$

$$r(M, S') = \frac{1}{\pi}\int_{\Omega=2\pi} \rho(M, S', S)\cos(S, n_M)d\Omega_S, \quad (15.2.23)$$

где $r(M, S')$ — коэффициент направленно-полусферического отражения.

Экспериментально определенные значения интегральных излучательных способностей различных материалов по данным [15.3, 15.9, 15.17, 15.19] приведены в табл. 15.2 и 15.3.

15.3. ВИДЫ ИЗЛУЧЕНИЯ

Интенсивность и вектор излучения являются исходными характеристиками поля излучения. Все прочие параметры излучения являются производными от этих характеристик. В случае излучающих систем, заполненных прозрачной диатермической средой, с диффузно излучающими границами наиболее употребимыми являются следующие виды поверхностного излучения:

собственное излучение со спектральной плотностью потока

$$E_{c\lambda} = \varepsilon_\lambda n_\lambda^2 E_{0\lambda} = \varepsilon_\lambda n_\lambda^2 \pi I_{0\lambda} \quad (15.3.1)$$

и интегральной плотностью

$$E_c = \varepsilon n^2 E_0 = \varepsilon n^2 \sigma_0 T^4; \quad (15.3.2)$$

отраженное излучение со спектральной плотностью потока

$$E_{\text{отр}\lambda} = r_\lambda E_{\text{пад}\lambda}; \quad (15.3.3)$$

поглощенное излучение с плотностью потока

$$E_{\text{погл}\lambda} = a_\lambda E_{\text{пад}\lambda}; \quad (15.3.4)$$

эффективное излучение тела, складывающееся из собственного и отраженного излучений

$$E_{\text{эф}\lambda} = E_{c\lambda} + E_{\text{отр}\lambda}; \quad (15.3.5)$$

результирующее излучение — характеризует теплоотдачу тела и определяется как разность между поглощенным и собственным излучением —

$$E_{\text{рез}\lambda} = E_{\text{погл}\lambda} - E_{c\lambda}. \quad (15.3.6)$$

На основе анализа потоков излучения на границе излучающей системы плотность потока результирующего излучения определяется следующим образом:

$$E_{\text{рез}\lambda} = E_{\text{пад}\lambda} - E_{\text{эф}\lambda}. \quad (15.3.7)$$

Используя (15.3.3)—(15.3.6), исключаем $E_{\text{пад}\lambda}$ из (15.3.7) и получаем формулу

$$E_{\text{эф}\lambda} = \frac{r_\lambda}{a_\lambda} E_{\text{рез}\lambda} + \frac{\varepsilon_\lambda}{a_\lambda} E_{0\lambda}, \quad (15.3.8)$$

широко используемую в теории теплообмена излучением.

При анализе теплообмена в объеме с изотропно излучающей (и рассеивающей) средой используются аналогичные виды объемного излучения с плотностями $\eta_{\text{пад}\lambda}$, $\eta_{\text{с}\lambda}$, $\eta_{\text{погл}\lambda}$, $\eta_{\text{расс}\lambda}$, $\eta_{\text{рез}\lambda}$, связанными между собой соотношениями, аналогичными вышеприведенным.

15.4. ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ МЕЖДУ ДВУМЯ АБСОЛЮТНО ЧЕРНЫМИ ТЕЛАМИ, ПРОИЗВОЛЬНО РАСПОЛОЖЕННЫМИ В ПРОСТРАНСТВЕ

Тепловой поток определяется по формуле

$$Q_{12} = \sigma_0 (T_1^4 - T_2^4) H_{12}, \quad (15.4.1)$$

где H_{12} — площадь взаимной поверхности облучения тел 1 и 2, вычисляемая по уравнению

$$H_{12} = \int_{F_1} dF_1 \int_{F_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi R_{12}^2} dF_2, \quad (15.4.2)$$

где F_1, F_2 — площади участвующих в теплообмене поверхностей тел *1* и *2*; θ_1, θ_2 — углы между прямой, соединяющей центры элементарных площадок dF_1, dF_2, и соответствующими нормалями к площадкам; R_{12} — расстояние между этими элементарными площадками (рис. 15.4).

Расчет теплообмена сводится по существу к определению площади взаимной поверхности облучения H_{12}. Коэффициентами облученности, или угловыми коэффициентами излучения, называются величины, определяемые соотношениями:

$$\varphi_{12} = \frac{H_{12}}{F_1} = \frac{1}{F_1} \int_{F_1} dF_1 \int_{F_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi R_{12}^2} dF_2; \quad (15.4.3)$$

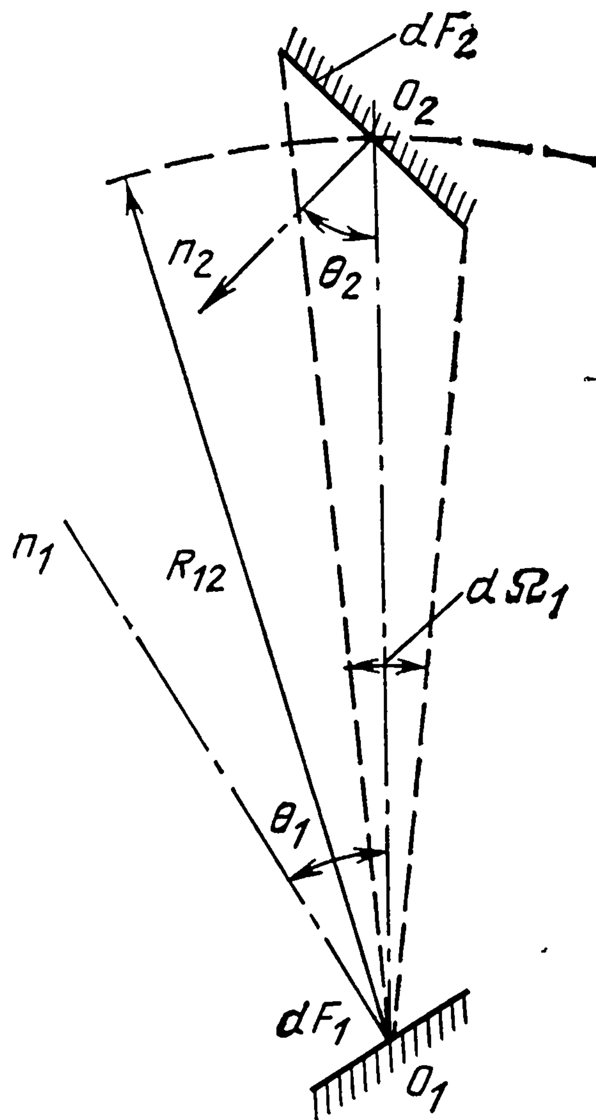


Рис. 15.4. Схема радиационного взаимодействия поверхностей двух черных тел

$$\varphi_{21} = \frac{H_{21}}{F_2} \equiv \frac{H_{12}}{F_2} = \frac{1}{F_2} \int\limits_{F_1} dF_1 \int\limits_{F_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi R_{12}^2} dF_2. \qquad (15.4.4)$$

Коэффициенты φ_{12} и φ_{21} показывают, какая часть поверхностного излучения, испускаемого одним телом, падает на другое:

$$\varphi_{12} = Q_{12}/Q_1; \quad \varphi_{21} = Q_{21}/Q_2. \qquad (15.4.5)$$

15.5. СВОЙСТВА ПОТОКОВ ИЗЛУЧЕНИЯ

Для расчетов коэффициентов облученности и взаимных поверхностей облучения обычно используется метод алгебры потоков [15.13], который сводит задачу к обычным алгебраическим уравнениям и базируется на следующих общих свойствах потоков излучения:

а) *свойство совмещаемости.* Определяет условия равенства потоков излучения: равными являются такие исходящие от одного и того же тела потоки, которые можно совместить так, что все лучи одного потока совпадут по положению, вне зависимости от длины, с соответствующими лучами другого. Так, поток от тела 1 на тело 2 (рис. 15.5)

$$Q_{12} = \varphi_{12} F_1 E_1 = E_1 H_{12},$$

а поток от тела 1 на тело 3:

$$Q_{13} = \varphi_{13} F_1 E_1 = E_1 H_{13}.$$

По условию совмещаемости

$$Q_{12} = Q_{13}$$

или

$$\varphi_{12} = \varphi_{13}, \quad H_{12} = H_{13}; \qquad (15.5.1)$$

б) *свойство распределительности.* Поток излучения от тела 1 на тело 2 складывается из потоков между отдельными частями тел 1 и 2. Например, если тело 1 состоит из двух частей — 1а и 1б, а тело 2 — тоже из двух частей — 2а и 2б, то радиационный поток от тела 1 на тело 2 и площадь взаимной поверхности облучения запишутся:

$$Q_{12} = Q_{1а,2а} + Q_{1а,2б} + Q_{1б,2а} + Q_{1б,2б},$$
$$H_{12} = H_{1а,2а} + H_{1а,2б} + H_{1б,2а} + H_{1б,2б}; \qquad (15.5.2)$$

в) *свойство затеняемости.* Радиационный поток от тела 1 на тело 2 равен нулю, если на пути всех лучей, его формирующих, помещается непрозрачное тело:

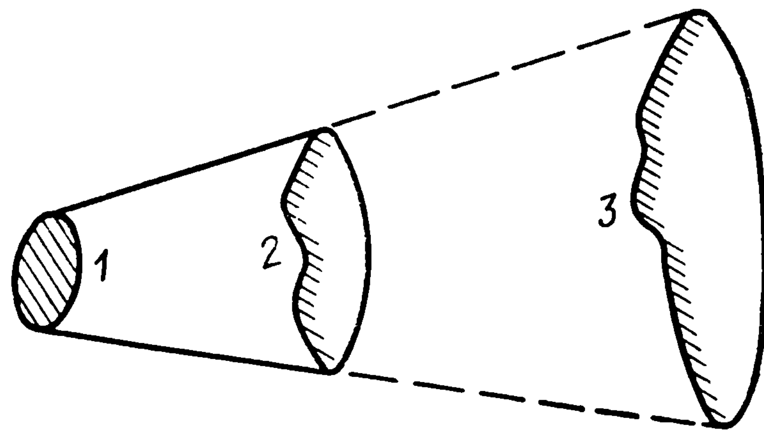
$$Q_{12} = 0; \quad \varphi_{12} = 0; \quad H_{12} = 0. \qquad (15.5.3)$$

Для плоских и выпуклых тел самооблучение отсутствует:

$$Q_{11} = 0; \quad \varphi_{11} = 0; \quad H_{11} = 0; \qquad (15.5.4)$$

г) *свойство замыкаемости.* Для замкнутой системы тел поток излучения, посылаемый одним из тел на все остальные, равен поверхностному полу-

Рис. 15.5. К определению свойства совмещаемости



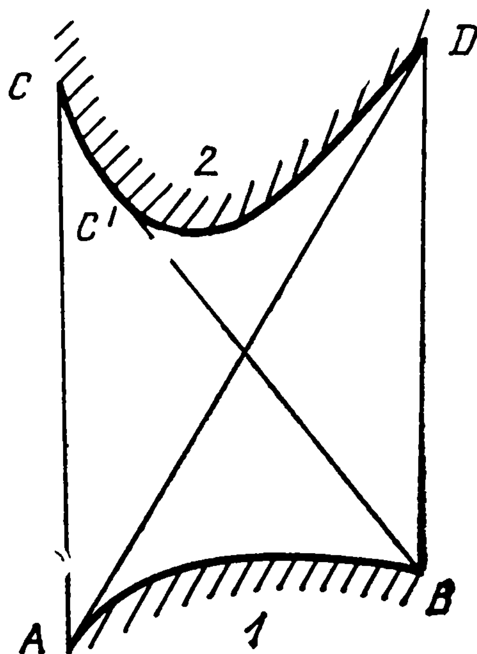


Рис. 15.6. К определению свойства натянутых нитей

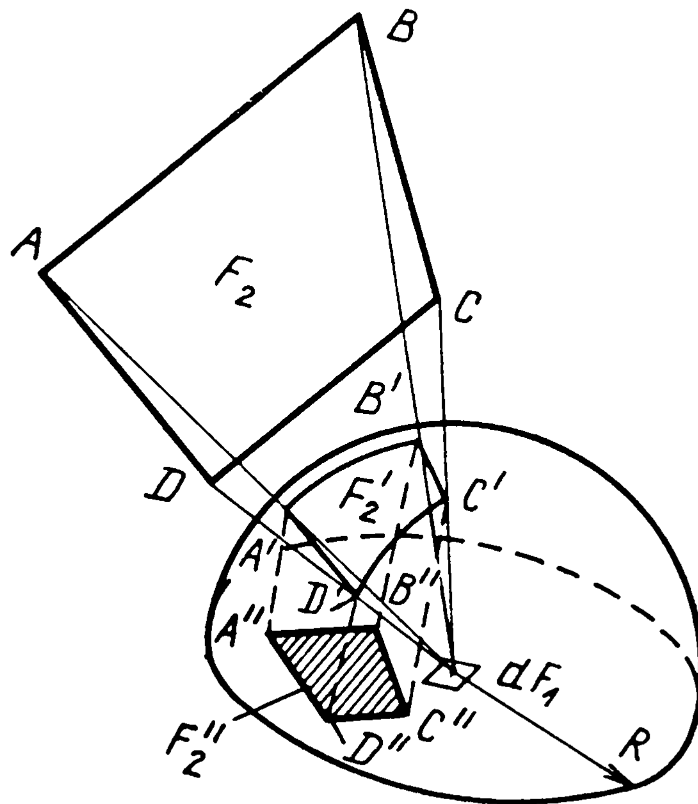


Рис. 15.7. К графическому определению коэффициентов облученности

сферическому излучению этого тела:

$$\sum_{k=1}^{n} Q_{i,k} = Q_i = F_i E_i, \quad i = 1, 2, \ldots, n, \qquad (15.5.5)$$

или

$$\sum_{k=1}^{n} \varphi_{i,k} = 1; \quad \sum_{k=1}^{n} H_{i,k} = F_i, \quad i = 1, 2, \ldots, n; \qquad (15.5.6)$$

д) *свойство взаимности*. При равных температурах двух абсолютно черных тел поток излучения, посылаемый телом 1 на тело 2, равен потоку, посылаемому телом 2 на тело 1, независимо от их формы и расположения среди других тел:

$$Q_{12} = Q_{21}. \qquad (15.5.7)$$

Из этого свойства следует, что

$$\varphi_{12} F_1 = \varphi_{21} F_2; \quad H_{12} = H_{21}; \qquad (15.5.8)$$

е) *свойство натянутых нитей*. Используется при расчете площади взаимной поверхности облучения двух произвольных невогнутых поверхностей бес-

Таблица 15.4. **Основные форм ы для угловых коэффициентов излучений**

Форма и взаимное расположение поверхностей излучения	Расчетная схема	Угловой коэффициент излучения
1. Бесконечно узкая площадка dF_1 любой длины и бесконечно длинная полоса dF_2, образующая линия которой параллельна dF_1		$\varphi_{dF_1dF_2} = \frac{\cos\theta}{2}d\theta = \frac{1}{2}d(\sin\theta)$
2. Две параллельные полосы длиной l и бесконечно малой ширины		$\varphi_{dF_1dF_2} = \frac{\cos\theta}{\pi}d\theta \operatorname{arctg}\frac{l}{r}$

Продолжение табл. 15.4

Форма и взаимное расположение поверхностей излучения	Расчетная схема	Угловой коэффициент излучения
3. Два кольцевых элемента на внутренней поверхности прямого кругового цилиндра		$X = x/(2r)$; $\varphi_{dF_1dF_2} = \left[1 - \frac{2X^3 + 3X}{2(X^2+1)^{3/2}}\right] dX_2$
4. Элементарная площадка dF и цилиндрическое тело (плоскопараллельная система)		$\varphi_{dFF} = \frac{1}{2}(\sin\gamma_2 - \sin\gamma_1) = \cos\theta \sin\alpha$; $\theta = \frac{\gamma_1+\gamma_2}{2}$; $\alpha = \frac{\gamma_2-\gamma_1}{2}$
5. Элементарная площадка dF и прямоугольник F, плоскость которого параллельна dF. Одна из вершин F лежит на нормали к dF, проходящей через ее центр		$\varphi_{dFF} = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{l_1}{\sqrt{h^2+l_1^2}} \operatorname{arctg} \frac{l_2}{\sqrt{h^2+l_1^2}} + \frac{l_2}{\sqrt{h^2+l_2^2}} \operatorname{arctg} \frac{l_1}{\sqrt{h^2+l_2^2}}\right]$; $\varphi_{FdF} = \varphi_{dFF}\frac{dF}{F}$

Продолжение табл. 15.4

Форма и взаимное расположение поверхностей излучения	Расчетная схема	Угловой коэффициент излучения
6. Элементарная полоса и прямоугольник, плоскости которых параллельны. Полоса расположена вдоль одной из сторон прямоугольника		$\varphi_{dFF} = \frac{1}{\pi Y}\left[\sqrt{1+Y^2}\,\mathrm{arctg}\,\frac{X}{\sqrt{1+Y^2}} - \mathrm{arctg}\,X + \frac{XY}{\sqrt{1+X^2}}\,\mathrm{arctg}\,\frac{Y}{\sqrt{1+X^2}}\right]$; $X = a/c;\quad Y = b/c$
7. Элементарная полоса dF и прямоугольник, расположенный вдоль полосы в перпендикулярной плоскости		$\varphi_{dFF} = \frac{1}{\pi}\left\{\mathrm{arctg}\,\frac{1}{Y} + \frac{Y}{2}\ln\left[\frac{Y^2(X^2+Y^2+1)}{(Y^2+1)(X^2+Y^2)}\right] - \frac{Y}{\sqrt{X^2+Y^2}}\,\mathrm{arctg}\,\frac{1}{\sqrt{X^2+Y^2}}\right\}$; $X = a/b;\quad Y = c/b$
8. Элементарная площадка dF и произвольный круг F, лежащие в перпендикулярных плоскостях		$\varphi_{dFF} = \frac{h}{2a}\left[\frac{h^2+a^2+R^2}{\sqrt{(h^2+a^2+R^2)^2-4a^2R^2}} - 1\right]$

Форма и взаимное расположение поверхностей излучения	Расчетная схема	Угловой коэффициент излучения
9. Элементарная площадка dF и произвольный круг F, лежащие в параллельных плоскостях		$\varphi_{dFF}=\frac{1}{2}\left[1-\frac{h^2+a^2-R^2}{\sqrt{(h^2+a^2+R^2)^2-4a^2R^2}}\right]$; при $a=0$ $\varphi_{dFF}=\frac{R^2}{h^2+R^2}$
10. Элемент плоскости dF и эллипс в плоскости, параллельной элементу. Нормаль к элементу проходит через центр эллипса		$\varphi_{dFF}=\frac{ab}{\sqrt{(h^2+a^2)(h^2+b^2)}}$
11. Кольцевой элемент dF на внутренней поверхности прямого кругового цилиндра и круглый диск F на торце цилиндра		$\varphi_{dFF}=\frac{X^2+1/2}{\sqrt{X^2+1}}-X$; $X=x/(2r)$

Форма и взаимное расположение поверхностей излучения	Расчетная схема	Угловой коэффициент излучения
12. Элементарная полоса dF любой длины и параллельный ей бесконечно длинный цилиндр		$\varphi_{dFF} = \frac{Y}{X^2 + Y^2}$; $X = a/r$; $Y = h/r$
13. Элемент плоскости dF и прямой круговой цилиндр конечной длины l и радиуса r. Нормаль к элементу проходит через торец цилиндра перпендикулярно его оси		$\varphi_{dFF} = \frac{1}{\pi A} \operatorname{arctg} \frac{L}{\sqrt{A^2 - 1}} + \frac{L}{\pi}\left[\frac{(X - 2A)}{A\sqrt{XY}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{X(A-1)}{Y(A+1)}} - \frac{1}{A} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{A-1}{A+1}}\right]$; $L = l/r$; $A = h/r$; $X = (1 + A)^2 + L^2$; $Y = (1 - A)^2 + L^2$

Форма и взаимное расположение поверхностей излучения	Расчетная схема	Угловой коэффициент излучения
14. Элемент любой длины на поверхности цилиндра и бесконечно протяженная плоскость	θ; dF; 90°; ∞; ∞; F	$\varphi_{dFF} = \frac{1}{2}(1 + \cos\theta)$
15. Две бесконечно длинные пластины равной ширины, имеющие одну общую сторону и расположенные под углом α друг к другу	l; 2; α; 1; l	$\varphi_{12} = \varphi_{21} = 1 - \sin(\alpha/2)$
16. Две бесконечно длинные пластины разной ширины, имеющие одну общую сторону и расположенные перпендикулярно друг другу	2; h; 90°; 1; l	$\varphi_{12} = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{h}{l} - \sqrt{1 + \frac{h^2}{l^2}}\right]$

Продолжение табл. 15.4

Форма и взаимное расположение поверхностей излучения	Расчетная схема	Угловой коэффициент излучения
17. Два взаимно перпендикулярных прямоугольника, имеющих общую сторону		$\varphi_{12}=\frac{1}{\pi}\left[\operatorname{arctg}\frac{a}{b}+\frac{c}{b}\operatorname{arctg}\frac{a}{c}-\sqrt{\left(\frac{c}{b}\right)^2+1}\operatorname{arctg}\frac{a}{\sqrt{b^2+c^2}}+\frac{c^2}{4ab}\ln\frac{(a^2+b^2+c^2)c^2}{(a^2+c^2)(b^2+c^2)}+\frac{b}{4a}\ln\frac{(a^2+b^2+c^2)b^2}{(a^2+c^2)(b^2+c^2)}+\frac{a}{4b}\ln\frac{(a^2+b^2+c^2)a^2}{(a^2+b^2)(a^2+c^2)}\right]$
18. Два прямоугольника, расположенных в перпендикулярных плоскостях, не имеющих общей стороны		$\varphi_{12}=\varphi_{1+1',2}\frac{l_1+l_1'}{l_1}-\varphi_{1'2}\frac{l_1'}{l_1}$

Форма и взаимное расположение поверхностей излучения	Расчетная схема	Угловой коэффициент излучения
19. Модификация модели 18		$\varphi_{12} = (\varphi_{1+1', 2+2'} - \varphi_{1, 2'}) \frac{l_1 + l_1'}{l_1} - (\varphi_{1, 2+2'} - \varphi_{1', 2'}) l_1'/l_1$
20. Модификация модели 18		$\varphi_{12} = \frac{1}{2F_1} [(F_1 + F_3) \varphi_{1+3, 2+4} - F_1\varphi_{14} - F_3\varphi_{32}]$
21. Два одинаковых прямоугольника, расположенных в параллельных плоскостях друг против друга		$\varphi_{12} = \frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{a} \sqrt{a^2 + h^2} \operatorname{arctg} \frac{b}{\sqrt{a^2 + h^2}} + \frac{1}{b} \sqrt{b^2 + h^2} \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{b^2 + h^2}} - \frac{h}{a} \operatorname{arctg} \left(\frac{b}{h} \right) - \frac{h}{b} \operatorname{arctg} \left(\frac{a}{h} \right) + \frac{h^2}{2ab} \ln \frac{(a^2 + h^2)(b^2 + h^2)}{(a^2 + b^2 + h^2) h^2} \right]$

Продолжение табл. 15.4

Форма и взаимное расположение поверхностей излучения	Расчетная схема	Угловой коэффициент излучения
22. Два параллельных круга с центрами на общей нормали к их плоскостям		$\varphi_{12} = \frac{1}{2}\left[X - \sqrt{X^2 - 4(D_2/D_1)^2}\right]$; $X = 1 + \frac{4h^2 + D_2^2}{D_1^2}$
23. Два концентрических цилиндра одинаковой длины		$R = r_2/r_1$; $L = l/r_1$; $A = L^2 + R^2 - 1$; $B = L^2 - R^2 + 1$; $\varphi_{21} = \frac{1}{R} - \frac{1}{\pi R}\left\{\arccos\frac{B}{A} - \frac{1}{2L}\left[\sqrt{(A+2)^2 - (2R)^2}\arccos\frac{B}{RA} + B\arcsin\frac{1}{R} - \frac{\pi A}{2}\right]\right\}$; $\varphi_{22} = 1 - \frac{1}{R} + \frac{2}{\pi R}\operatorname{arctg}\left(\frac{2\sqrt{R^2-1}}{L}\right) - \frac{L}{2\pi R} \times \left\{\frac{\sqrt{4R^2+L^2}}{L}\arcsin\frac{4(R^2-1)+(L/R)^2(R^2-2)}{L^2+4(R^2-1)} - \right.$

Форма и взаимное расположение поверхностей излучения	Расчетная схема	Угловой коэффициент излучения
		$- \arcsin \frac{R^2 - 2}{R^2} + \frac{\pi}{2} \left(\frac{\sqrt{4R^2 + L^2}}{L} - 1 \right) \Big\}$, где для любого аргумента ξ $-\frac{\pi}{2} \leqslant \arcsin \xi \leqslant \frac{\pi}{2}$, $0 \leqslant \arccos \xi \leqslant \pi$
24. Бесконечно длинная плоскость конечной ширины и параллельный ей бесконечно длинный цилиндр	r, в, 2, c, 1, a	$\varphi_{12} = \frac{r}{b-a} \left[\mathrm{arctg} \frac{b}{c} - \mathrm{arctg} \frac{a}{c} \right]$
25. Два параллельных цилиндра одинакового диаметра бесконечной длины	1, D, s, D, 2	$\varphi_{12} = \frac{1}{\pi} \left[\arcsin \frac{D}{s} + \sqrt{\left(\frac{s}{D} \right)^2 - 1} - \frac{s}{D} \right]$

Продолжение табл. 15.4

Форма и взаимное расположение поверхностей излучения	Расчетная схема	Угловой коэффициент излучения
26. Неограниченная плоскость и ряд труб в параллельной плоскости	1, 2, D, s	$\varphi_{12} = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{D}{s}\right)^2} + \frac{D}{s} \operatorname{arctg} \sqrt{\left(\frac{s}{D}\right)^2 - 1}$; $\varphi_{21} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{s}{D} - \sqrt{\left(\frac{s}{D}\right)^2 - 1} + \operatorname{arctg} \sqrt{\left(\frac{s}{D}\right)^2 - 1}\right]$

s/D	1	1,5	2	3	4	5	10
φ_{12}	1	0,850	0,658	0,467	0,360	0,294	0,151

Форма и взаимное расположение поверхностей излучения	Расчетная схема	Угловой коэффициент излучения
27. Неограниченная плоскость и два ряда труб в параллельных плоскостях	1, 2, D, s	$\varphi'_{12} = 1 - (1 - \varphi_{12})^2$; φ_{12} — из п. 26. Для n рядов труб $\varphi'_{12} = 1 - (1 - \varphi_{12})^n$ s/D ....1 1,5 2 3 4 5 10 φ'_{12}......1 0,977 0,883 0,715 0,590 0,500 0,279
28. Бесконечно длинные концентрические цилиндры	2, r_2, 1, r_1	$\varphi_{12} = 1$; $\varphi_{21} = r_1/r_2$; $\varphi_{22} = 1 - (r_1/r_2)$

Продолжение табл. 15.4

Форма и взаимное расположение поверхностей излучения	Расчетная схема	Угловой коэффициент излучения
29. Две параллельные плоскости, размеры которых значительно больше расстояния между ними (бесконечные при конечном расстоянии между ними)		$\varphi_{12} = \varphi_{21} = 1$
30. Выпуклое тело, находящееся между параллельными стенками. Размеры тела малы по сравнению с размерами поверхностей		$\varphi_{12} = \varphi_{21} = 1;$ $\varphi_{23} = \varphi_{13} = 0;$ $\varphi_{31} = \varphi_{32} = \frac{1}{2}$
31. Одно тело, не имеющее вогнутостей, находится внутри другого тела. Две поверхности, образующие замкнутую систему, причем одна из поверхностей не имеет вогнутостей		$\varphi_{12} = 1;$ $\varphi_{21} = F_1/F_2$

Форма и взаимное расположение поверхностей излучения	Расчетная схема	Угловой коэффициент излучения
32. Две поверхности, образующие замкнутую полость. Меньшая поверхность имеет вогнутости	2; 1; F_0; 2; 1; F_0	$\varphi_{12} = F_0/F_1$; $\varphi_{21} = F_0/F_2$, F_0 — поверхность, «натянутая» на соответствующий контур
33. Две бесконечно параллельные полосы разной ширины	a_1; 1; h; 2; a_2	$\varphi_{12} = \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{a_2}{a_1}+1\right)^2+\left(\frac{h}{a_1}\right)^2} - \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{a_2}{a_1}-1\right)^2+\left(\frac{h}{a_1}\right)^2}$; $\varphi_{21} = \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{a_1}{a_2}+1\right)^2+\left(\frac{h}{a_2}\right)^2} - \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{a_1}{a_2}-1\right)^2+\left(\frac{h}{a_2}\right)^2}$

Продолжение табл. 15.4

Форма и взаимное расположение поверхностей излучения	Расчетная схема	Угловой коэффициент излучения
34. Два произвольных цилиндрических тела, частично затеняемых окружающими телами (плоско-параллельная система)		$\varphi_{12} = \frac{1}{2}\frac{A_1NB_2 + A_2MB_1 - A_1CA_2 - B_1KEB_2}{\text{периметр } NA_1B_1M}$ $\varphi_{21} = \varphi_{12}\frac{\text{периметр } NA_1B_1M}{\text{периметр } A_2PRB_2}$
35. Два произвольных тела, частично затеняемых расположенным между ними третьим телом (плоско-параллельная система)		$\varphi_{12} = \frac{1}{2}\left(\frac{B_1C + CB_2 + A_1O + A_2E - B_1B_2 - A_1A_2 - EO}{\text{периметр } A_1B_1}\right);$ $\varphi_{21} = \varphi_{12}\frac{\text{периметр } A_1B_1}{\text{периметр } A_2B_2}$
36. Три невогнутые поверхности, образующие замкнутую систему бесконечной протяженности		$\varphi_{12} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{F_2}{F_1} - \frac{F_3}{F_1}\right);$ $\varphi_{21} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{F_1}{F_2} - \frac{F_3}{F_2}\right);$ $\varphi_{13} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{F_3}{F_1} - \frac{F_2}{F_1}\right);$ $\varphi_{23} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{F_3}{F_2} - \frac{F_1}{F_2}\right)$

Форма и взаимное расположение поверхностей излучения	Расчетная схема	Угловой коэффициент излучения
37. Сфера радиуса r_1 и диск радиуса r_2. Нормаль, проведенная из центра диска, проходит через центр сферы		$\varphi_{12} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+R^2}}\right)$; $R = r_2/h$
38. Сфера и сектор диска. Нормаль, проведенная из центра диска, проходит через центр сферы		$\varphi_{12} = \frac{\alpha}{4\pi}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+R^2}}\right)$; $R = r_2/h$

Форма и взаимное расположение поверхностей излучения	Расчетная схема	Угловой коэффициент излучения
39. Сфера и сегмент диска		$\varphi_{12}=\frac{1}{8}-\frac{\arccos(S/R)}{2\pi\sqrt{1+R^2}}+$ $+\frac{1}{4\pi}\arcsin\frac{(1-S^2)R^2-2S^2}{(1+S^2)R^2}$, $R=r_2/h,\quad S=s/h$
40. Концентрические сферы		$\varphi_{12}=1$; $\varphi_{21}=(r_1/r_2)^2$; $\varphi_{22}=1-(r_1/r_2)^2$

Форма и взаимное расположение поверхностей излучения	Расчетная схема	Угловой коэффициент излучения
41. Бесконечно малые элементы поверхности или площадки конечных размеров на внутренней поверхности сферической полости		$\varphi_{dF_1dF_2} = \varphi_{1dF_2} = \frac{dF_2}{4\pi r^2}$; $\varphi_{dF_1F_2} = \varphi_{12} = \frac{F_2}{4\pi r^2}$
42. Определения коэффициентов облученности по методу «соотношения проекций» (плоскопараллельная система)		$\varphi_{dl_1l_2} = \frac{l_2''}{2R}$; $\varphi_{l_1l_2} = \frac{1}{l_1}\int\limits_{l_1} \varphi_{dl_1l_2} dl_1$

конечной длины (рис. 15.6). Площадь взаимной поверхности облучения этих поверхностей равна полуразности длин упругих нитей, внутренних и внешних, как бы натянутых на оба тела:

$$H_{12}=(l_{\text{внутр}}-l_{\text{внеш}})/2, \tag{15.5.9}$$

где $l_{\text{внутр}}=AD+BC'C$, C' — точка пересечения нити BC с поверхностью CD; $l_{\text{внеш}}=AC+BD$.

Графический метод определения коэффициентов облученности основан на методе «соотношения проекций». Чтобы рассчитать угловой коэффициент φ_{12} между произвольно расположенными плоскими поверхностями F_1 и F_2, вначале определяют локальный угловой коэффициент $\varphi_{dF_1F_2}$ между элементарной площадкой dF_1 поверхности F_1 и поверхностью F_2 (рис. 15.7). Для этого из центра элементарной площадки dF_1 проводят сферическую поверхность радиусом R, меньшим расстояния между площадкой dF_1 и поверхностью F_2. Лучи, идущие от вершин фигуры на поверхности F_2 к центру площадки dF_1, «вырезают» на сферической поверхности контур F'_2, площадь проекции которого на плоскость поверхности F_1 равна F''_2. Локальный угловой коэффициент равен $\varphi_{dF_1F_2}=F''_2/\pi R^2$.

Интегрируя по площади F_1, получаем среднее значение углового коэффициента излучения между поверхностями F_1 и F_2:

$$\varphi_{12}=\frac{1}{F_1}\int\limits_{F_1}\varphi_{dF_1F_2}\,dF_1.$$

В плоскопараллельной системе построение упрощается. При этом

$$\varphi_{dl_1l_2}=l''_2/2R;\quad \varphi_{12}=\frac{1}{l_1}\int\limits_{l_1}\varphi_{dl_1l_2}\,dl_1. \tag{15.5.10}$$

В табл. 15.4 приведены формулы для вычисления угловых коэффициентов излучения для наиболее типичных случаев теплообмена излучением [15.8, 15.16].

15.6. ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ МЕЖДУ ДВУМЯ РЕАЛЬНЫМИ ТЕЛАМИ, ПРОИЗВОЛЬНО РАСПОЛОЖЕННЫМИ В ПРОСТРАНСТВЕ

Решение такой задачи значительно сложнее по сравнению с задачей для черных тел. Для практических расчетов может быть использована формула (15.4.1), в которую вводится в качестве сомножителя приведенная степень черноты системы $\varepsilon_{\text{пр}}$:

$$Q_{12}=\sigma_0\varepsilon_{\text{пр}}(T_1^4-T_2^4)H_{12}. \tag{15.6.1}$$

Для системы, состоящей из двух серых тел со степенями черноты ε_1 и ε_2, приближенно

$$\varepsilon_{\text{пр}}=\varepsilon_1\varepsilon_2.$$

Эта формула справедлива для тел с высокой излучательной (поглощательной) способностью. Для замкнутой системы, составленной из двух невогну-

тых тел, приведенная степень черноты вычисляется по формуле

$$\varepsilon_{пр}=[1+(1/\varepsilon_1-1)\varphi_{12}+(1/\varepsilon_2-1)\varphi_{21}]^{-1}. \qquad (15.6.2)$$

Коэффициенты облученности φ_{12}, φ_{21} и площадь взаимной поверхности облучения $H_{12}\equiv H_{21}$ вычисляются по формулам (15.4.3), (15.4.4) и (15.4.2) или принимаются из табл. 15.4. Если тела 1 и 2 не образуют замкнутую систему, то такую систему следует замкнуть фиктивными абсолютно черными неизлучающими (находящимися при температуре $T=0$ К) телами и $\varepsilon_{пр}$ определять по формуле (15.6.2).

Пример 1. Рассчитать теплообмен излучением между двумя бесконечными параллельными плоскостями со степенями черноты ε_1 и ε_2 и температурами T_1 и T_2. Так как плоскости бесконечно протяженные, то такую систему можно считать замкнутой и использовать для решения формулу (15.6.2).

Из табл. 15.4 имеем: $\varphi_{12}=\varphi_{21}=1$, $H_{12}=F_1$ и $\varepsilon_{пр}=[1/\varepsilon_1+1/\varepsilon_2-1]^{-1}$. Окончательно получаем $Q_{12}=\dfrac{\sigma_0}{1/\varepsilon_1+1/\varepsilon_2-1}(T_1^4-T_2^4)F_1$.

Если степень черноты ε отлична от поглощательной способности a, что возможно при $T_1\gg T_2$, то

$$Q_{12}=\frac{\sigma_0}{1/a_1+1/a_2-1}\left(\frac{\varepsilon_1}{a_1}T_1^4-\frac{\varepsilon_2}{a_2}T_2^4\right)F_1.$$

Пример 2. Рассчитать теплообмен излучением между двумя серыми телами, одно из которых заключено внутри другого, причем внутреннее тело не имеет вогнутостей.

Из табл. 15.4 (п. 31): $\varphi_{12}=1$; $\varphi_{21}=F_1/F_2$; $H_{12}=F_1$. По формуле (15.6.2) $\varepsilon_{пр}=\left[\dfrac{1}{\varepsilon_1}+\dfrac{F_1}{F_2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_2}-1\right)\right]^{-1}$. Окончательно получаем

$$Q_{12}=\sigma_0\left[\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{F_1}{F_2}(1/\varepsilon_2-1)\right]^{-1}(T_1^4-T_2^4)F_1. \qquad (15.6.3)$$

В случаях, когда $F_2\gg F_1$, влиянием степени черноты большей поверхности можно пренебречь и приближенно считать $\varepsilon_{пр}\approx\varepsilon_1$.

При $\varepsilon\neq a$ формула (15.6.3) записывается следующим образом:

$$Q_{12}=\sigma_0\left[1/a_1+\frac{F_1}{F_2}(1/a_2-1)\right]^{-1}\left(\frac{\varepsilon_1}{a_1}T_1^4-\frac{\varepsilon_2}{a_2}T_2^4\right)F_1. \qquad (15.6.4)$$

15.7. ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ МЕЖДУ n СЕРЫМИ ТЕЛАМИ, ОБРАЗУЮЩИМИ ЗАМКНУТУЮ ИЗЛУЧАЮЩУЮ СИСТЕМУ

Замкнутая система состоит из n изотермических тел с постоянными значениями поглощательной (излучательной) и отражательной способностей в пределах каждого тела. Поток результирующего излучения на поверхности i-го тела определяется по формуле [15.10]:

$$Q_i=a_i\sigma_0\sum_{k=1}^{n}a_k(T_k^4-T_i^4)\Phi_{i,k}F_i, \quad i=1,\ 2,\ldots,\ n, \qquad (15.7.1)$$

где $\Phi_{i,k}$ — разрешающий угловой коэффициент излучения между телами i и k, определяемый системой алгебраических уравнений следующего вида:

$$\Phi_{i,k} = \varphi_{i,k} + \sum_{j=1}^{n} r_j \varphi_{i,j} \Phi_{j,k}, \quad i, k = 1, 2, \ldots, n. \qquad (15.7.2)$$

Если излучающая система состоит из двух невогнутых тел 1 и 2, то

$$\varepsilon_{пр} = a_1 a_2 \Phi_{12} \equiv \varepsilon_1 \varepsilon_2 \Phi_{12},$$

где $\Phi_{12} = \dfrac{1}{1 - r_1 r_2}$, и уравнение (15.7.2) вырождается в формулу (15.6.2). Если излучающая система составлена из трех невогнутых изотермических тел, решение задачи существенно осложняется. Однако, если одно из тел оказывается близким по своим свойствам к абсолютно черному, расчетные выражения для $\Phi_{i,k}$ заметно упрощаются.

В частности, если абсолютно черной принимается поверхность тела 3, система (15.7.2) имеет следующее решение:

$$\left.\begin{aligned} \Phi_{1k} &= (\varphi_{1k} + r_2 \varphi_{12} \varphi_{2k})/d_n; \\ \Phi_{2k} &= (\varphi_{2k} + r_1 \varphi_{21} \varphi_{1k})/d_n; \\ \Phi_{3k} &= \varphi_{3k} + (r_1 \varphi_{31} d_{1k}^{(2)} + r_2 \varphi_{32} d_{2k}^{(1)})/d_n, \end{aligned}\right\} \qquad (15.7.3)$$

где

$$\left.\begin{aligned} d_n &= 1 - r_1 r_2 \varphi_{12} \varphi_{21}; \\ d_{1k}^{(2)} &= \varphi_{1k} + r_2 \varphi_{12} \varphi_{2k}; \\ d_{2k}^{(1)} &= \varphi_{2k} + r_1 \varphi_{21} \varphi_{1k}. \end{aligned}\right\} \qquad (15.7.4)$$

Пример. Определить температуру нагревательного элемента электрической печи непрерывного действия, предназначенной для радиационного нагрева изделий. Пространство печи прямоугольного сечения условно разбивается на три зоны: 1 — нагреваемое изделие с температурой T_1 и поглощательной способностью a_1, сплошь покрывающее под печи; 2 — футеровка, представляющая собой боковые поверхности с заданными результирующим потоком Q_2 и поглощательной способностью a_2; 3 — нагревательный элемент, сплошь покрывающий свод печи, с заданным результирующим тепловыделением Q_3 и поглощательной способностью $a_3 \equiv 1$.

Из соотношения (15.7.1), записанного в виде

$$E_i = a_i \sigma_0 \sum_{k=1}^{n} a_k (T_k^4 - T_i^4) \Phi_{i,k}, \qquad (15.7.5)$$

или

$$E_i = \sum_{k=1}^{n} a_{i,k} E_{ki}, \quad i = 1, 2, 3, \qquad (15.7.6)$$

где $a_{i,k} = a_i a_k \Phi_{i,k}$ — разрешающая поглощательная способность зон i и k; $E_{k,i} = E_{0k} - E_{0i} = \sigma_0 (T_k^4 - T_i^4)$, получаем выражения для плотностей потоков

результирующего излучения по зонам 2 и 3:

$$\left.\begin{aligned} E_2 &= a_{21}E_{12} + a_{23}E_{32}; \\ E_3 &= a_{31}E_{13} + a_{32}E_{23}. \end{aligned}\right\} \qquad (15.7.7)$$

Вводя коэффициенты тепловых потерь через футеровку $b=Q_2/Q_3$ или $\rho=$ $=bF_3/F_2$ таким образом, что $E_2=\rho E_3$, из (15.7.7) получаем

$$E_{02}=(a_{21}E_{01}+a_{23}E_{03}-\rho E_3)/(a_{21}+a_{23}) \qquad (15.7.8)$$

или

$$T_2=[(a_{21}T_1^4+a_{23}T_3^4-\rho F_3/\sigma_0)/(a_{21}+a_{23})]^{1/4}. \qquad (15.7.9)$$

Используя (15.7.8) в (15.7.7), находим плотность потока, излучаемого нагревателем,

$$E_{03} = E_{01} - \frac{a_{21} + a_{23} + a_{32}\rho}{a_{31}(a_{21} + a_{23}) + a_{32}a_{21}} E_3 \qquad (15.7.10)$$

или температуру нагревательного элемента

$$T_3 = \left[T_1^4 - \frac{a_{21} + a_{23} + a_{32}\rho}{a_{31}(a_{21} + a_{23}) + a_{32}a_{21}} \frac{E_3}{\sigma_0}\right]^{1/4}, \qquad (15.7.11)$$

после чего по формуле (15.7.9) определим температуру футеровки T_2. Величины a_{ik} в (15.7.9) и(15.7.11):

$$a_{21}=a_2a_1\Phi_{21};\quad a_{23}=a_2\Phi_{23};\quad a_{31}=a_1\Phi_{31};\quad a_{32}=a_2\Phi_{32}, \qquad (15.7.12)$$

где Φ_{ik} находим при помощи соотношений (15.7.3) с учетом невогнутости зон 1 и 3 ($\varphi_{11}=\varphi_{33}\equiv 0$):

$$\left.\begin{aligned} \Phi_{21} &= \varphi_{21}/d_n; \\ \Phi_{23} &= (\varphi_{23} + r_1\varphi_{21}\varphi_{13})/d_n; \\ \Phi_{31} &= \varphi_{31} + (r_1r_2\varphi_{31}\varphi_{12}\varphi_{21} + r_2\varphi_{32}\varphi_{21})/d_n; \\ \Phi_{32} &= \varphi_{32} + [r_1\varphi_{31}(\varphi_{12} + r_2\varphi_{12}\varphi_{22}) + r_2\varphi_{32}(\varphi_{22} + r_1\varphi_{21}\varphi_{12})]/d_n. \end{aligned}\right\} \qquad (15.7.13)$$

Здесь угловые коэффициенты излучения φ_{ik} определяются из следующих соображений. На основании свойства натянутых нитей

$$\varphi_{13} = H_{13}/F_1 = \sqrt{1 + (h/l)^2} - h/l, \qquad (15.7.14)$$

где h, l — высота и ширина прямоугольного сечения печи. На основании свойства взаимности $\varphi_{13}F_1=\varphi_{31}F_3$, где $F_1\equiv F_3=l\cdot 1$ (расчет ведется на единичное значение длины печи). Следовательно, $\varphi_{13}=\varphi_{31}$.

Из свойства замыкаемости следует:

$$\varphi_{12}=1-\varphi_{13};\quad \varphi_{32}=1-\varphi_{31}.$$

На основании свойства взаимности:

$$\varphi_{21}=\varphi_{12}F_1/F_2=\varphi_{12}l/2h;$$

$$\varphi_{23}=\varphi_{32}F_3/F_2=\varphi_{32}l/2h.$$

На основании свойства замыкаемости $\varphi_{22}=1-\varphi_{21}-\varphi_{23}$. Получение расчетных выражений для Φ_{ik} в случае $n>3$ связано с громоздкими операциями, и здесь лучше обращаться к численным методам расчета как Φ_{ik}, так и φ_{ik}, определяющих конфигурацию излучающей системы.

15.8. ДЕЙСТВИЕ ЭКРАНОВ

С помощью экранов можно существенно уменьшить теплоотдачу и улучшить защиту тел от теплового излучения. При расчетах теплообмена экран обычно рассматривается как непрозрачная пластина, обладающая бесконечно высокой теплопроводностью. Использование экранов значительно снижает приведенную степень черноты системы. Например, если между двумя безграничными параллельными поверхностями со степенью черноты ε_1 и ε_2 разместить n экранов, то приведенная степень черноты

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \left[\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\varepsilon'_{i\text{экр}}} + \frac{1}{\varepsilon''_{i\text{экр}}} - 1\right)\right]^{-1}, \quad (15.8.1)$$

где $\varepsilon'_{i\text{экр}}$, $\varepsilon''_{i\,\text{экр}}$ — степень черноты поверхностей i-го экрана. При равенстве степеней черноты ограничивающих поверхностей и экранов

$$\varepsilon_{\text{пр}} = [(n+1)(2/\varepsilon - 1)]^{-1}. \quad (15.8.2)$$

Из этой формулы видно, что при постановке n экранов теплообмен излучением может быть уменьшен в $(n+1)$ раз. Чем выше отражательная способность экрана (ниже его степень черноты), тем сильнее снижается теплообмен излучением при экранировании.

Пример. Определить число экранов, необходимое для того, чтобы поддерживать температуру внешней поверхности полой обмуровки печи не выше $T_2 = 373$ К, если температура внутренней поверхности полой обмуровки $T_1 = 773$ К. Теплопроводностью и конвекцией внутри полости, заполненной экранами, пренебречь. Степень черноты экранов и стенок принять одинаковыми ($\varepsilon = 0{,}87$).

Теплоотдача во внешнюю среду происходит свободной конвекцией и излучением. Температура окружающего воздуха $T_0 = 298$ К, степень черноты окружающего пространства $\varepsilon_0 = 1$.

Плотность теплового потока к внешней поверхности обмуровки равна плотности тепловых потерь обмуровки в окружающую среду $q_{\text{внутр}} = q_{\text{внеш}}$. По условиям задачи плотность теплового потока к внешней поверхности обмуровки со стороны ее внутренней поверхности

$$q_{\text{внутр}} = \sigma_0 \varepsilon_{\text{пр}} (T_1^4 - T_2^4) = \frac{5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 0{,}87}{(n+1)(2-0{,}87)} (773^4 - 374^4) = \frac{14811{,}4}{n+1}.$$

Тепловые потери обмуровки в окружающую среду складываются из теплоотдачи свободной конвекцией $q_{\text{к}} = \alpha(T_2 - T_0)$ и излучением $E = \sigma_0 \varepsilon (T_2^4 - T_0^4)$.

При $\Delta T = 373 - 298 = 75$ К для воздуха произведение $\text{PrGr} > 2 \cdot 10^7$, и следовательно, коэффициент теплоотдачи свободной конвекцией по формуле (10.1 3) равен $\alpha = A_3 \Delta T^{1/3}$, где $A_3 = 0{,}13\lambda(g\beta/\nu a)^{1/3}$, β — коэффициент объемного термического расширения среды, 1/К; ν — кинематическая вязкость, м²/с; a — коэффициент температуропроводности, м²/с. Для рассматриваемых условий и $\langle T \rangle = (373+298)/2 = 335$ К коэффициент $A_3 = 1{,}34$. Следовательно, $q_{\text{к}} = 1{,}34(373-298)^{4/3} = 425{,}06$ Вт/м². Тепловые потери излучением $E =$

$=5{,}67\cdot10^{-8}\cdot0{,}87(3734^4-298^4)=562{,}4$ Вт/м². Таким образом, тепловые потери обмуровки в окружающую среду

$$q_{внеш}=425{,}06+562{,}4=987{,}46 \text{ Вт/м}^2.$$

По условию $q_{внутр}=q_{внеш}$ запишем $14811{,}4/(n+1)=987{,}46$, откуда необходимое количество экранов $n=14811{,}4/987{,}46-1=14$.

15.9. УРАВНЕНИЕ ПЕРЕНОСА ЭНЕРГИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В ИЗЛУЧАЮЩЕЙ И ОСЛАБЛЯЮЩЕЙ СРЕДЕ

Уравнение переноса энергии описывает изменение интенсивности излучения I в направлении его распространения [15.1, 15.14]:

$$\frac{dI_\lambda(M, S)}{dS} = -k_\lambda(M)I_\lambda(M, S) + \frac{1}{4\pi}\eta_{эфф\lambda}(M, S), \quad (15.9.1)$$

где

$$\eta_{эфф\lambda}(M, S) = h_{c\lambda}(M) + \eta_{расс\lambda}(M, S) \quad (15.9.2)$$

— плотность потока эффективного объемного излучения в элементарном объеме с точкой M в направлении луча S, а

$$\eta_{расс\lambda}(M, S) = \beta_\lambda(M)\int\limits_{\Omega=4\pi} I_\lambda(M, S')\gamma_\lambda(M, S', S)d\Omega_{S'} \quad (15.9.3)$$

— плотность потока объемного излучения, рассеянного в направлении S, где $\gamma_\lambda(M, S', S)$ — индикатриса рассеяния излучения элементарным объемом с точкой M из направления S' в направлении S. Индикатриса рассеяния удовлетворяет условию нормировки следующего вида:

$$\frac{1}{4\pi}\int\limits_{\Omega=4\pi}\gamma_\lambda(M, S', S)d\Omega_S = 1. \quad (15.9.4)$$

Если среда обладает изотропным рассеянием, то $\gamma_\lambda \equiv 1$ и

$$\eta_{эфф\lambda}(M, S) \equiv \eta_{эфф\lambda}(M) = \eta_{c\lambda}(M) + \beta_\lambda(M)\eta_{пад\lambda}(M), \quad (15.9.5)$$

где $\eta_{c\lambda}$ и $\eta_{пад\lambda}$ — плотности собственного и падающего объемных излучений, причем

$$\eta_{пад\lambda}(M) = \int\limits_{\Omega=4\pi} I_\lambda(M, S)d\Omega_S. \quad (15.9.6)$$

Для условий, когда эффективным излучением среды $\eta_{эфф\lambda}$ можно пренебречь, уравнение (15.9.1) принимает вид закона Бугера (15.1.16). При $k_\lambda = \text{const}$ получаем

$$I = I_* e^{-k_\lambda L}, \quad (15.9.7)$$

где I_* — интенсивность излучения, падающего на слой среды толщиной L;

$$e^{-k_\lambda L} \equiv d_\lambda \quad (15.9.8)$$

— спектральная пропускательная способность слоя однородной ослабляющей (поглощающей и рассеивающей) среды. Если среда (газ) не рассеивает, то $\beta_\lambda \equiv 0$, и пропускательная способность поглощающей среды запишется в виде $d_\lambda \equiv e^{-\alpha_\lambda L}$.

Соотношение

$$a_\lambda \equiv 1 - e^{-\alpha_\lambda L} = 1 - d_\lambda \qquad (15.9.9)$$

представляет собой спектральную поглощательную способность слоя L.

При выполнении закона Кирхгофа

$$a_\lambda \equiv \varepsilon_\lambda, \qquad (15.9.10)$$

где ε_λ имеет смысл спектральной степени черноты слоя среды толщиной L.

Для поглощающей и рассеивающей среды аналогично:

$$a_\lambda = 1 - e^{-k_\lambda L}; \qquad (15.9.11)$$

для интегрального по спектру излучения

$$a = 1 - e^{-kL}, \qquad (15.9.12)$$

где k — эффективный коэффициент ослабления излучения данной средой.

Формулы (15.9.9) и (15.9.10) могут быть использованы для расчета поглощательной способности различных полупрозрачных сред (газы, светящиеся пламена, запыленные потоки).

15.10. ИЗЛУЧЕНИЕ ГАЗОВ

Газовое излучение рассматривается как излучение несветящегося пламени, основными особенностями которого являются селективность — излучение только в тех областях спектра, в которых $\alpha_\lambda \neq 0$, — и сравнительно высокая прозрачность.

Двухатомные газы обладают настолько низкими значениями α_λ, что практически прозрачны для теплового излучения. Существенно менее прозрачны трехатомные газы.

В топочной технике преимущественно имеет место излучение таких трехатомных газов, как углекислый газ и водяной пар. Они излучают и поглощают энергию в отдельных колебательно-вращательных полосах ИК-области спектра.

Наиболее важную роль в тепловом излучении CO_2 играет полоса 4,3 мкм, а в излучении паров H_2O — полосы 6,3 и 2,7 мкм.

Данные [15.20] о спектральной степени черноты CO_2 и паров H_2O при различных толщинах слоя L (рис. 15.8) показывают, что излучение CO_2 сосредоточено в двух относительно узких полосах спектра; полосы поглощения паров H_2O заполняют широкую область ИК-спектра. Перекрытие полос поглощения CO_2 и H_2O, при котором излучение одного газа частично поглощается другим, снижает степень черноты реальной смеси газов.

Ослабление излучения газовой средой зависит от рода газа, температуры и числа молекул, анходящихся на пути излучения. Согласно *закону Бэра*, поглощательная способность газа в равной мере зависит от давления p и толщины L. Поэтому вместо параметров p и L в рассмотрение обычно вводится их произведение pL, характеризующее эффективность ослабления. Таким образом, интегральная поглощательная способность или степень черноты i-го газа

$$\varepsilon_{г,i} = f(T;\ p_i L). \qquad (15.10.1)$$

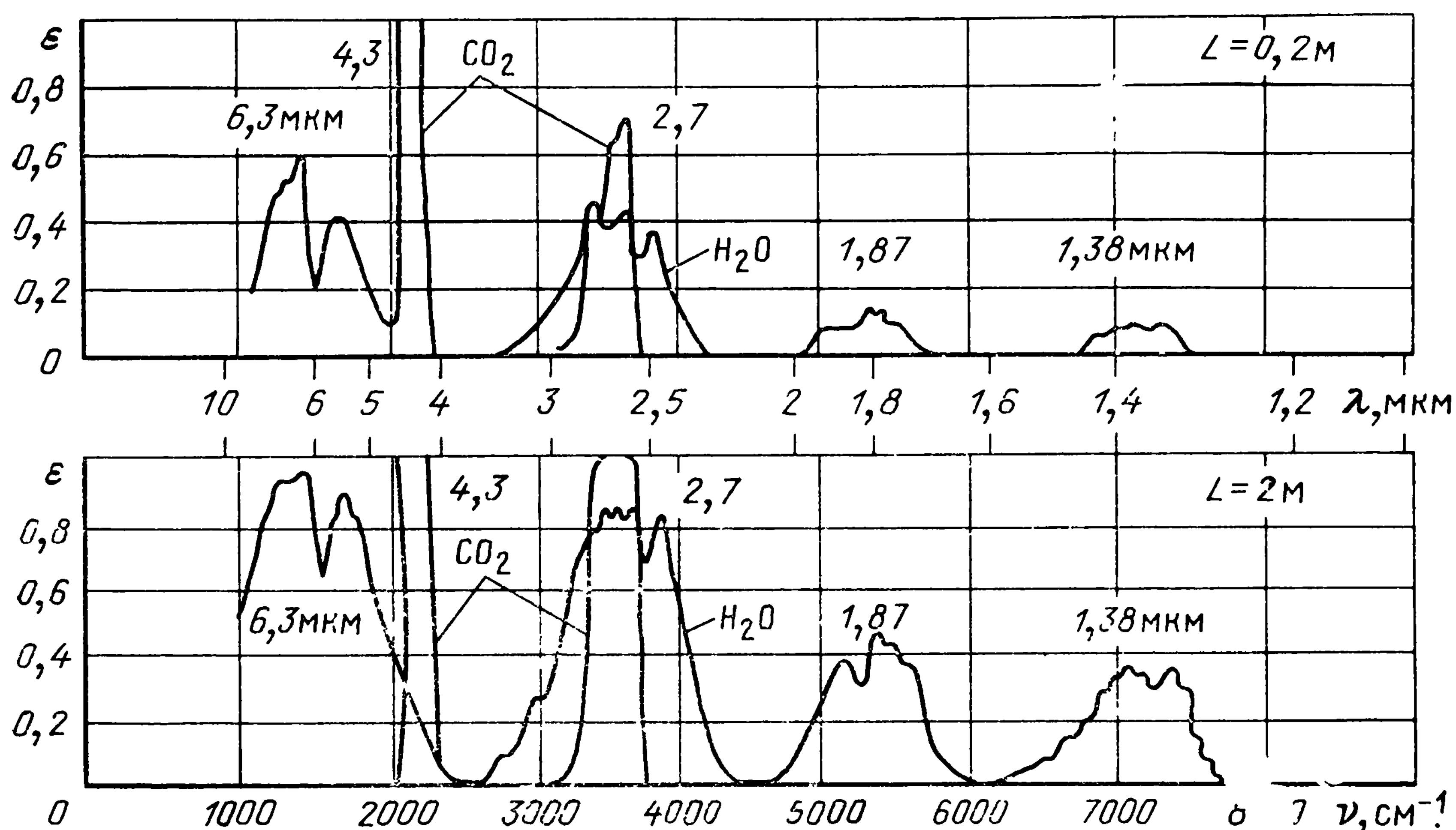


Рис. 15.8. Спектральные степени черноты излучения CO_2 и паров H_2O при $p=0{,}101$ МПа и $T=1200$ К

Опыт показывает, что правило Бэра удовлетворительно соблюдается для углекислого газа. Излучение водяных паров при постоянном значении $p_{H_2O}L$ оказывается также зависящим от p_{H_2O}, что свидетельствует об отклонении от **закона Бэра.**

Влияние температуры на степень черноты газов различно:

$\varepsilon_{CO_2} \sim 1/\sqrt{T}$; $\varepsilon_{H_2O} \sim 1/T$. Собственное излучение $\eta_{cCO_2} \sim T^{3,5}$, а $\eta_{cH_2O} \sim T^3$.

На рис. 15.9 и 15.10 приведены зависимости степеней черноты углекислого газа и водяного пара от T и p_iL [15.21, 15.22].

В значение степени черноты, полученное из рис. 15.10, необходимо ввести поправку β на парциальное давление p_{H_2O}. Она учитывает отклонение от закона Бэра и определяется для заданных значений $p_{H_2O}L$ в зависимости от p_{H_2O} по рис. 15.11. Степень черноты водяных паров вычисляется как произведение $\beta\varepsilon_{H_2O}$. Поправка β дана для случая, когда общее давление $p=0{,}101$ МПа.

Суммарная степень черноты смеси газов CO_2 и H_2O определяется из выражения

$$\varepsilon_{CO_2+H_2O} = \varepsilon_{CO_2} + \beta\varepsilon_{H_2O} - \Delta\varepsilon. \qquad (15.10.2)$$

где $\Delta\varepsilon$ — поправка, учитывающая перекрытие полос поглощения; приближенно можно принять:

$$\Delta\varepsilon \approx \varepsilon_{CO_2}\,\varepsilon_{H_2O}. \qquad (15.10.3)$$

Для расчета степени черноты дымовых газов, получаемых при сжигании энергетических топлив в воздухе, можно воспользоваться приближенной методикой [15.5].

Поглощательная способность газа $a_г$ зависит от собственной температуры $T_г$ и температуры источника излучения — стенки камеры сгорания $T_{ст}$. В основу

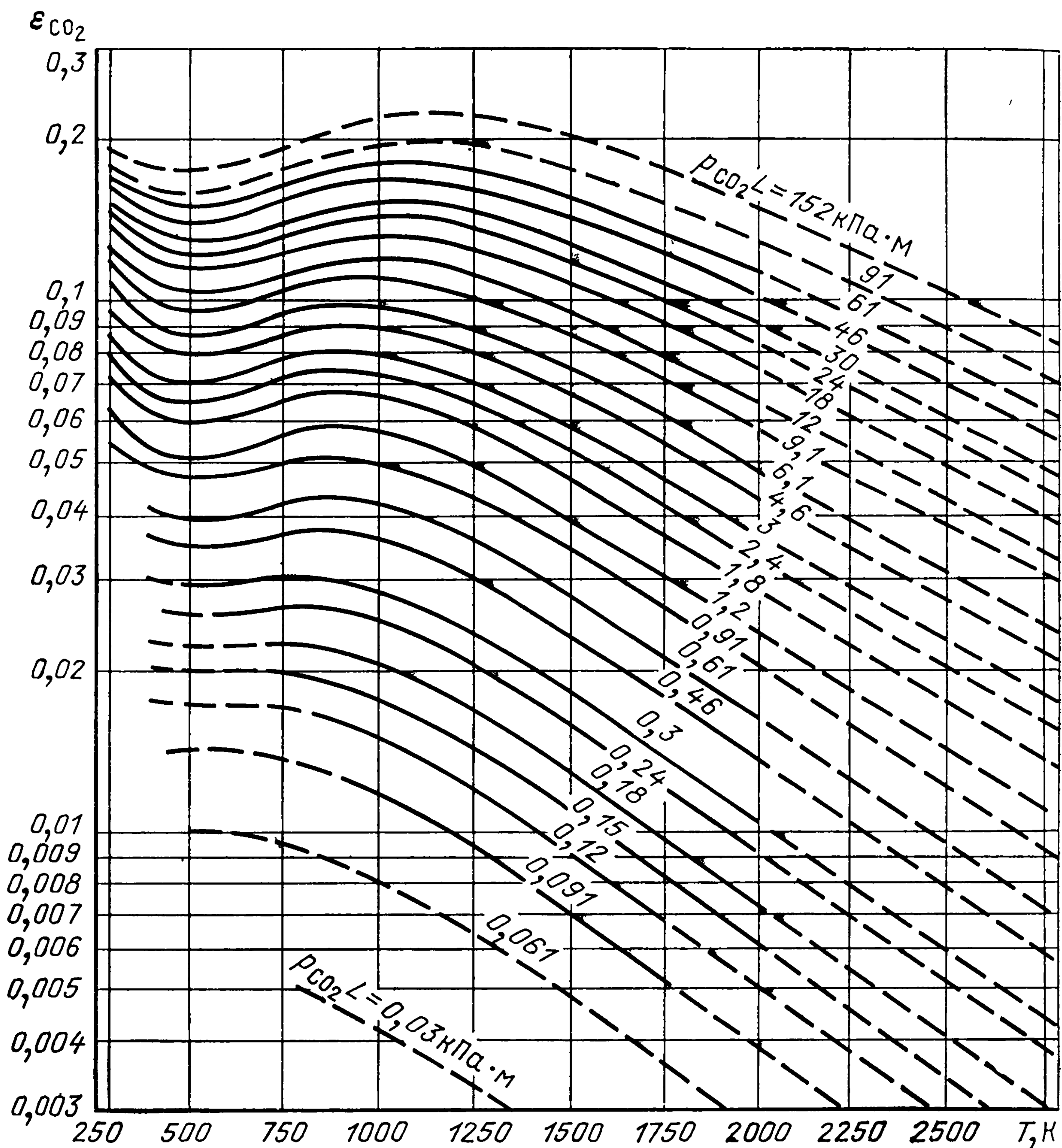


Рис. 15.9. Степень черноты углекислого газа при полном давлении 0,101 МПа

методики определения интегральной поглощательной способности CO_2 и H_2O положены приведенные выше номограммы для интегральной степени черноты. Так, a_{CO_2} и a_{H_2O} определяются следующим образом:

$$a_{CO_2}(T_г,\ T_{ст}) = \left(\frac{T_г}{T_{ст}}\right)^{0,65} \bar{\varepsilon}_{CO_2}(\bar{p}_{CO_2}L,\ T_{ст});$$

$$a_{H_2O}(T_г,\ T_{ст}) = \left(\frac{T_г}{T_{ст}}\right)^{0,45} \bar{\varepsilon}_{H_2O}(\bar{p}_{H_2O}L,\ T_{ст}), \qquad (15.10.4)$$

где

$$\bar{p}_{CO_2} = p_{CO_2} T_{ст}/T_г; \qquad \bar{p}_{H_2O} = p_{H_2O} T_{ст}/T_г; \qquad (15.10.5)$$

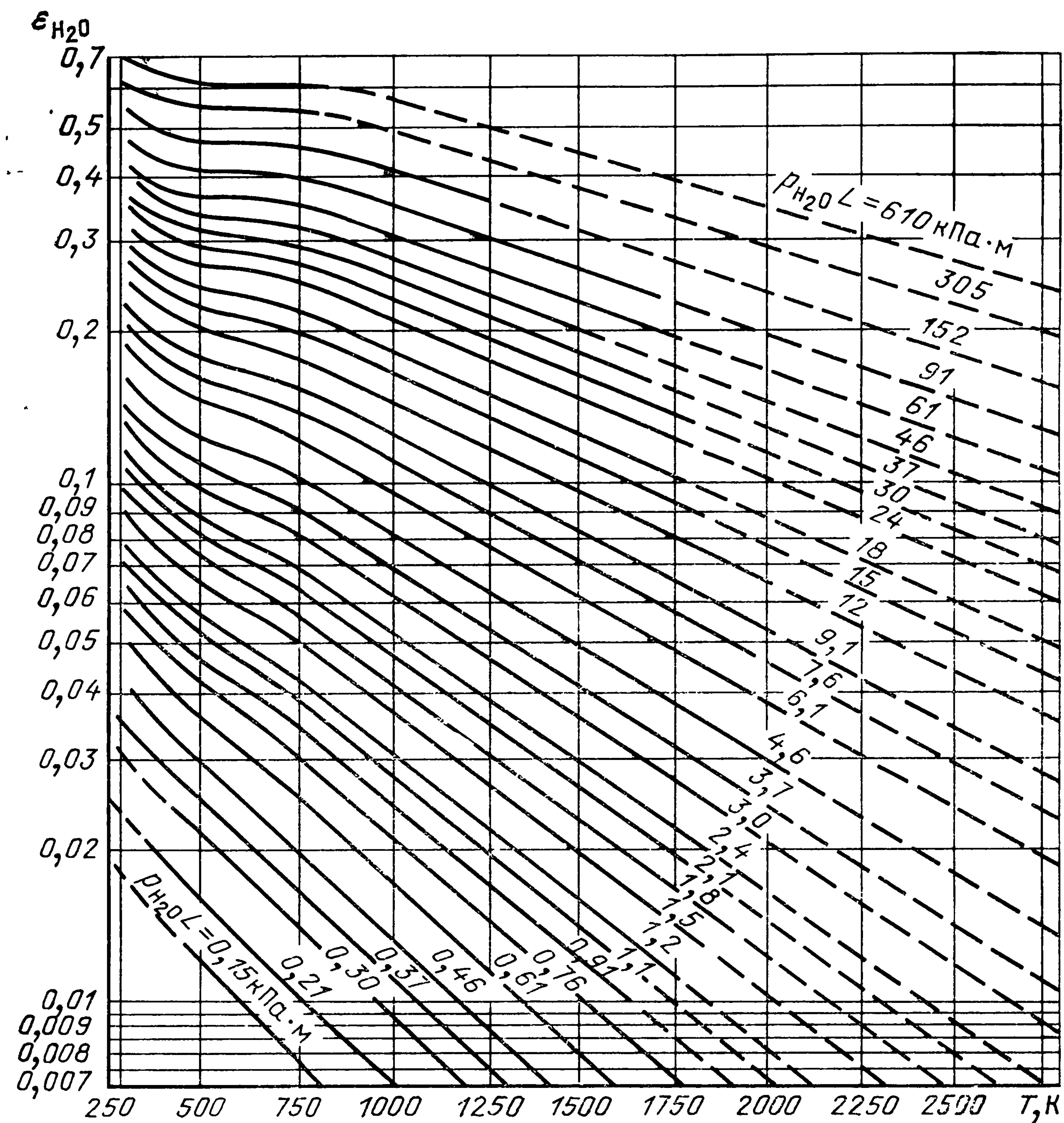


Рис. 15.10. Степень черноты водяного пара при полном давлении 0,101 МПа

$\bar{\varepsilon}_{CO_2}$, $\bar{\varepsilon}_{H_2O}$ — приведенные степени черноты, определяемые по номограммам при $\bar{p}_{CO_2}L$, $\bar{p}_{H_2O}L$ и температуре $T_{ст}$. Суммарная поглощательная способность смеси газов

$$a_{CO_2+H_2O} = a_{CO_2} + a_{H_2O} - \Delta a, \qquad (15.10.6)$$

где Δa — поправка на перекрытие полос поглощения CO_2 и H_2O, определяемая так же, как и для $\varepsilon_{CO_2+H_2O}$.

Наибольшее применение имеет средний интегральный коэффициент поглощения α_P по Планку (рис. 15.12), определяемый по формуле

$$\alpha_P = \left(\int_0^\infty \alpha_\lambda I_{0\lambda}(T) d\lambda \right) \Big/ I_0(T) \qquad (15.10.7)$$

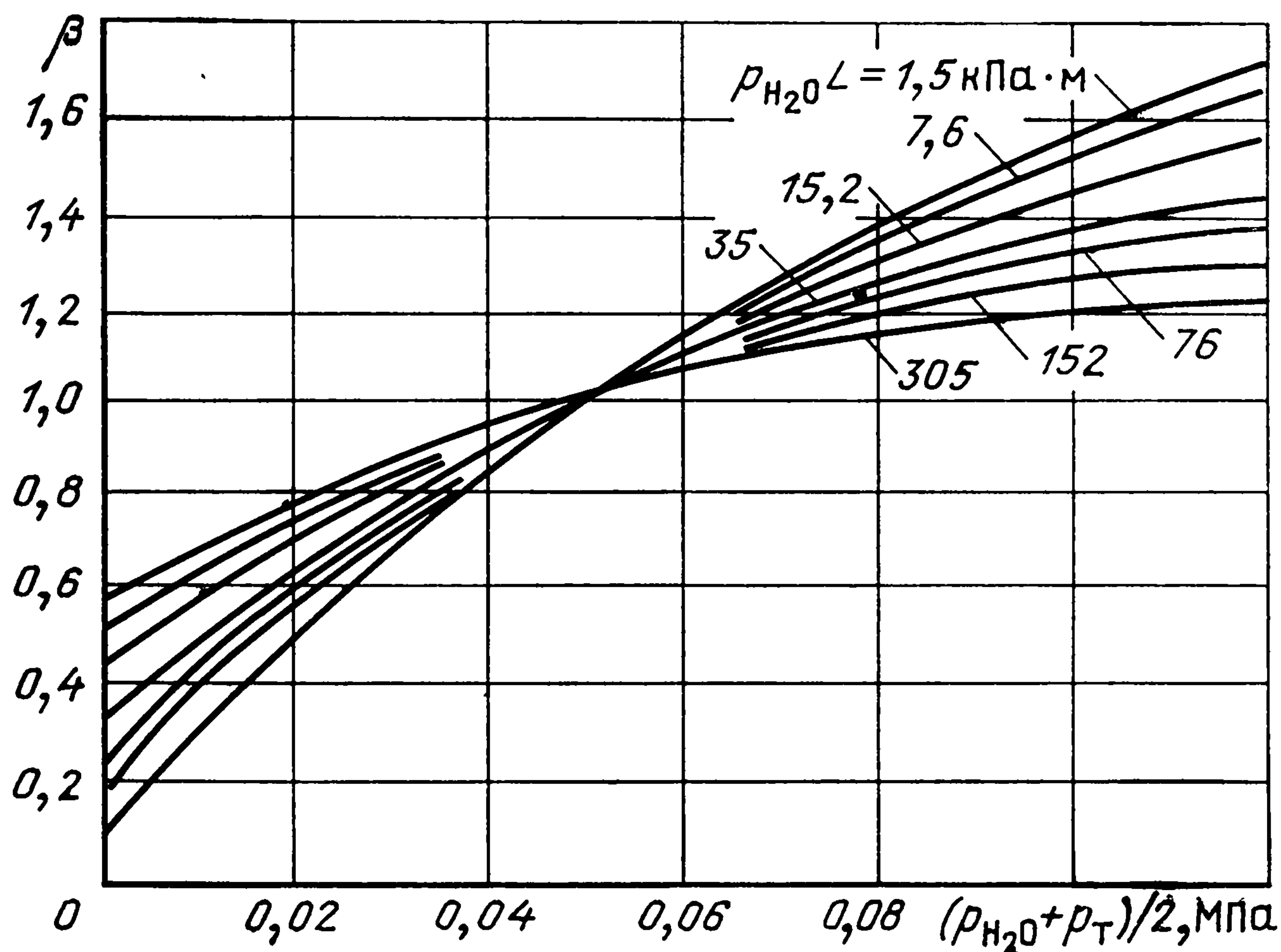


Рис. 15.11. Поправка на парциальное давление водяного пара, p=0,101 МПа

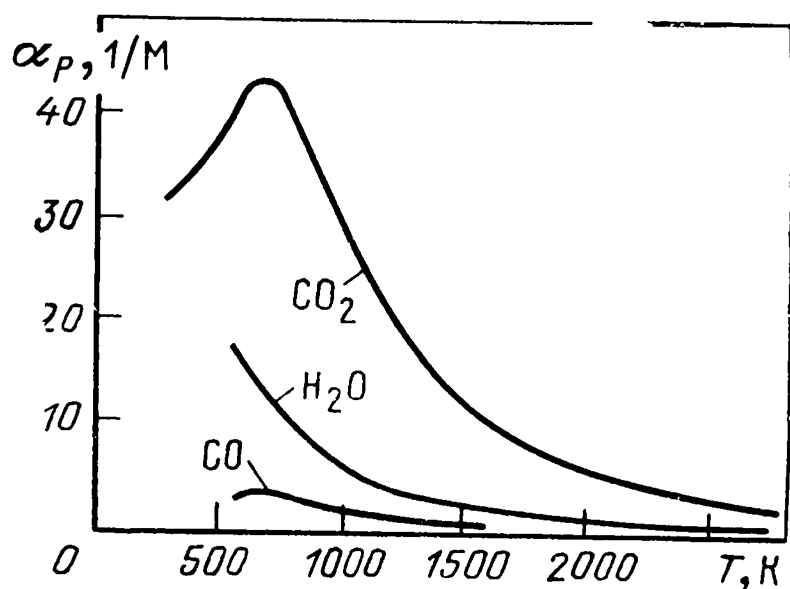


Рис. 15.12. Среднеинтегральные коэффициенты поглощения по Планку для CO_2, CO и паров H_2O при атмосферном давлении [15.16]

и связанный с интегральной степенью черноты $\varepsilon_г$ соотношением

$$\alpha_p = \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_г}{L}\right)_{L\to 0} \qquad (15.10.8)$$

где L — толщина слоя газов.

Теплообмен между газом и окружающей его серой оболочкой, имеющей температуру $T_{ст} \neq T_г$, приближенно рассчитывается по формуле

$$E = \sigma_0 \varepsilon_{ст.эфф}(\varepsilon_г T_г^4 - a_г T_{ст}^4), \qquad (15.10.9)$$

где $\varepsilon_{ст\ эфф}$ — эффективная степень черноты оболочки в присутствии излучающего газа; $\varepsilon_г$ — коэффициент теплового излучения газа при температуре $T_г$; $a_г$ — поглощательная способность газа, определяемая при температуре стенки по формуле (15.10.4). Значения $\varepsilon_{ст.эфф}$ для двух значений $\varepsilon_{ст}$, представляющих пределы наиболее часто встречающихся на практике значений степени черноты стенки топок, приведены в табл. 15.5.

Таблица 15.5. **Эффективная степень черноты** $\varepsilon_{ст.эфф}$

Излучающий газ	$\varepsilon_{ст}=0{,}8$			$\varepsilon_{ст}=0{,}9$		
	$(p_{CO_2}+p_{H_2O})\,L$, кПа·м					
	0,6	6	60	0,6	6	60
Водяной пар	0,96	0,90	0,85	0,98	0,95	0,93
Углекислый газ	0,87	0,83	0,82	0,94	0,93	0,92
Смесь 0,5 H_2O+0,5 CO_2	0,90	0,86	0,85	0,95	0,94	0,93

Приближенно эффективная степень черноты может быть оценена по формуле

$$\varepsilon_{ст.эфф}\approx(\varepsilon_{ст}+1)/2. \tag{15.10.10}$$

15.11. ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАПЫЛЕННЫХ ПОТОКОВ И СВЕТЯЩИХСЯ ПЛАМЕН

Под запыленными потоками обычно понимают потоки газа, несущие взвешенные в них твердые частицы, размеры которых превышают длину волны излучения. В дымовых газах содержатся частицы золы или угольной пыли, размеры которых в среднем колеблются от 5 до 100 мкм, а в ряде энергетических установок присутствуют частицы оксидов металлов (например, оксид алюминия).

Если частицы взвешены в прозрачном для излучения газе (например, пылевоздушный поток), то излучательная и поглощательная способности таких сред определяются для заданных температур и толщин слоя лишь концентрацией, размерами и физическими свойствами самих частиц.

Интегральная поглощательная способность запыленного потока в этом случае определяется по формуле (15.9.12), в которой коэффициент ослабления

$$k=k'_п\mu F, \tag{15.11.1}$$

где $k'_п$ — коэффициент ослабления излучения одиночными частицами; F — средняя удельная площадь поверхности частиц пыли, м²/г; μ — концентрация пыли, г/м³. Произведение $k'_пF$ носит название эффективного сечения ослабления и обозначается $k_п$.

По данным [15.2] эффективное сечение ослабления определяется по формуле

$$k_п=0{,}42\frac{A}{\rho}\sqrt[3]{\frac{T}{d^2}}. \tag{15.11.2}$$

Здесь T — температура потока, К; d — средний диаметр частиц, мкм; ρ — плотность пыли, г/см³; A — коэффициент, зависящий от рода топлива (табл. 15 6).

Значение сечения ослабления $k_п$ и коэффициенты поглощения $a_п$ для золовой пыли можно определять по номограмме рис. 15.13.

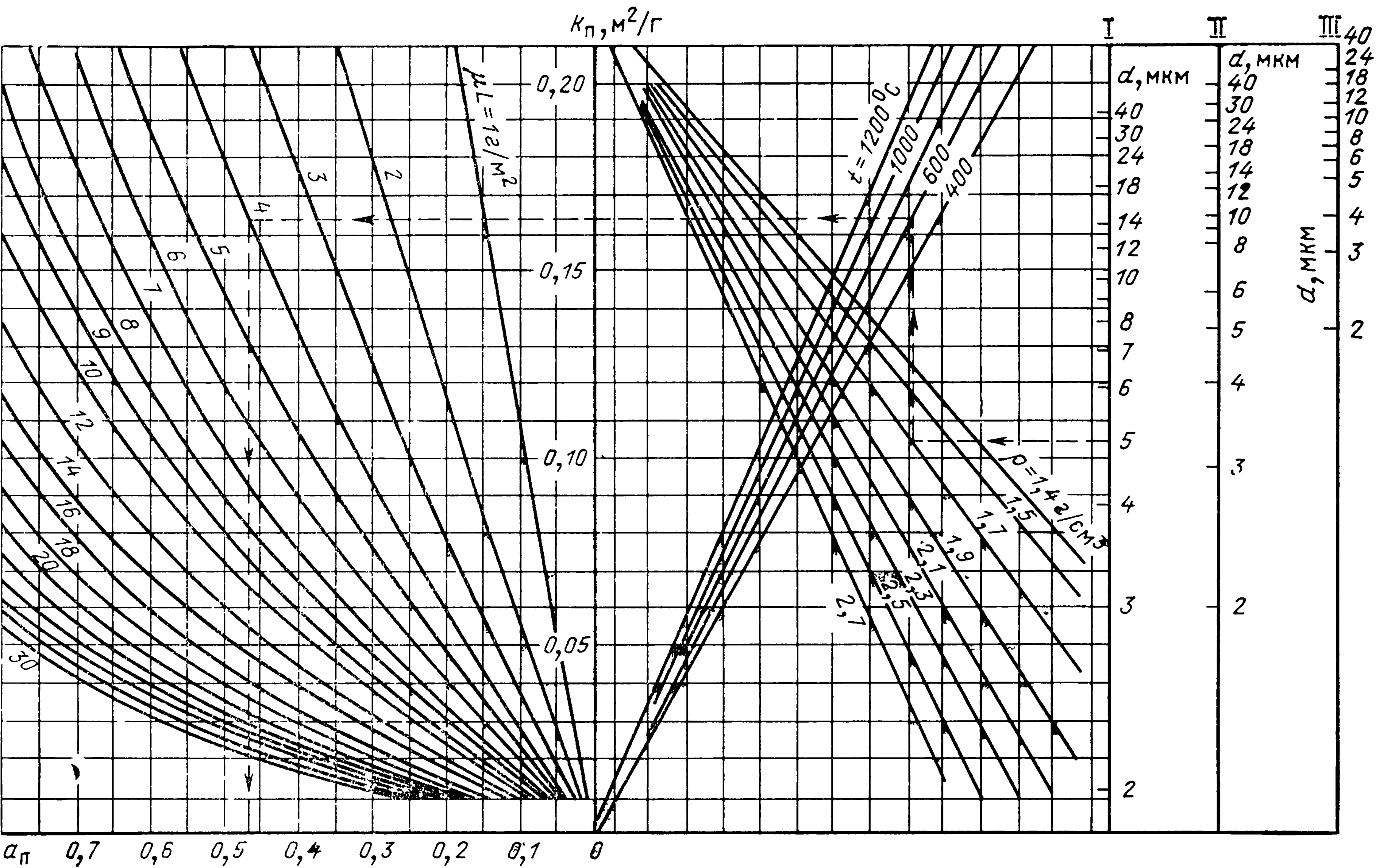


Рис. 15.13. Номограмма для определения эффективных сечений ослабления $k_п$ и коэффициентов поглощения $a_п$ для золовой пыли:

I — для расчета золы печорского угля ПЖ; *II* — для золы подмосковного бурого и донецкого газовых углей, а также золы эстонских сланцев; *III* — для золы антрацитового штыба

Таблица 15.6. **Значения коэффициента A в формуле (15.11.2)**

Вид топлива	A		Вид топлива	A	
	Золовая пыль	Угольная пыль		Золовая пыль	Угольная пыль
Печорский уголь	0,20	0,08	Эстонский сланец	0,15	—
Подмосковный бурый уголь	0,15	—	Тощий уголь	0,12	—
Донецкий газовый уголь	0,15	0,06	Антрацитовый штыб	0,08	0,14

Радиационные свойства потока частиц оксида алюминия можно рассчитывать по формуле (15.9.11) либо по формуле

$$a_\lambda = \varepsilon_\lambda = 1 - 2K_3(\alpha_\lambda L), \qquad (15.11.3)$$

где $K_3(\alpha_\lambda L) = \int\limits_0^1 \exp(-\alpha_\lambda L/x)x dx$, $\alpha_\lambda \Rightarrow \frac{8}{3} A(n)\chi_\lambda D$; $A(n) = 1{,}37$ для $1{,}6 < n < 2{,}0$; экспериментальные данные о коэффициенте ослабления χ_λ приводятся на рис. 15.14 [15.5]. Действительная часть η_λ слабо зависит от длины волны и температуры и может быть выбрана равной 1,8.

Излучение светящегося пламени связано с наличием в нем большого количества мельчайших сажистых частиц, температура которых близка к температуре несущего их газа. Поглощательная способность светящегося пламени зависит от длины волны и возрастает с ее уменьшением. Характер зависимости спектрального коэффициента поглощения a_λ для частиц углерода определяется параметром дифракции

$$D = \pi d/\lambda, \qquad (15.11.4)$$

где d — диаметр частицы; λ — длина волны излучения. Для частиц малых размеров ($D \ll 1$) значение a_λ зависит от λ и не зависит от размера частиц (рис. 15.15). В дифракционной области, где $D \approx 1$, поглощательная способность достигает максимума и заметно меняется при изменении λ и d. Для частиц больших размеров ($D \gg 1$) поглощательная способность не зависит от λ и определяется размером частиц.

Поток частиц углерода больших размеров поглощает и излучает как серое тело, и значения поглощательной и излучательной способности можно определять по формуле

$$\varepsilon = a = 1 - \exp(-XL\mu/\gamma), \qquad (15.11.5)$$

где функция X, характеризующая влияние размера частиц d, мкм, на поглощательную способность потока, определяется по формуле

$$X = \frac{2{,}2}{d}\left(1 + \frac{0{,}35}{\sqrt{d}}\right). \qquad (15.11.6)$$

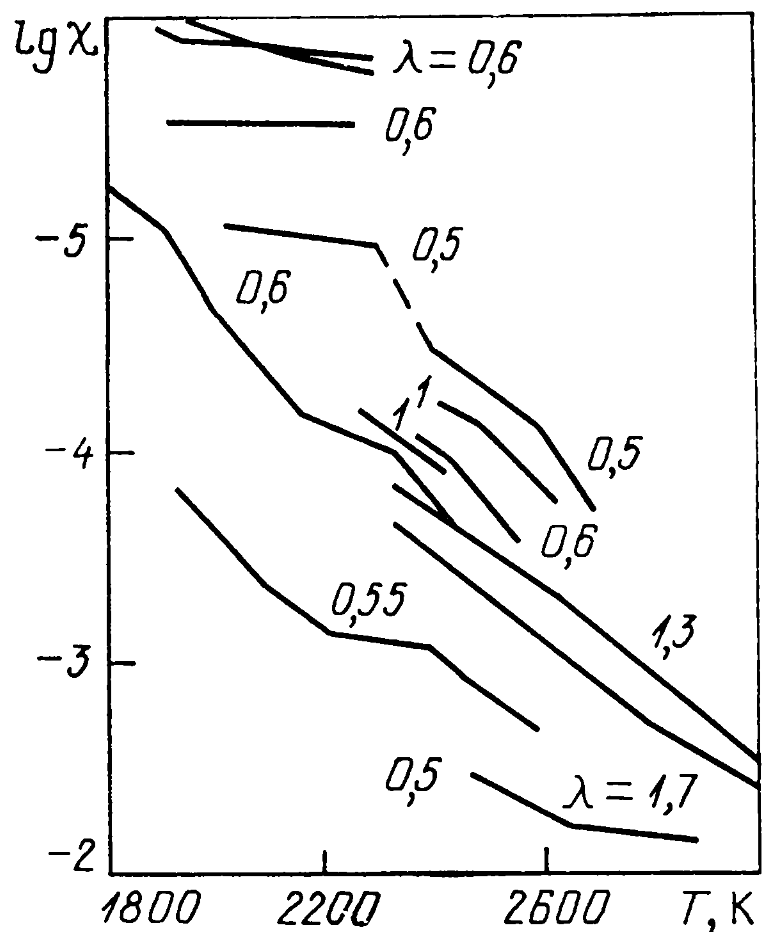
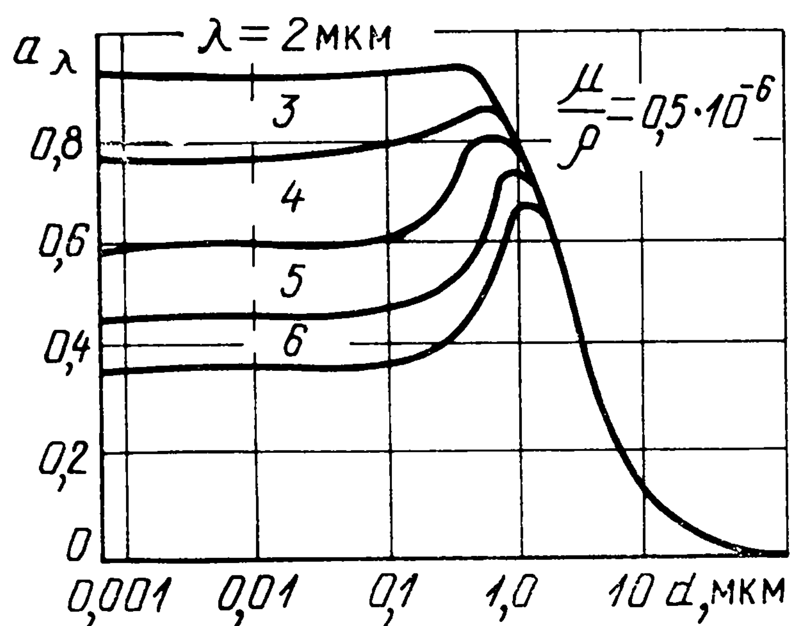


Рис. 15.14. Зависимость спектрального коэффициента поглощения Al_2O_3 от температуры [15.15]



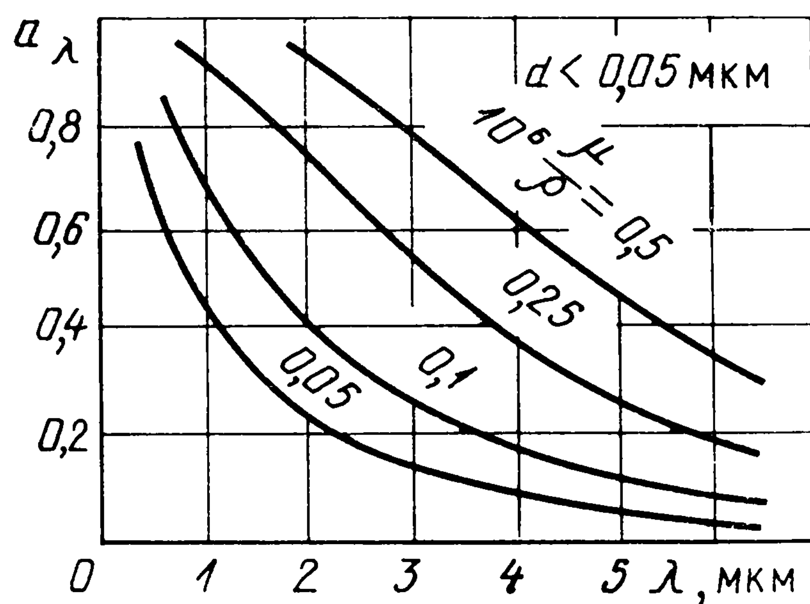


Рис. 15.15. Зависимость спектральной поглощательной способности частиц углерода a_λ от размера d и длины волны излучения λ при толщине слоя $L=1$ м

В газоходах и топках котлов запыленными потоками являются непрозрачные трехатомные газы. Излучение такой среды складывается из излучения потухших трехатомных газов (CO_2 и H_2O) и излучения взвешенных в них твердых частиц.

15.12 ТЕПЛООБМЕН В ИЗЛУЧАЮЩИХ И ОСЛАБЛЯЮЩИХ СРЕДАХ

Теплообмен излучением в системах, заполненных излучающей, поглощающей и рассеивающей средой, рассматривается при условии, что другие виды переноса энергии (теплопроводностью и конвекцией) пренебрежимо малы.

При отсутствии внутренних источников (или стоков) энергии в такой системе устанавливается стационарное распределение температур. В любой точке среды, заполняющей излучающую систему, энергия поглощаемого излучения равна энергии испускаемого излучения, и, следовательно, в соответствии с определением

$$\eta_{рез} \equiv \eta_{пад} - \eta_c \quad (15.12.1)$$

плотность потока объемного результирующего излучения в каждом элементарном объеме среды

$$\eta_{рез} \equiv 0. \qquad (15.12.2)$$

Для плоскопараллельного слоя среды (одномерная задача переноса излучения) условие (15.2.2) записывается в виде выражения

$$dE_{рез}/dx = 0, \qquad (15.12.3)$$

из которого следует, что плотность потока полусферического или поверхностного излученая постоянна в любом сечении слоя.

Условия (15.12.2) и (15.12.3) называются *условиями радиационного равновесия* и имеют отношение к интегральному по спектру либо серому излучению. Анализ теплообмена излучением в подобных локально-равновесных системах сводится к отысканию температурного поля из решения уравнения переноса энергии (15.9.1), используемого либо непосредственно с соответствующими граничными условиями, либо (после преобразования) в интегральном виде. В общем случае корректное решение задачи затруднено и выполнено лишь для излучающих систем классической конфигурации (плоский слой, неограниченный цилиндр, шар) [15.12, 15.14]..

Плоский слой серой среды моделирует широкий класс задач теплообмена излучением. Слой поглощающей, излучающей и рассеивающей среды толщиной L на границах $y=0$ и $y=L$ поддерживается при температурах T_1 и T_2 соответственно.

Уравнение переноса энергии (15.9.1) интегрированием по телесному углу $\Omega=4\pi$ может быть преобразовано в дифференциальное уравнение относительно плотности потока результирующего излучения:

$$\frac{d}{dy}\left(\frac{1}{\alpha}\,\frac{dE_{рез}}{dy}\right) - 3kE_{рез} - 4\,\frac{dE_0}{dy} = 0. \qquad (15.12.4)$$

Уравнение (15.12.4) строго справедливо при слабой неравновесности системы или при достаточно большой оптической толщине слоя: $h_0=\alpha L>1$. Граничные условия к (15.12.4), записываемые в виде

$$\rho_1 E_{рез1} = E_0(0) - E_{01};$$

$$(15\ 12.5)$$

$$\rho_2 E_{рез2} = E_0(L) - E_{02},$$

содержат температурные скачки у границ слоя, и, по определению,

$$E_0(0) - E_{01} = \sigma_0[T^4(0) - T_1^4];$$

$$(15.12.6)$$

$$E_0(L) - E_{02} = \sigma_0[T^4(L) - T_2^4].$$

Здесь $\rho_i = 1/a_i - 1/2$, $i=1,2$; $T(0)$, $T(L)$ — температуры границ слоя. Учитывая, что в рассматриваемых условиях плотность потока результирующего излучения

$$E_{рез} = E_{рез1} = E_{рез2} = \text{const},$$

из (15.12.4) следует формула

$$E_{\text{рез}} = -\frac{4}{3k}\frac{dE_0}{dy}, \tag{15.12.7}$$

которая в общем случае записывается в виде

$$E_{\text{рез}} = -\lambda_{\text{р}}\,\text{grad}\,T, \tag{15.12.8}$$

где $\lambda_{\text{р}} = 16\sigma_0 T^3/3k$ — радиационная теплопроводность газа и потому (15.12.8) называется *приближением радиационной теплопроводности*. Интегрируя (15.12.7) по толщине слоя, получаем

$$E_{\text{рез}} = -\frac{4}{3kL}[E_0(L) - E_0(0)]. \tag{15.12.9}$$

Из (15.12.9) с учетом (15.12.5)—(15.12.6) находим

$$E_{\text{рез}} = \frac{\sigma_0(T_1^4 - T_2^4)}{1/a_1 + 1/a_2 - 1 + 3h_0/4}. \tag{15.12.10}$$

Если на границах слоя $a \neq \varepsilon_1$ и $a_2 \neq \varepsilon_2$, то

$$E_{\text{рез}} = \frac{\sigma_0\left(\frac{\varepsilon_1}{a_1}T_1^4 - \frac{\varepsilon_2}{a_2}T_2^4\right)}{1/a_1 + 1/a_2 - 1 + 3h_0/4}. \tag{15.12.11}$$

В пределе оптически тонкого слоя ($h_0 \to 0$) из (15.12.10) получаем формулу

$$E_{\text{рез}} = \sigma_0(T_1^4 - T_2^4)(1/a_1 + 1/a_2 - 1)^{-1}, \tag{15.12.12}$$

а в случае оптически толстого слоя ($h_0 \to \infty$) — выражение

$$E_{\text{рез}} = \frac{4}{3}h_0\sigma_0(T_1^4 - T_2^4), \tag{15.12.13}$$

свидетельствующее о том, что в оптически толстом слое плотность потока результирующего излучения не зависит от степени черноты границ слоя.

Селективность поглощения и излучения среды можно учесть в предположении, что газ имеет N полос поглощения-испускания шириной $\Delta\lambda$ с постоянным в пределах полосы коэффициентом поглощения. Таким образом, для i-й полосы

$$\int_{\Delta\lambda_i} E_{0\lambda}\,d\lambda \approx E_{0\lambda_i}\Delta\lambda_i.$$

Если предположить, что все полосы имеют одинаковый (средний) коэффициент поглощения $\bar{a}_i = \bar{a}$, то расчетная формула (15.12.10) для плоского слоя селективно поглощающего газа преобразуется к виду

$$E = \frac{\sigma_0(T_1^4 - T_2^4)}{1/a_1 + 1/a_2 - 1}\left[1 - \frac{1}{1 + 4/3\bar{h}_0}\sum_{i=1}^{N} D_i\Delta\lambda_i\right], \tag{15.12.14}$$

где $D_i = (E_{01\lambda_i} - E_{02\lambda_i})/(E_{01} - E_{02})$; $\bar{h}_0 = \bar{a}L$; $E_{01} = \sigma_0 T_1^4$, $E_{02} = \sigma_0 T_2^4$ — плотности потока равновесного интегрального излучения границ; $E_{01\lambda_i} \equiv E_{0\lambda_i}(T_1)$, $E_{02\lambda_i} \equiv E_{0\lambda_i}(T_2)$ — плотности потока равновесного излучения, проинтегрированного в пределах i-й полосы.

Для расчета по формуле (15.12.14) необходимо определить $\Delta\lambda_i$ и α, используя данные о границах полос и средний по Планку коэффициент поглощения α_P (15.10.7). Из соотношения

$$\alpha_P I_0 = \int_0^\infty \alpha_\lambda I_{0\lambda}\, d\lambda = \bar{\alpha} \int_0^\infty I_{0\lambda}\, d\lambda \qquad (15.12.15)$$

при заданных границах полос следует связь между $\bar{\alpha}$ и α_P:

$$\bar{\alpha} = \alpha_P \Big/ \sum_{i=1}^{N} \int_{\Delta\lambda_i} (I_{0\lambda}/I_0) d\lambda. \qquad (15.12.16)$$

Пример. Используя расчетную формулу (15.12.14), преобразованную к виду [15.16]

$$\bar{E} = E\,[\sigma_0(T_1^4 - T_2^4)/(1/a_1 + 1/a_2 - 1)]^{-1} = 1 - \frac{1}{1 + 4/3\bar{h}_0} \sum_{i=1}^{N} D_i \Delta\lambda_i, \qquad (15.12.17)$$

рассчитаем безразмерную плотность потока результирующего излучения в плоском слое углекислого газа, ограниченном поверхностями с температурами $T_1 = 450$ К и $T_2 = 670$ К. Основные полосы поглощения CO_2: 2,7; 4,3 и 15 мкм.

Значение α_P при $T_{ср} = \sqrt[4]{(T_1^4 + T_2^4)/2} = \sqrt[4]{(450^4 + 670^4)/2} = 590{,}1$ К определяется по рис. 15.12 и составляет $\alpha_P = 40$ м$^{-1}$. Средний коэффициент поглощения $\bar{\alpha}$ рассчитывается по формуле (15.12.16) с использованием данных табл. 15.1. На основании расчета связь между величиной $\bar{h}_0 = \bar{\alpha}(T_{ср})L$, входящей в формулу (15.12.17), и величиной $h_0 = \alpha_P(T_{ср})$, входящей в формулу

$$\bar{E} = \left[1 + \frac{3}{4} h_0\right]^{-1} \qquad (15.12.18)$$

для серой среды, определяется формулой

$$\bar{h}_0 = \frac{\bar{\alpha}(T_{ср})}{\alpha_P(T_{ср})} h_0 = 2{,}24 h_0. \qquad (15.12.19)$$

В предельном случае, когда $h_0 \to \infty$, из формулы (15.12.18) следует, что $\bar{E} \to 0$ для серой среды и $\bar{E} \to 1 - \sum_{i=1}^{N} D_i \Delta\lambda_i$ для модели селективно-серой среды, рассмотренной выше; в частности, для CO_2 при $h_0 \to \infty$ $\bar{E} \to 0{,}616$.

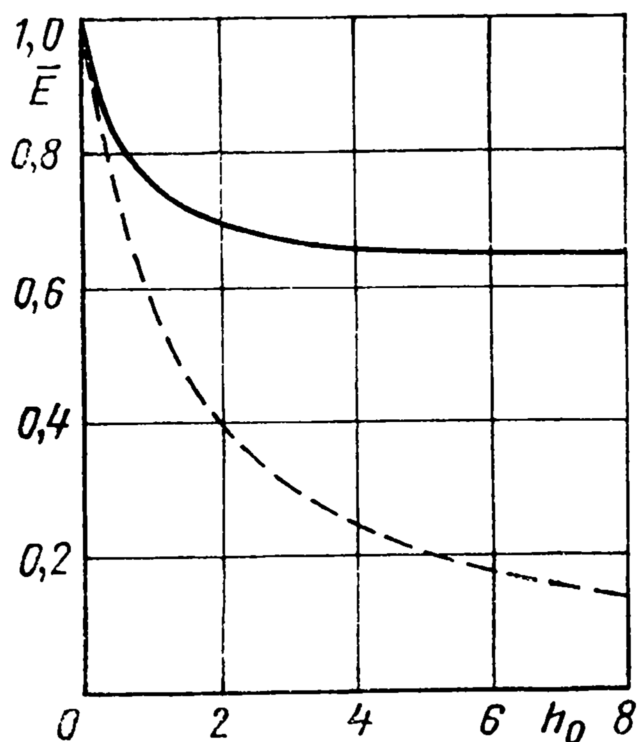


Рис. 15.16. Сопоставление результатов расчетов $\bar{E}$ для моделей серой (штриховая линия) и селективно-серой (сплошная линия) среды CO_2 [15.16]

Из рис. 15.16 видно, что с ростом h_0 расхождение между результатами расчетов $\bar{E}$ для моделей серой и селективно-серой среды увеличивается. Это вызвано тем, что с ростом оптической толщины увеличивается непрозрачность реального, селективно поглощающего газа в пределах полос поглощения, в то время как на других участках спектра газ прозрачен. В сером газе с ростом h_0 увеличивается его непрозрачность по всем длинам волн, и характерные для селективной среды «окна прозрачности» в нем отсутствуют.

15 13 КОМБИНИРОВАННЫЙ ТЕПЛООБМЕН

Теплообмен излучением в реальных условиях обычно взаимосвязан с другими видами процессов переноса энергии (теплопроводностью и конвекцией). В этом случае локальное значение энергии в элементарном объеме исследуемой среды находится простым суммированием энергий, определяемых указанными видами процессов.

Получаемое обобщенное уравнение энергии учитывает нестационарность режима, работу объемных сил трения, а также наличие источников (стоков) теплоты:

$$\operatorname{div}\left[\rho\left(\frac{u^2}{2}+h\right)\mathbf{u}\right]-\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T)+\partial(\rho w)/\partial t=q+\mu \operatorname{diss} f(\mathbf{u})+\eta, \tag{15.13.1}$$

где h — энтальпия; w — энергия единицы массы, равная сумме кинетической и внутренней энергии; $\rho(u^2/2+h)\mathbf{u}=\mathbf{E}_к$, $\lambda \operatorname{grad} T$ — векторы плотности потоков, переносимых конвекцией и теплопроводностью; μ — динамическая вязкость; $\operatorname{diss} f(\mathbf{u})$ — функция диссипации механической энергии; q — плотность внутренних источников (стоков) теплоты в среде; $\eta=-\operatorname{div}\mathbf{E}_{4\pi}$ — интегральное по спектру значение объемной плотности потока результирующего излучения

Радиационно-кондуктивный теплообмен является простейшим и наиболее распространенным в природе и технике видом комбинированного теплообмена Он широко представлен в астро- и геофизике, метеорологии, различных областях энергетики и теплотехники. Строгий учет взаимосвязи излучения и теплопроводности необходим при постановке экспериментов по изучению теплофизических свойств (теплопроводности и теплоемкости) полупрозрачных материалов (стекло, стекломассы, полимеры).

Особенности радиационно-кондуктивного теплообмена хорошо иллюстрируются примером теплообмена в плоском слое серой поглощающей (излучающей) теплопроводной (λ=const) среды с диффузно излучающими серыми

границами. Уравнение энергии (15.13.1), записанное для радиационно-кондуктивного теплообмена в общей форме

$$-\mathrm{div}(\lambda\,\mathrm{grad}\,T)+\mathrm{div}\,\mathbf{E}_{4\pi}=0, \qquad (15.13.2)$$

в рассматриваемом частном случае вместе с граничными условиями имеет вид:

$$\lambda\frac{d^2T}{dy^2}=\frac{dE}{dy},\quad 0\leqslant y\leqslant L; \qquad (15.13.3)$$

$$\left.\begin{aligned} T&=T_1, & y&=0;\\ T&=T_2, & y&=L, \end{aligned}\right\} \qquad (15.13.4)$$

где dE/dy — составляющая плотности потока объемного излучения η в произвольном сечении y плоского слоя (толщиной L) среды.

Интегрируя (15.13.3) по y, получаем выражение для суммарной плотности теплового потока

$$q=-\lambda\frac{dT}{dy}+E(y), \qquad (15.13.5)$$

при этом в каждом сечении слоя в силу стационарности процесса $q=\mathrm{const}$. Повторно интегрируя (15.13.5) в пределах от 0 до y с учетом (15.13.4), получаем

$$T(y)=T_1+\frac{1}{\lambda}\int\limits_0^y E(\xi)\,d\xi-\frac{q}{\lambda}\,y \qquad (15.13.6)$$

— интегральное уравнение для отыскания температурного распределения в слое. Так как $E=f(T(y))$, то уравнение (15.13.6) является нелинейным, и его необходимо решать численными методами. С использованием упрощенного представления $T^4(y)=T_1^4+(T_2^4-T_1^4)y/L$ в интеграле уравнения (15.13.6) в [15.14] получена приближенная формула для расчета безразмерной плотности суммарного теплового потока

$$\bar{q}=\frac{1}{N}(\Theta_2-\Theta_1)+a(h_0)(\Theta_2^4-\Theta_1^4), \qquad (15.13.7)$$

где $\bar{q}=q/(\sigma_0T_*^4)$; $\Theta_i=T_i/T_*$, $i=1,2$; $T_*\equiv T_2$ — характерная температура ($T_2>T_1$); $N=\sigma_0T_*^3L/\lambda$ — критерий радиационно-кондуктивного теплообмена, отражающий долю радиационного переноса энергии по сравнению с теплопроводностью;

$$a(h_0)=\frac{2}{h_0}\left[\frac{2}{3}-\frac{1}{h_0}\left(\frac{1}{2}-2K_5(h_0)\right)\right] \qquad (15.13.8)$$

— для абсолютно черных границ слоя; $K_5(h_0)=\int\limits_0^1\exp(-h_0/x)x^3dx$. В общем случае отражающих ($r_1=r_2$) серых границ слоя $a(h_0)$ определяется по рис. 15.17 [15.1, 15.14].

Если слой среды является оптически тонким ($h_0 \to 0$), суммарная плотность теплового потока определяется как сумма независимых друг от друга потоков, обусловленных теплопроводностью и излучением,

$$q = \lambda (T_2 - T_1)/L + E, \tag{15.13.9}$$

где E определяется формулами (15.12.11) либо (15.12.14). Другой предельный случай — слой с оптически толстой средой ($h_0 \to \infty$), для которого применимо приближение радиационной теплопроводности (15.12.8). Выражение для суммарной плотности потока (15.13.5) в этом случае принимает вид

$$q = -(\lambda + \lambda_p) dT/dy, \tag{15.13.10}$$

или

$$q = -\left(\lambda + \frac{16\sigma_0 T^3}{3k}\right)\frac{dT}{dy}. \tag{15.13.11}$$

Выражение в скобках обычно называется эффективной теплопроводностью среды. Интегрируя (15.13.11) по y с учетом граничных условий (15.13.4), получаем

$$q = \frac{\lambda}{L}(T_2 - T_1) + \frac{4\sigma_0}{3kL}(T_2^4 - T_1^4) \tag{15.13.12}$$

либо в безразмерном виде

$$\bar{q} = \frac{q}{\sigma_0 T_2^4} = \frac{1}{N}(\Theta_2 - \Theta_1) + \frac{4}{3h_0}(\Theta_2^4 - \Theta_1^4). \tag{15.13.13}$$

Здесь, так же как и в случае оптически тонкого слоя, перенос энергии теплопроводностью и излучением осуществляется независимым образом или аддитивно.

Радиационно-конвективный теплообмен — вид реального теплообмена, учитывающий излучение в движущихся средах. Для его описания используют общеизвестные уравнения гидродинамики, включая уравнения количества движения, энергии и неразрывности. При умеренных энергетических параметрах (потоках, температурах), характерных для промышленной теплоэнергетики, радиационно-конвективный теплообмен рассчитывается в предположении, что он не влияет на гидродинамику. В этом случае проблема сводится к решению уравнения энергии, радиационная составляющая которого рассматривается в одномерном приближении. Оценка такого приближения может быть получена из анализа уравнения энергии для пограничного слоя. Для того чтобы $\mathrm{div}\, \mathbf{E}_{4\pi} \approx dE/dy$, следует предположить, что перенос энергии излучения вдоль направления движения среды мал по сравнению с конвективным переносом энергии в этом направлении

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} \gg \frac{\partial E}{\partial x}. \tag{15.13.14}$$

Анализ показал, что уравнение энергии для пограничного слоя можно записать следующим образом:

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{1}{c_p \rho}\frac{\partial E}{\partial y}. \tag{15.13.15}$$

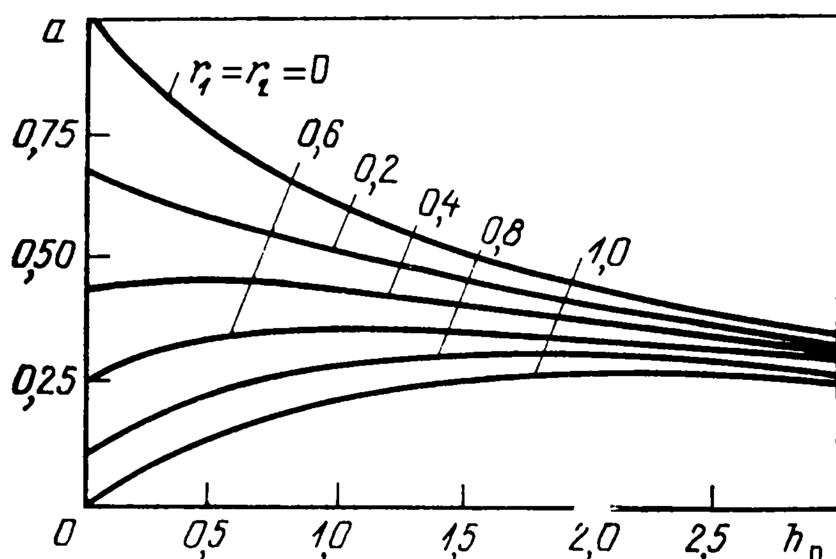


Рис 15.17. Зависимость a от оптической толщины слоя

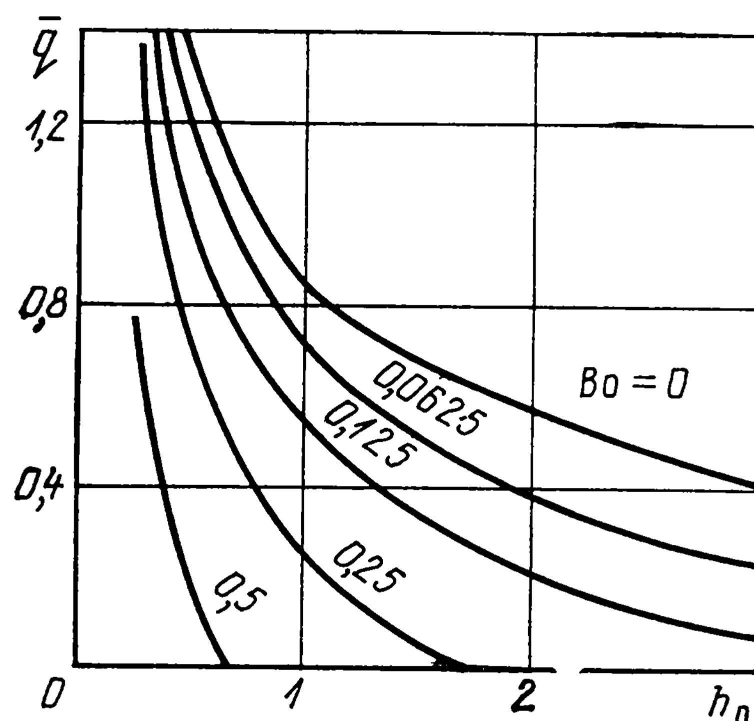


Рис. 15.18. Зависимость безразмерного суммарного потока теплоты от оптической толщины слоя

Частным случаем уравнения (15.13 15) является уравнение

$$c_p \rho v \frac{dT}{dy} = \lambda \frac{d^2T}{dy^2} - \frac{dE}{dy} \qquad (15.13.16)$$

с граничными условиями

$$y=0,\ T=T_1;\ y=L,\ T=T_2, \qquad (15.13.17)$$

определяющее тепловое состояние плоского слоя защитного газа, вдуваемого в поток высокотемпературной среды, обтекающей проницаемую пластину. Подобная модель хорошо описывает также тепловое состояние аблирующих под действием высокотемпературных газовых потоков поверхностей теплозащитных покрытий различных аппаратов, работающих в теплонапряженных условиях.

В безразмерной модификации уравнения (15 13 16) и граничных условий (15.13.17):

$$\mathrm{Bo}\, f(\xi) \frac{d\Theta}{d\xi} = \frac{1}{N} \frac{d^2\Theta}{d\xi^2} - \frac{d\Phi}{d\xi}, \qquad (15.13.18)$$

$$\xi=0,\ \Theta=\Theta_1;\ \xi=1,\ \Theta=\Theta_2, \qquad (15.13.19)$$

где $\Theta = T/T_\infty$; $\xi = y/L$; $\Phi = E/(\sigma_0 T_\infty)^4$, $N = \sigma_0 T_\infty^3 L/\lambda$; $f(\xi) = u/u_\infty$, появляется число Больцмана $\mathrm{Bo} = \dfrac{c_0 \rho u_\infty}{\sigma_0 T_\infty^3}$, характеризующее радиационно-конвективное соотношение составляющих суммарного теплового потока.

На рис. 15.18 приведена зависимость безразмерного суммарного потока $\bar{q}=q/(\sigma_0 T_\infty{}^4)$ от оптической толщины слоя $h_0=\alpha L$, рассчитанная численно и с использованием ЭВМ для слоя с $\Theta_1=0{,}3$, $\Theta_2=1$, $h_0/N=0{,}4$, $\varepsilon_1=\varepsilon_2=1$ [15.14]. Видно, что по мере увеличения числа Bo, которое в данном случае характеризует интенсивность вдува серого поглощающего газа через пористую поверхность, зависимость $\bar{q}$ от h_0 усиливается (малые изменения оптической толщины слоя дают резкое снижение суммарного теплового потока).

Число Во является характерным параметром радиационно-конвективного теплообмена в целом. При $Bo \ll 1$ роль конвекции пренебрежима и теплообмен определяется радиационно-кондуктивным взаимодействием. При $Bo \gg 1$ процессы конвекции становятся определяющими. В этом случае задача упрощается: рассматривается конвективный теплообмен без учета излучения и по вычисленным температурным полям определяется поток излучения на стенку. Промежуточные значения Во характеризуют наиболее сложные случаи радиационно-конвективного взаимодействия. Излучение оказывает заметное влияние на теплообмен при сравнительно слабом перемещении сред. Строгое рассмотрение задач радиационно-конвективного теплообмена, таким образом, сопряжено с решением нелинейных уравнений и осуществляется с привлечением совершенных численных методов и ЭВМ [15.1, 15.8, 15.10, 15.12, 15.14, 15.16]. Приближенные способы расчета радиационно-конвективного теплообмена в пограничных слоях, как правило, основаны на предельных ситуациях (приближения оптически тонкого и оптически толстого слоев). В частности, в приближении оптически толстого слоя суммарный тепловой поток на стенке пластины, обтекаемой ламинарным пограничным слоем, определяется по формуле

$$\bar{q}_{ст} = \frac{q_{ст}}{\lambda(T_{ст} - T_{\infty})} \sqrt{\frac{\nu x}{u_{\infty}}} = -\left(1 + \frac{16}{3h_0} N\right) \Theta'(0), \quad (15.13.20)$$

где $\Theta'(0)$ — безразмерное значение температурного градиента у стенки; $\Theta = (T - T_{ст})/(T_{\infty} - T_{ст})$ — безразмерная температура; $h_0 \approx \alpha\delta_т$ — оптическая толщина, определяемая на основании данных, полученных для неизлучающего теплового пограничного слоя толщиной $\delta_т$. Анализ работ о радиационно-конвективном теплообмене в каналах можно найти в [15.8, 15.16].

Теплообмен в топках котлов. Инженерные методы расчета теплообмена в топках, рекомендованные нормативными материалами [15.18], базируются на числах подобия, полученных из рассмотрения уравнений энергии и переноса энергии излучения. Основная доля теплоты передается поверхностям нагрева, размещаемым в топках, посредством излучения. Излучающей средой являются трехатомные газы и взвешенные в них частицы золы, сажи и топлива. Различают три вида пламени в топочных камерах: несветящееся пламя, получающееся при сжигании газообразных топлив, а также при слоевом сжигании антрацитов и тощих углей; полусветящееся пламя — при камерном сжигании топлив, бедных летучими (антрациты и тощие угли); светящееся пламя — при камерном сжигании твердых топлив, богатых летучими.

Прямая теплоотдача в топках рассчитывается по формуле

$$\Theta_т'' = \frac{T_т''}{T_а} = \frac{(Bo/\varepsilon_т)^{0,6}}{0,445 + (Bo/\varepsilon_т)^{0,6}}, \quad (15.13.21)$$

где $T_т''$ — температура газов, выходящих из топки, К; $T_а$ — теоретическая температура горения, К; $\varepsilon_т$ — степень черноты топки. Формула пригодна при $Bo/\varepsilon_т < 10$ или $\Theta_т'' < 0,9$.

Теоретическая температура горения $T_а$ принимается равной температуре, которая имела бы место при адиабатном сгорании топлива. Число Больцмана

определяется соотношением вида

$$\mathrm{Bo} = \frac{\vartheta B_{\text{р}} c v}{\sigma_0 T_{\text{а}}^3 \xi H_{\text{р}}}, \qquad (15.13.22)$$

где $B_{\text{р}}$ — расчетный расход топлива, кг/ч, определяемый через действительный расход топлива B с учетом потерь от механического недожога; ϑ — коэффициент сгорания топлива, учитывающий потерю тепла из-за наружного охлаждения; ξ — коэффициент загрязнения поверхностей, воспринимающих тепловое излучение ($\xi=1$ для открытых и закрытых гладкотрубных экранов при газообразном топливе; ($\xi=0{,}9$ — при жидком топливе и слоевом сжигании твердого топлива, $\xi=0{,}7$ — при камерном сжигании твердых топлив); $H_{\text{р}}$ — тепловоспринимающая поверхность экранов, $H_{\text{р}}=\varphi\Sigma F_{\text{ст}}$; φ — угловой коэффициент излучения между экранами и стенами топок, определяемый по указаниям § 15.5; c — средняя расчетная объемная теплоемкость продуктов сгорания; v — удельный объем продуктов сгорания (на 1 кг топлива при средней температуре топки)

Степень черноты топки $\varepsilon_{\text{т}}$ зависит от эмиссионных свойств факела $\varepsilon_{\text{ф}}$, от состояния стен топочной камеры, характеризуемого коэффициентом загрязнения ξ, степени экранирования ψ, определяемой для камерных топок по формуле

$$\psi = H_{\text{р}}/F_{\text{ст}}, \qquad (15.13.23)$$

а для слоевых топок с площадью зеркала горения R по формуле

$$\psi = H_{\text{р}}/(F_{\text{ст}} - R), \qquad (15\,13\,24)$$

и для слоевых топок от их геометрической характеристики

$$\rho = R/H_{\text{р}}. \qquad (15.13.25)$$

При равномерном распределении экранов по стенкам топочной камеры $\varepsilon_{\text{т}}$ для слоевых топок рассчитывается по формуле

$$\varepsilon_{\text{т}} = \frac{0{,}82\,[\varepsilon_{\text{ф}} + (1 - \varepsilon_{\text{ф}})\,\rho\psi]}{1 - (1 - \psi\xi)(1 - \rho\psi)(1 - \varepsilon_{\text{ф}})}, \qquad (15.13.26)$$

для камерных топок

$$\varepsilon_{\text{т}} = \frac{0{,}82\varepsilon_{\text{ф}}}{\varepsilon_{\text{ф}} + (1 - \varepsilon_{\text{ф}})\,\psi\xi}. \qquad (15.13.27)$$

Формула (15.13 27) используется для расчета степеней черноты камерных топок, в которых экранированы более чем две плоскости, ограничивающие топку. Если поверхность, воспринимающая излучение, расположена только в выходном сечении камерной топки или занимает выходное сечение и одну из стен, то

$$\varepsilon_{\text{т}} = \frac{0{,}82\varepsilon_{\text{ф}}(1 - \varepsilon_{\text{ф}}\psi\xi)}{\varepsilon_{\text{ф}} + (1 - 2\varepsilon_{\text{ф}})\,\psi\xi}. \qquad (15.13.28)$$

Степень черноты факела $\varepsilon_{\text{ф}}$ рассчитывается по уравнению

$$\varepsilon_{\text{ф}} = \beta a, \qquad (15\,13.29)$$

где a — поглощательная способность топочной среды; β — коэффициент, характеризующий степень заполнения топочного объема пламенем и в зависимости от вида пламени равный:

Несветящееся пламя	1,0
Светящееся сажистое пламя жидких топлив	0,75
Светящееся и полусветящееся пламя твердых топлив	0,65

При сжигании смеси топлив, дающих различную светимость пламени, $\varepsilon_ф$ рассчитывается для топлива, характеризующегося большей светимостью пламени, а коэффициент ξ выбирается по тому топливу, для которого он имеет меньшее значение.

Поглощательная способность топочной среды a рассчитывается по формуле (15.9.12), в которой толщина излучающего слоя, м, приближенно равна

$$L \approx 3{,}6V/F, \tag{15.13.30}$$

где V — объем газового тела; F — площадь окружающей оболочки.

Коэффициент поглощения α либо ослабления k определяется по формуле (15.11.1) для светящегося пламени или запыленных газов.

С ростом мощности котлов увеличивается объем топочной среды и ее оптическая толщина, что ведет к увеличению неизотермичности факела в поперечных сечениях топки. Излучение высокотемпературного ядра факела экранируется холодным пристенным слоем газов. Это ведет к снижению тепловосприятия и увеличению температуры газов на выходе из топки. На основании обобщения опытных данных в [15.7] предложена формула

$$\Theta_т'' = 1 - 0{,}44\Pi_*^{-0{,}6}. \tag{15.13.31}$$

Здесь

$$\Pi_* = 0{,}1268M^{-5/3}\left(\frac{T_а}{1000}\right)^2 \frac{\mathrm{Bo}}{a_т} \tag{15.13.32}$$

— топочный критерий;

$$M = A\left(1 - B\frac{H_г + \Delta H}{H_т}\right) \tag{15.13.33}$$

— критерий, косвенно характеризующий расположение максимума температур по высоте топки; $H_г$, $H_т$ и ΔH — соответственно высота расположения горелок, выходного окна топки и поправка на смещение зоны максимальных температур из-за поворота горелок и затягивания процесса воспламенения топлива; коэффициенты A, B устанавливаются в зависимости от вида топлива и приведены ниже:

	A	B
Мазут и газ	0,54	0,37
Твердые высокореакционные топлива	0,59	0,85
Твердые низкореакционные топлива	0,56	0,89

Другая разновидность инженерной методики расчета теплообмена в топках, представленная в [15.2], использует зависимость

$$Bcv(T_а - T_т'') = \sigma_0 \varepsilon_т^* F_р (T_ф^4 - T_{сл}^4), \tag{15.13.34}$$

полученную из уравнений радиационного теплообмена и теплового баланса топки. Здесь $T_ф$, $T_{сл}$ — соответственно температура факела и поверхности за-

грязненного слоя на экранных трубах; $F_р$ — площадь поверхности нагрева, воспринимающая излучение топки; $\varepsilon_т^*$ — приведенная степень черноты топочной камеры, определяемая соотношениями типа (15.13.26)—(15.13.29) с поправкой, учитывающей влияние селективности излучения на теплообмен.

Строгое решение задачи применительно к реальным геометриям топок практически не выполнимо. Поэтому получили распространение приближенные методы, основанные на зональных методах расчета теплообмена излучением. В этом случае топочное пространство разбивается на конечное число оптически однородных изотермических объемных и поверхностных зон, между которыми осуществляется радиационный и конвективный теплообмен. Более подробно о зональных расчетах топок и путях развития этого направления см. [15.2, 15.11].

Глава шестнадцатая

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕПЛОВОГО И ГИДРАВЛИЧЕСКОГО РАСЧЕТА АППАРАТОВ И УСТРОЙСТВ

16.1. ТЕПЛООБМЕННЫЕ АППАРАТЫ

В теплообменных аппаратах осуществляется передача теплоты от теплоносителя с большей температурой к теплоносителю с меньшей температурой. Существует три главных типа таких устройств:

1) *рекуператоры,* в которых греющая и нагреваемая среды (теплоносители) разделены неподвижной теплообменной поверхностью. Последняя по отношению к греющей среде является поверхностью охлаждения, а по отношению к нагреваемой среде — поверхностью нагрева;

2) *регенераторы,* в которых поверхность теплообмена попеременно омывается обеими средами, при этом теплота в начале цикла аккумулируется в массе регенератора за счет теплоотдачи от греющей среды, а в последующем отдается нагреваемой среде. Регенераторы могут быть неподвижными и подвижными. Например, неподвижная кирпичная или каменная кладка попеременно омывается горячими продуктами сгорания топлива и нагреваемым воздухом; вращающийся барабан с металлической набивкой, проходящий за один оборот подводящие каналы горячего теплоносителя и нагреваемой среды;

3) *смесительные аппараты,* в которых греющая и нагреваемая среды вступают в непосредственный контакт. Например, конденсация пара на струях жидкости или при его барботаже через некоторый объем жидкости. К таким устройствам относятся также и различного рода скрубберы.

Вращающиеся регенераторы обычно компактнее рекуператоров. Однако они не могут работать при существенных перепадах давлений теплоносителей, не исключают перетечки последних, из-за наличия вращающихся частей более сложны конструктивно и в эксплуатации.

Аппараты смешения обычно просты конструктивно, компактны, но не применимы, если нагреваемая и греющая среды не должны смешиваться.

16.2. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ АППАРАТОВ С ПОВЕРХНОСТЯМИ ТЕПЛООБМЕНА, РАЗДЕЛЯЮЩИМИ ТЕПЛОНОСИТЕЛИ

В общем случае расчет рекуператоров и регенераторов ведется по формуле

$$Q = \int_F k\Delta T dF, \qquad (16.2.1)$$

где F — расчетная площадь поверхности теплообмена, м^2; k — коэффициент теплопередачи от одного теплоносителя к другому, Вт/(м^2·К); ΔT — разность расчетных температур теплоносителей, К. Расчетной температурой обычно является ее среднемассовое значение в данном по ходу потока сечении канала.

Тепловой баланс теплообменного аппарата связывает тепловой поток, определенный по (16.2.1), с изменением теплосодержания теплоносителей

$$Q = |G_1(h_{11}-h_{12})| = |G_2(h_{21}-h_{22})|, \qquad (16.2.2)$$

где G_i — массовый расход теплоносителя, кг/с; h_{i1} — энтальпия i-го теплоносителя при входе в аппарат, Дж/кг; h_{i2} — то же при выходе из аппарата. Если нет фазовых переходов и сильного изменения теплоемкости, то $c_p \approx \text{const}$ и $h_i = c_{pi}T_i$, где c_{pi} — теплоемкость i-й среды, Дж/(кг·К).

Обычно коэффициент теплопередачи можно считать постоянным, вводя его усредненное некоторым образом значение на всей поверхности теплообмена F или разбивая ее на отдельные участки F_i (например, в газоходах парового котла). Тогда расчетная формула теплопередачи примет вид

$$Q_i = k_i F_i \langle \Delta T_i \rangle. \qquad (16.2.3)$$

Расчетная разность температур теплоносителей

$$\langle \Delta T_i \rangle = F_i^{-1} \int_{F_i} \Delta T dF \qquad (16.2.4)$$

зависит от направлений движения теплоносителей и их температур.

Используют разные виды взаимного движения греющей и нагреваемой сред (рис. 16.1). При *прямотоке* (↑↑) температура нагреваемой среды при выходе из аппарата T_{22} не может превысить температуру греющей среды также при выходе из аппарата T_{12} (рис. 16.2,*а*). При *противотоке* (↑↓) нагреваемая среда может достигнуть температуры, близкой к температуре греющей среды при входе в аппарат (рис 16.2,*б*).

Все остальные схемы движения теплоносителей по температурным соотношениям находятся между прямотоком и противотоком.

16.3. СРЕДНЯЯ РАСЧЕТНАЯ РАЗНОСТЬ ТЕМПЕРАТУР

При наличии тепловыделения в греющей среде вследствие химических реакций, абсорбции и т. п. при k=const, c_p=const расчетная формула для определения разности температур теплоносителей имеет вид [16.17]

$$\langle \Delta T \rangle = \psi \left[\frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln[(\Delta T_1 - \Theta)/(\Delta T_2 - \Theta)]} + \Theta \right], \qquad (16.3.1)$$

где $\Theta = Q_x \langle \Delta T \rangle / [Q(1+(-1)^i B_2/B_1)]$; $i=0$ — при прямотоке, $i=1$ — при противотоке; $\Delta T_1 = T_{11} - T_{2(i+1)}$; $\Delta T_2 = T_{12} - T_{2(2-i)}$; $B_1 = c_{p1} G_1$; $B_2 = c_{p2} G_2$; Q_x — тепловая мощность, выделяемая или поглощаемая в результате химических реакций в аппарате; $Q = B_1(T_{12} - T_{11})$ — тепловая мощность, передаваемая в аппарате; $\psi = 1$ при чистом прямотоке или противотоке.

Комплекс Θ, имеющий размерность температуры, можно записать следующим образом:

$$\Theta = \left[1 - \frac{T_{21} - T_{22}}{(T_{12} - T_{11}) B_2/B_1}\right] \frac{\langle \Delta T \rangle}{1 + (-1)^i B_2/B_1}. \qquad (16.3.2)$$

Разность температур $\langle \Delta T \rangle$ находится из уравнения (16.3.1) при подстановке в него (16.3.2). При $Q_x = 0$ выражение (16.3.1) переходит в среднелогарифмическую разность температур

$$\langle \Delta T \rangle = \psi \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1 / \Delta T_2)}. \qquad (16.3.3)$$

Для схем течения теплоносителей, отличных от прямотока и противотока, разности температур на входе и выходе из аппарата определяются так же,

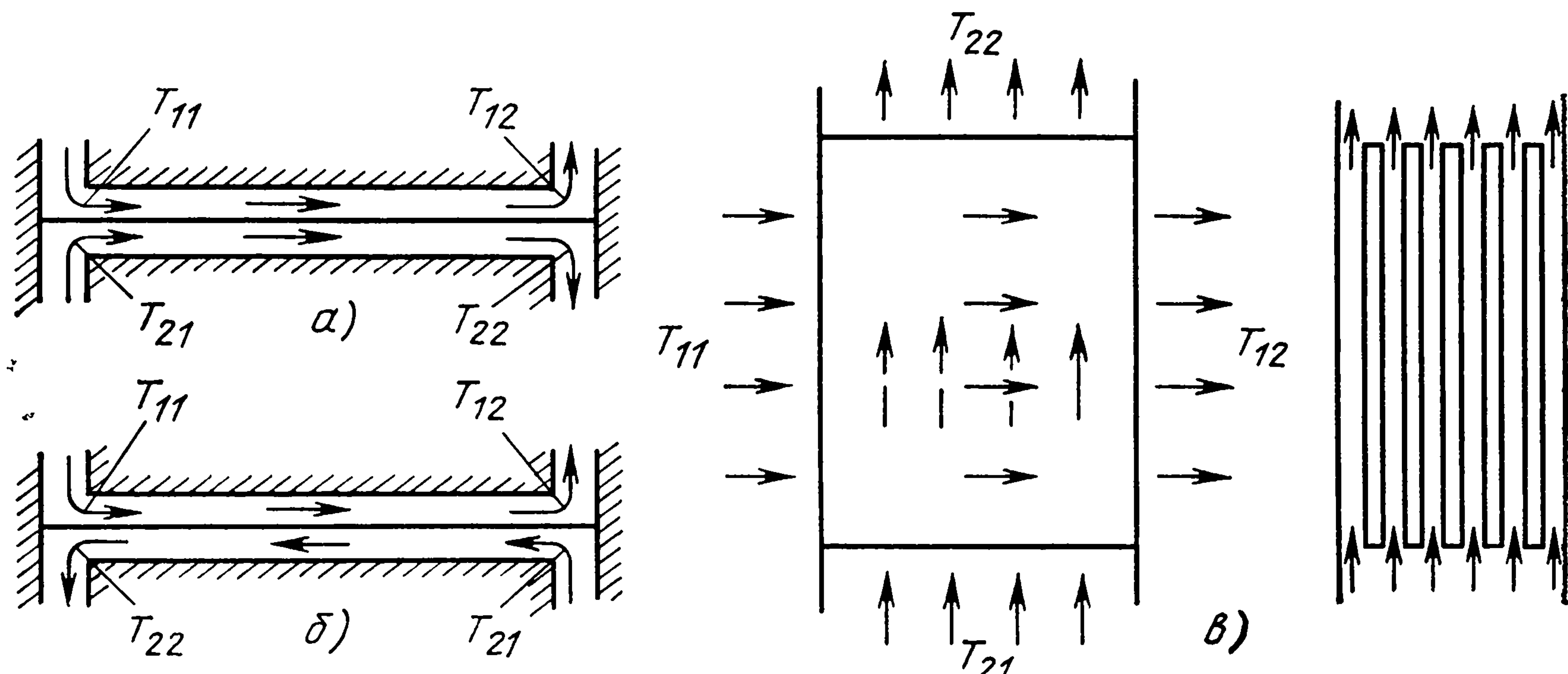


Рис. 16.1. Основные виды взаимного движения теплоносителей:
а — прямоток; *б* — противоток; *в* — однократно перекрестный ток

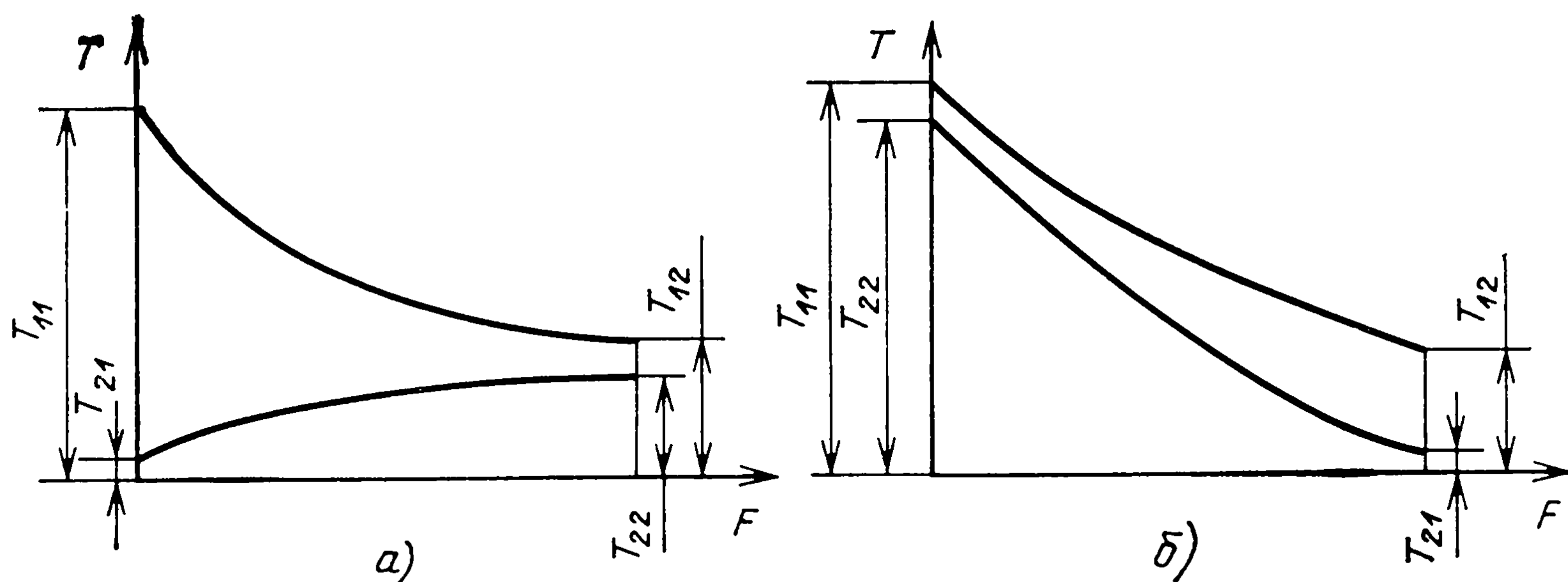


Рис. 16.2. Распределение температур вдоль поверхности теплообмена:
а — при прямотоке; *б* — при противотоке

как и при противотоке, а коэффициент $\psi \neq 1$ и определяется как функция параметров:

$$P = \frac{T_{22} - T_{21}}{T_{11} - T_{21}}, \quad R = \frac{T_{11} - T_{12}}{T_{22} - T_{21}}. \quad (16.3.4)$$

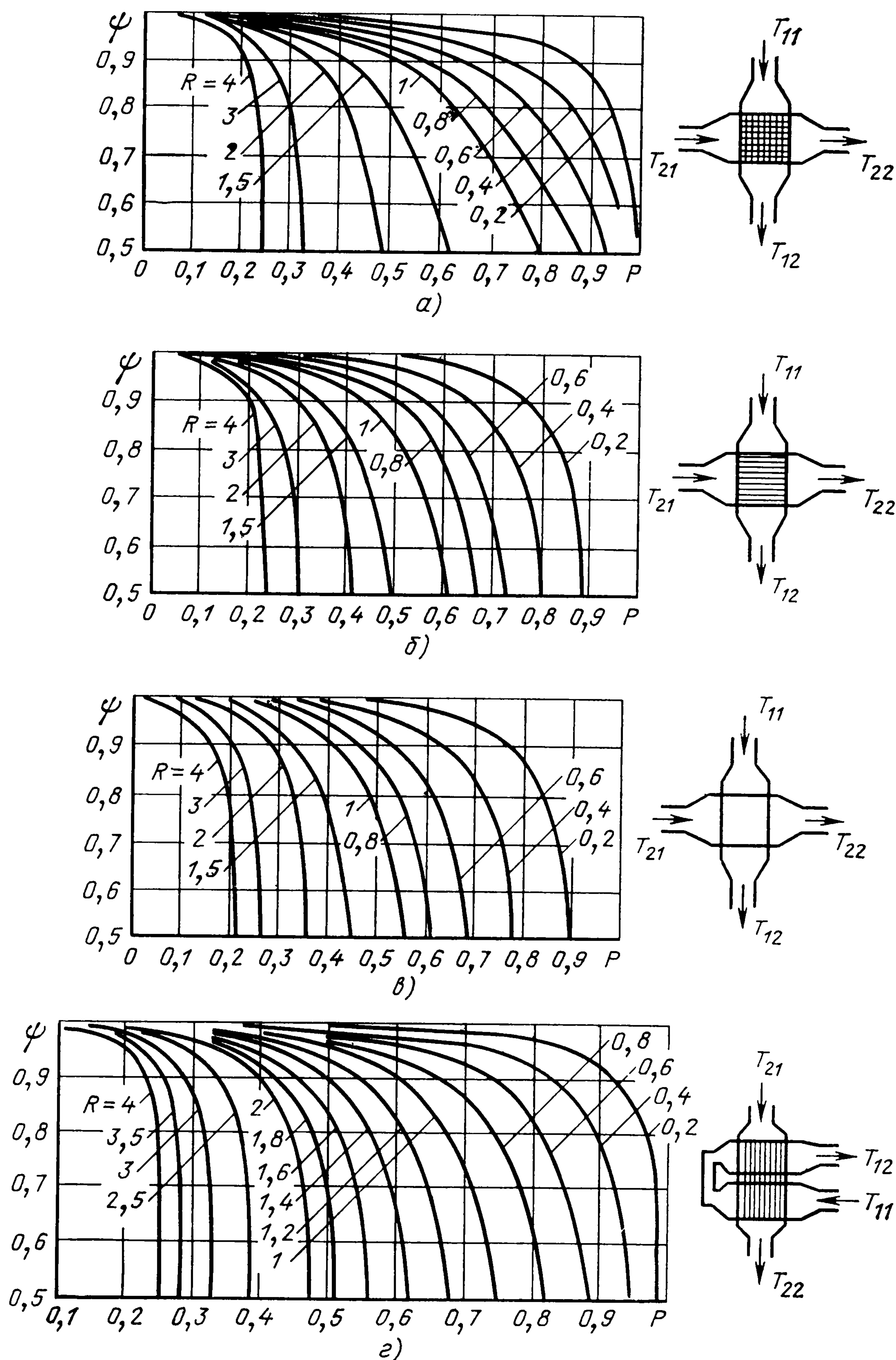
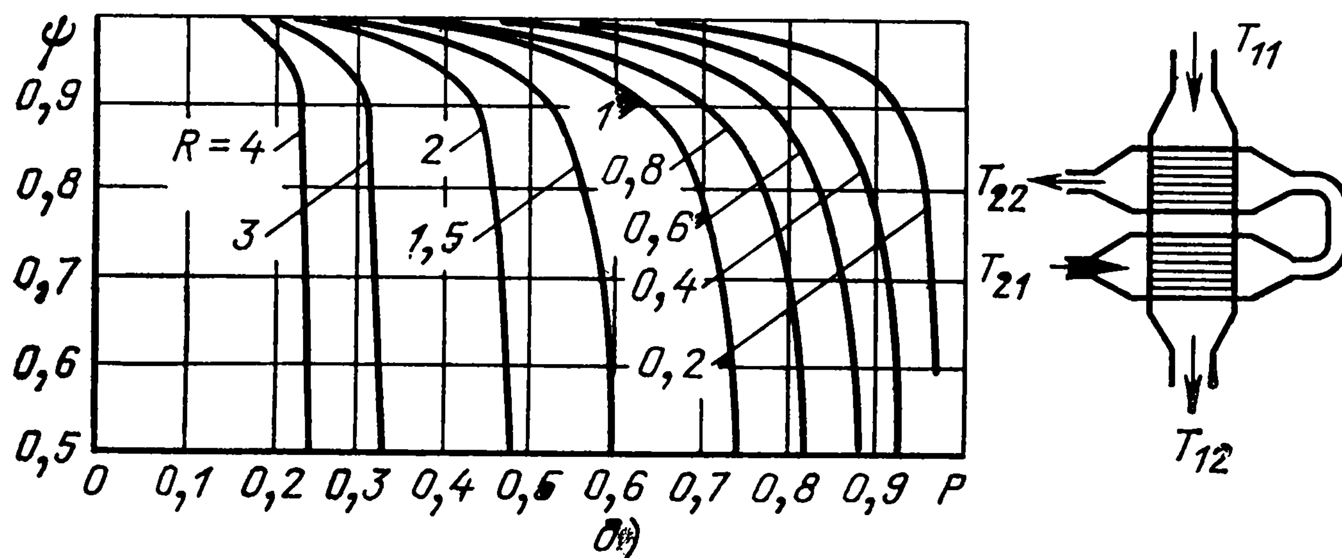
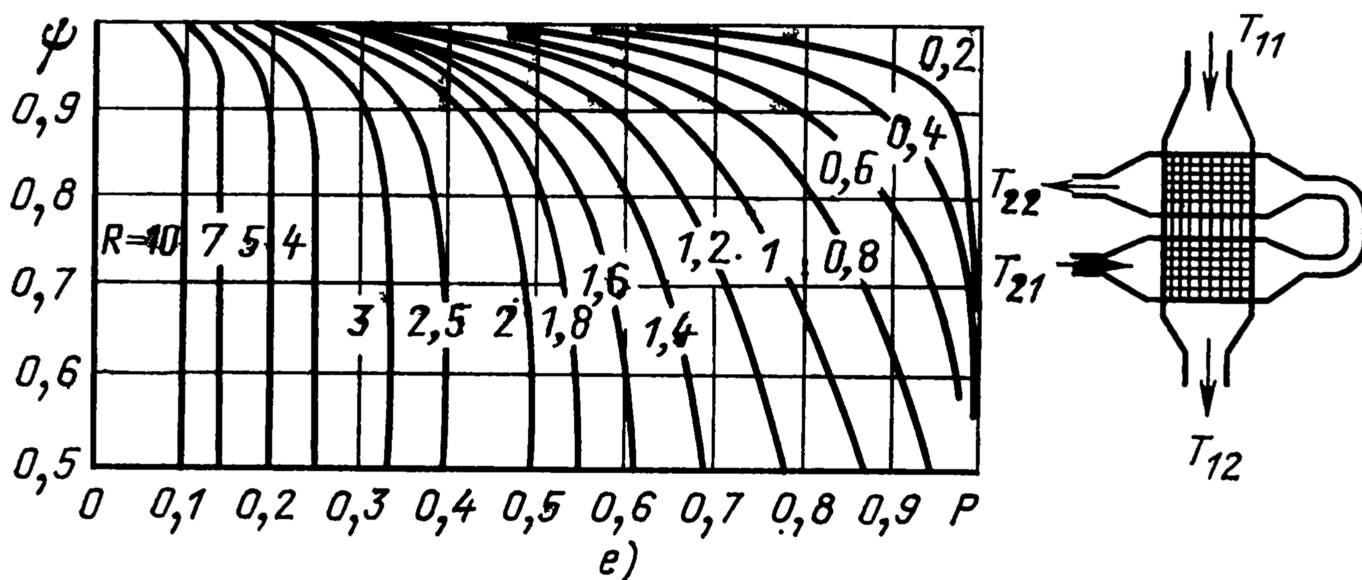


Рис. 16.3. Коэффициент ψ для схем однократно (*а*, *б*, *в*), двукратно (*г—ж*)

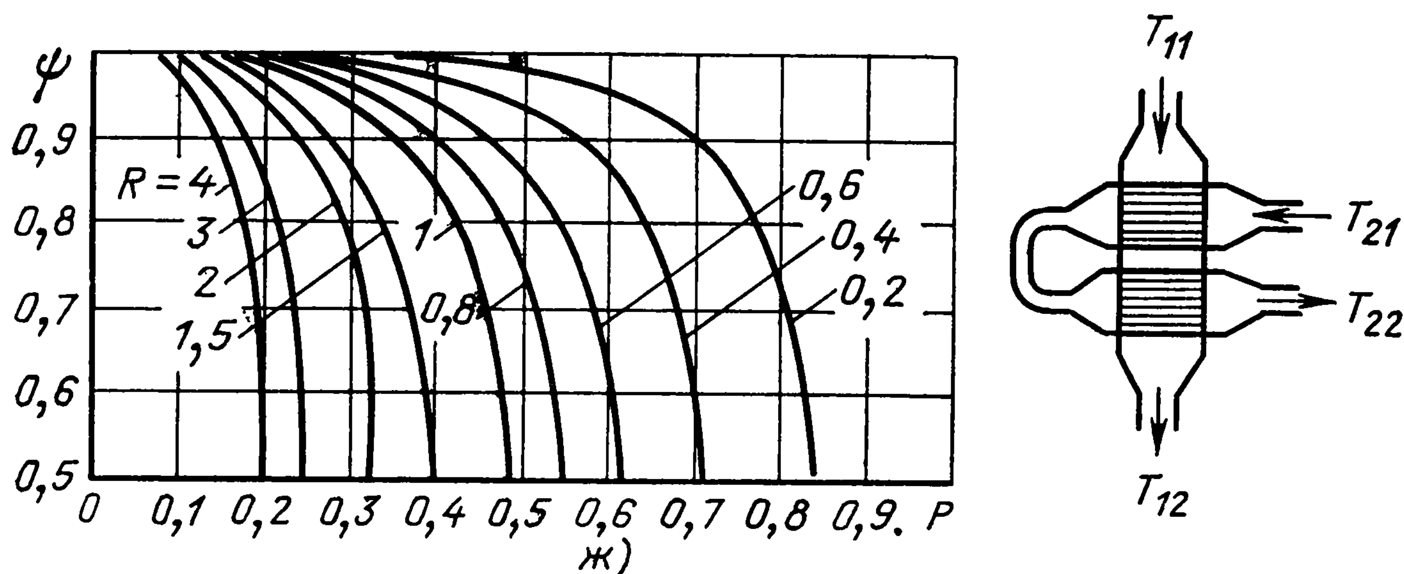
а — обе среды не перемешиваются; *б*, *г* — перемешивается одна среда; *в* — обе среды ходами; *е* — одна среда не перемешивается, другая перемешивается



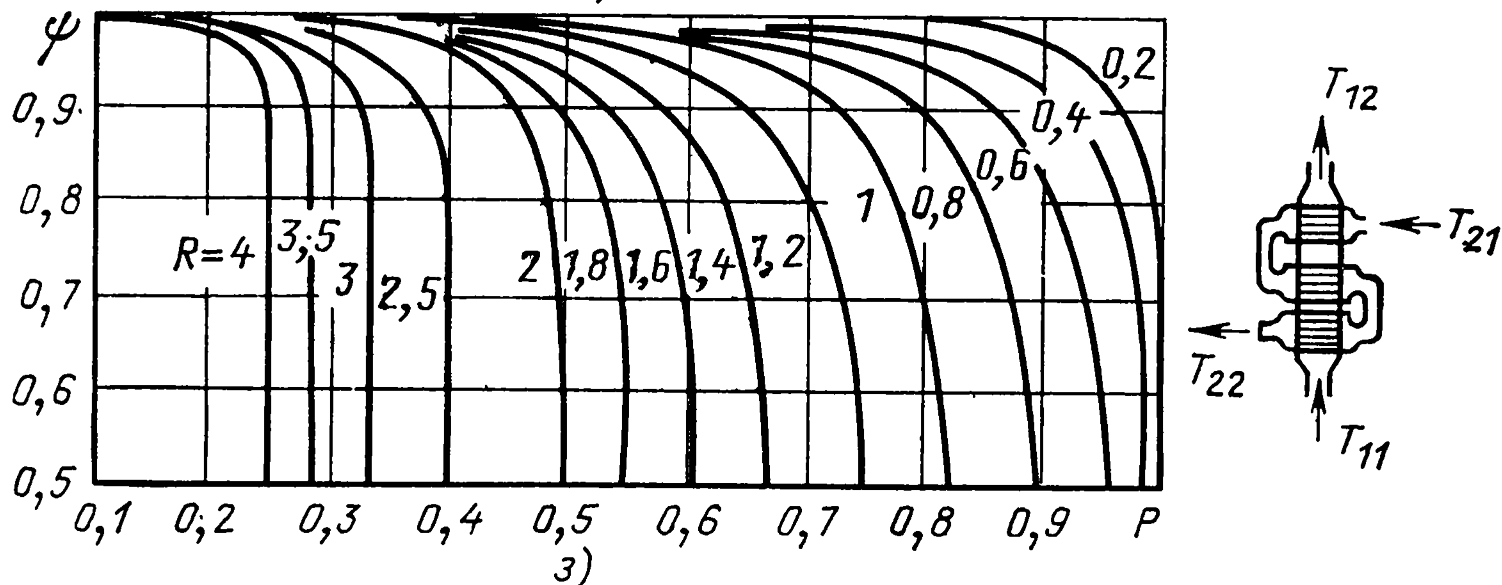
д)



е)



ж)



з)

и трехкратно (з) перекрестного тока:

перемешиваются; *д, з* — одна среда перемешивается непрерывно, другая только между только между ходами; *ж* — то же, что и *д*, но при общем прямотоке

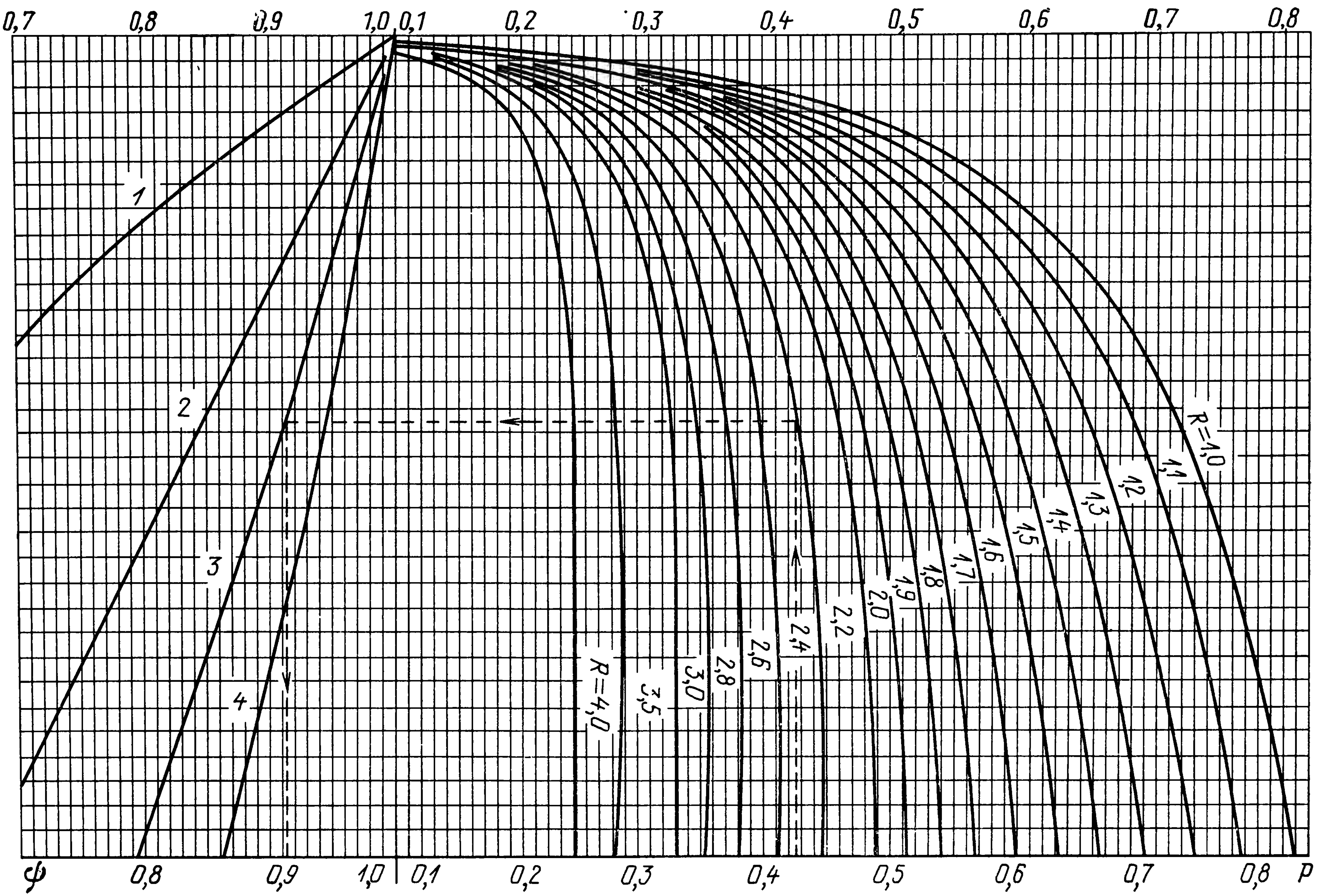


Рис. 16.4. Коэффициент ψ для схем перекрестного тока, в которых каждая из сред в пределах хода не перемешивается, а между ходами перемешивается: *1* — однократно перекрестный ток; *2* — двукратно перекрестный; *3* — трехкратно перекрестный; *4* — четырехкратно перекрестный

При перекрестном токе индексы «21» и «22» для определения величин P и R всегда присваиваются среде с меньшей степенью перемешивания. При параллельно-смешанном токе вследствие симметрии индексы «21» и «22» присваиваются среде с меньшим перепадом температур, что позволяет ограничиться значениями $R \geqslant 1$.

Ниже даются указания по определению коэффициента ψ в формуле (16.3.1) для различных схем взаимного движения теплоносителей.

Перекрестный ток (рис. 16.3). Теплообменники с такой организацией потоков теплоносителей различаются по условиям перемешивания в пределах ходов и между ними. Под перемешиванием в пределах хода понимается перемешивание данной среды в направлении, параллельном направлению движения другой среды. При *многократно-перекрестном* токе должны учитываться: число ходов, схема их соединения, общая схема движения сред — прямоток или противоток в целом.

Общий противоток при многократно-перекрестном токе соответствует схеме, где греющая среда поступает в последний ход по движению нагреваемой среды, а выход ее совпадает с первым ходом нагреваемой среды. *Общий прямоток* имеет схему движения, обратную выше описанной.

Условия перемешивания в пределах ходов и между ними влияют на расчетную разность температур ΔT при одно- и двукратном перекрестном токе; перемешивание в пределах ходов снижает значение ψ, перемешивание между ходами увеличивает ψ. При большем числе ходов влияние перемешивания незначительно и $\psi \approx 1$. Исключением являются аппараты, у которых $R \approx 1$ или $PR \approx 1$. На рис. 16.3 и 16.4 приведены графики и номограмма для определения коэффициентов ψ в зависимости от параметров P и R для теплообменных аппаратов с перекрестным движением теплоносителей.

Теплообменные аппараты с *параллельно-смешанным током* (рис. 16.5) различаются: по числу ходов внешней (межтрубной) среды, т. е. среды, имеющей меньшее число ходов; по числу ходов внутритрубной среды, приходящихся на один ход внешней; по направлению движения сред в пределах одного хода внешней среды. Иногда такие аппараты обозначаются символом $X - Y$, где X — общее число ходов внешней среды и Y — общее число ходов внутритрубной среды.

Практически для многоходовых теплообменных аппаратов можно пользоваться графиками для однократно-перекрестного тока (см. рис. 16.3,*а—в*), вводя вместо параметра P параметр P_1, равный:

при общем противотоке

$$P_1 = \left[\left(\frac{1-P}{1-PR}\right)^{1/n} - 1\right]\left[R\left(\frac{1-P}{1-PR}\right)^{1/n} - 1\right]^{-1}; \qquad (16.3.5)$$

при общем прямотоке

$$P_1 = \{1 - [1 - P(R+1)]^{1/n}\}/(R+1), \qquad (16.3.6)$$

где n — максимальное число ходов теплоносителя в аппарате.

На рис. 16.5 приведены также значения ψ для теплообменников схемы 1—2 с внешним перепуском теплоносителя (*з—и*) и аппаратов схемы

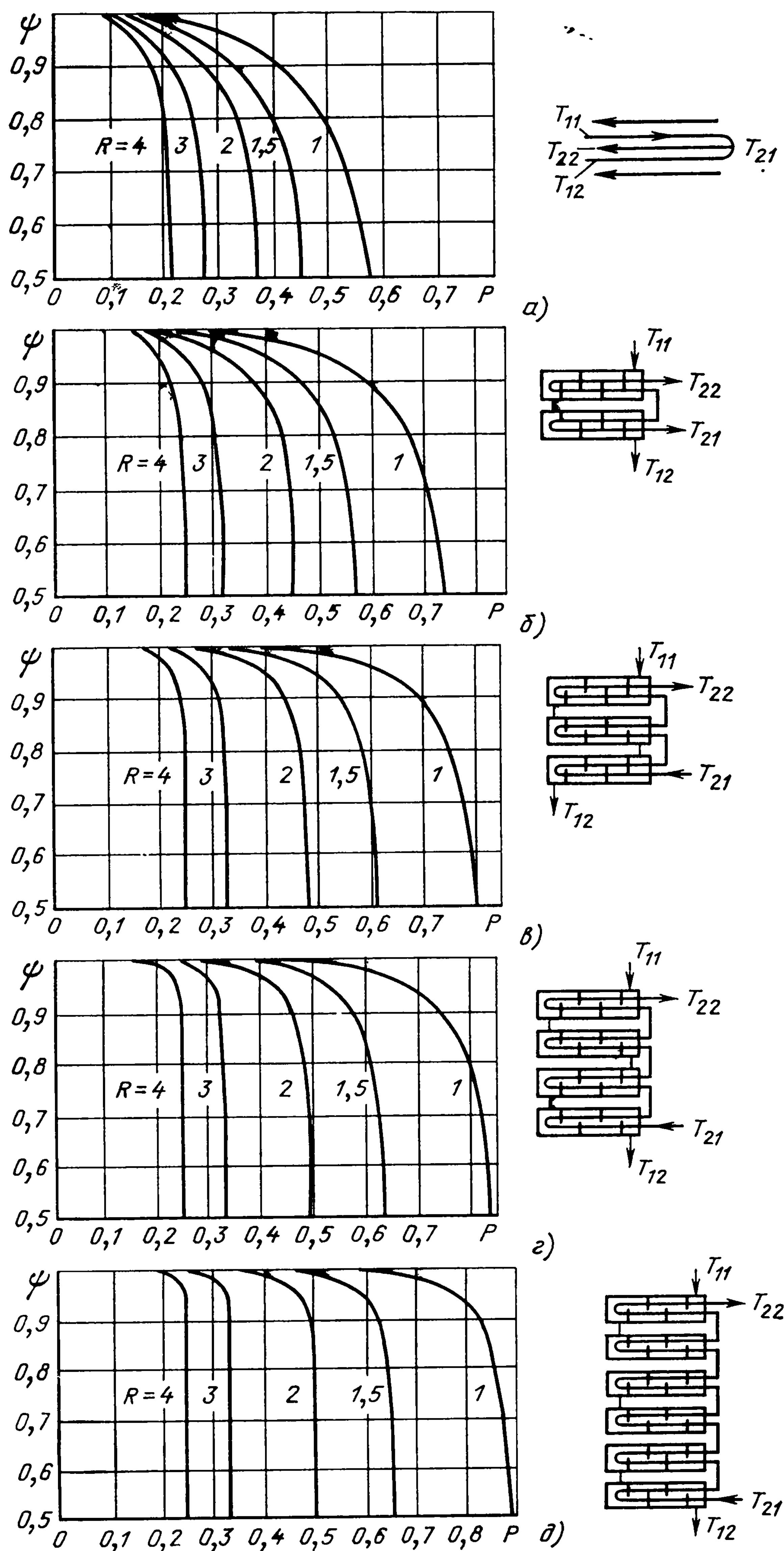
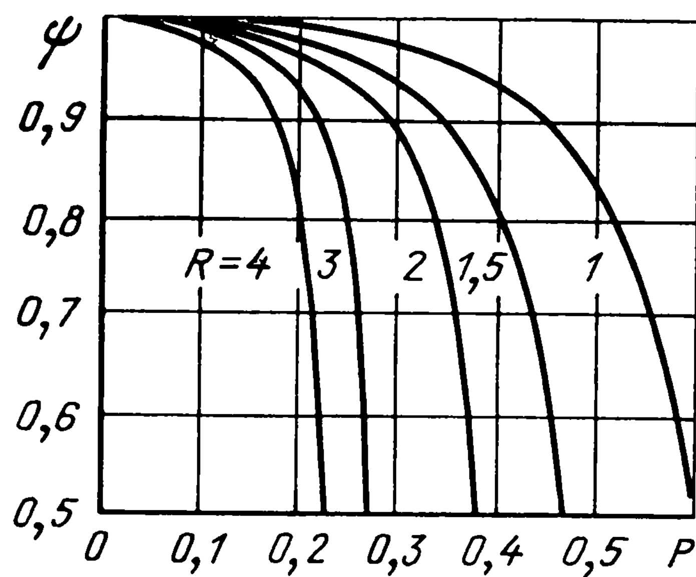
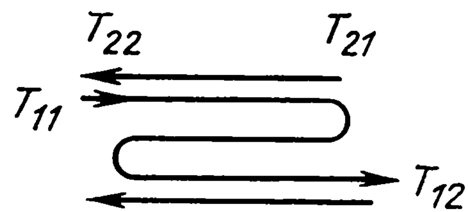
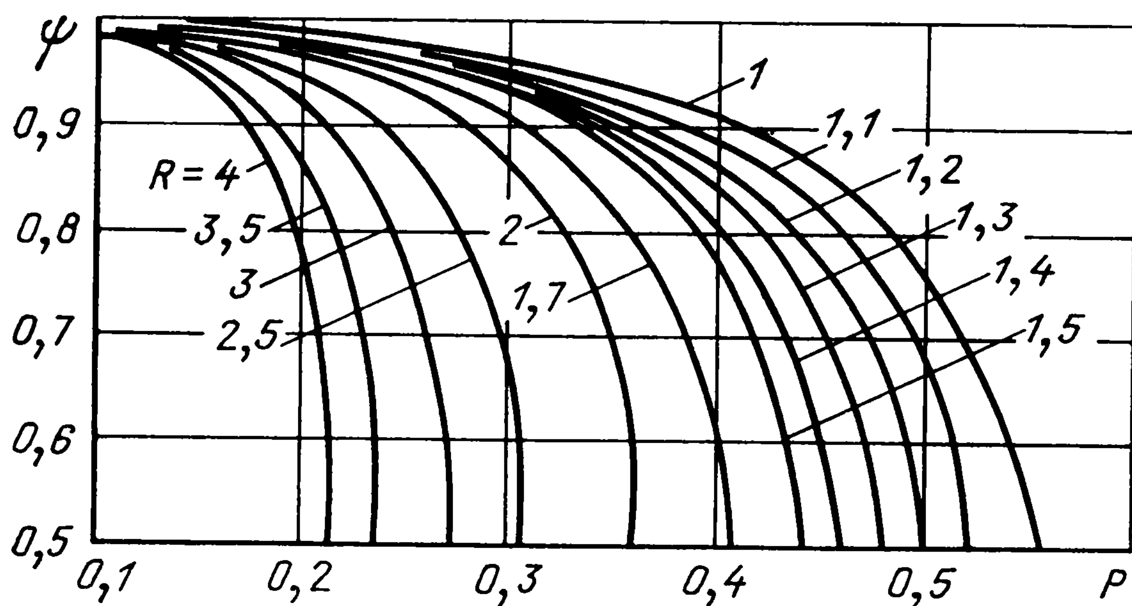


Рис. 16.5. Коэффициент ψ для различных
а — *1—2*; *б* — *2—2N*; *в* — *3—3N*; *г* — *4—4N*; *д* — *6—6N* (*N* — любое четное число); *е* — *1—3* ным и двумя прямоточными ходами; *з* — 1—*2* с обоими проти-



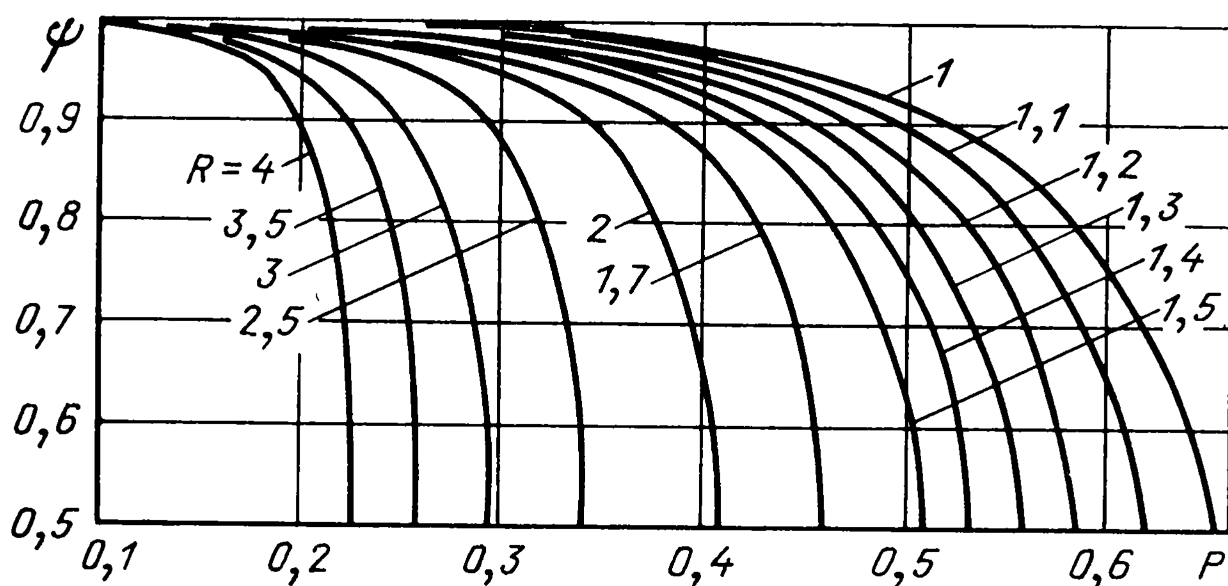


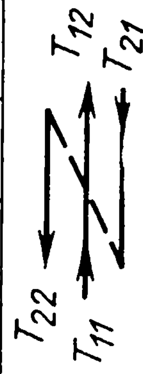
е)



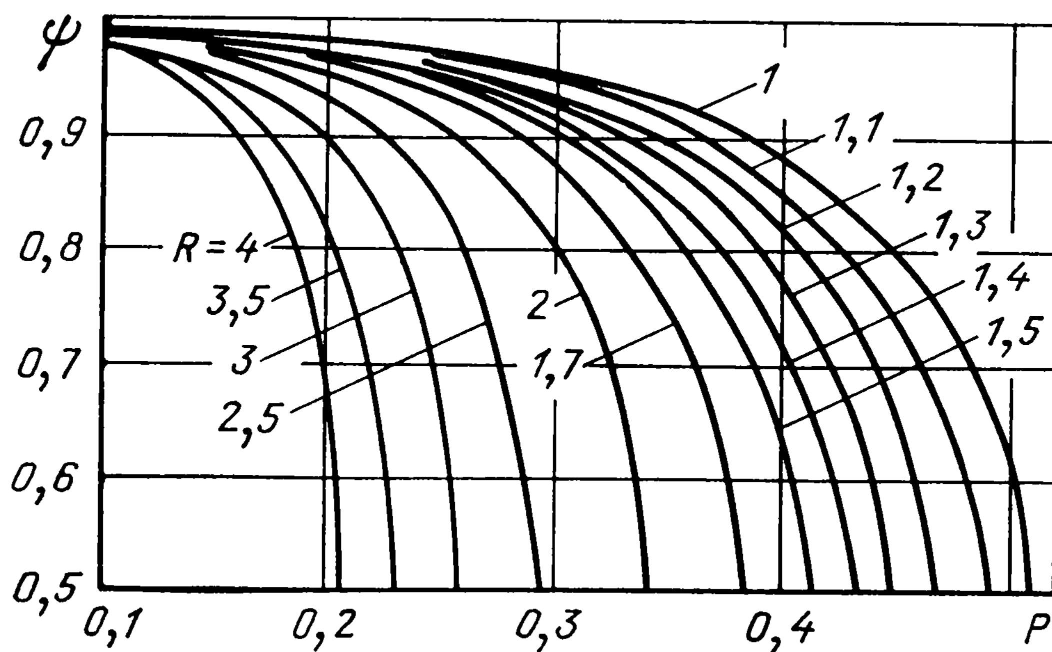


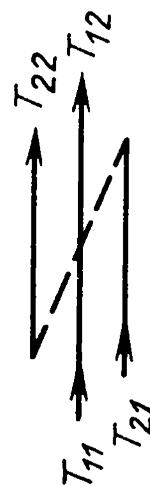
ж)





з)

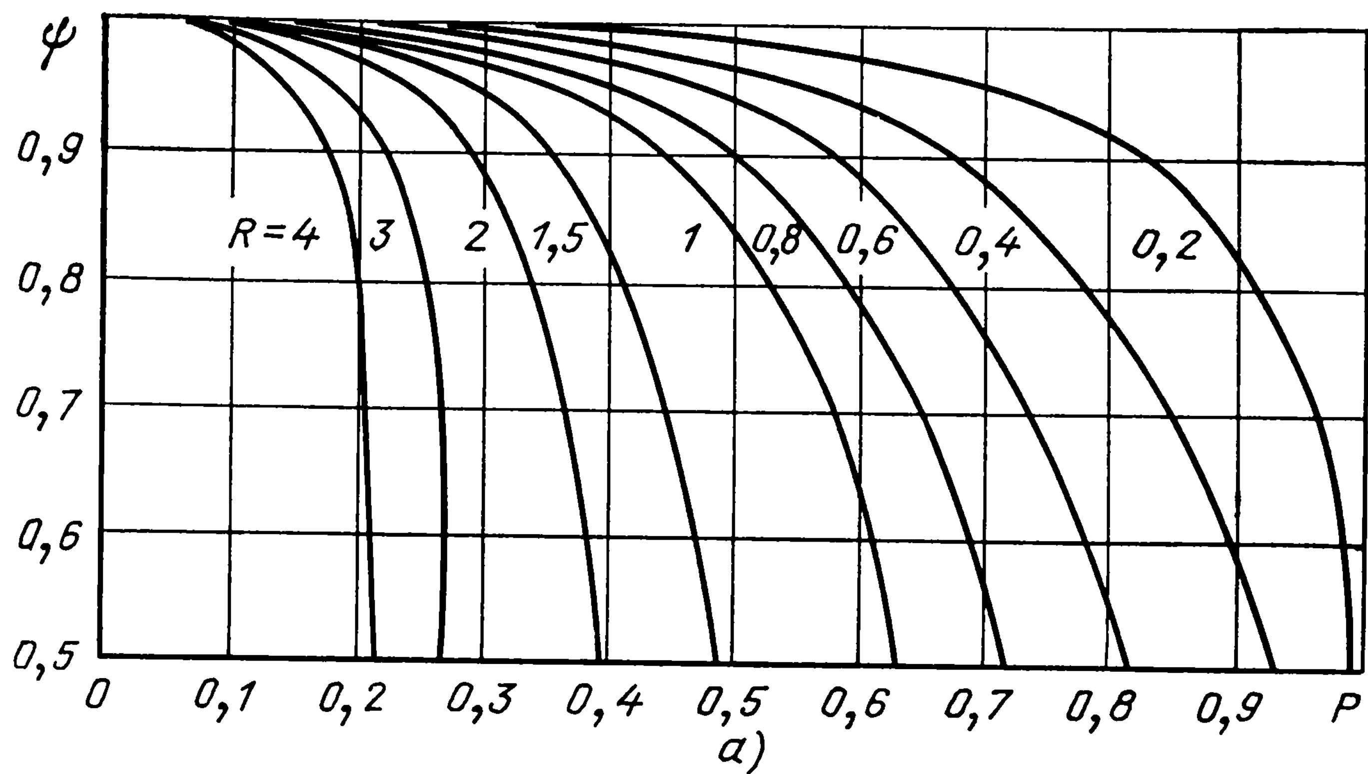




и)

схем параллельно-смешанного тока $X—Y$:

с одним прямоточным и двумя противоточными ходами; *ж — 1—3* **с одним противоточ-воточными ходами;** *и — 1—2* **с обоими прямоточными ходами**



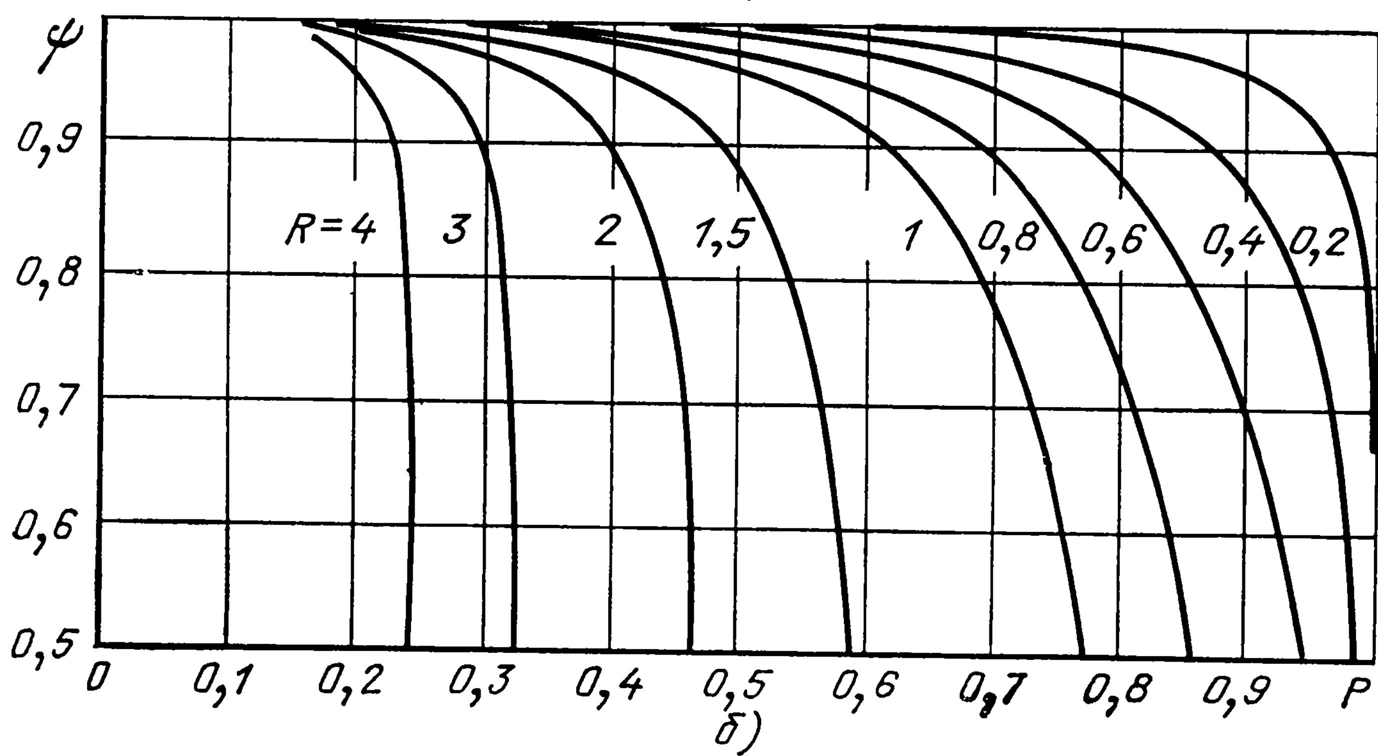
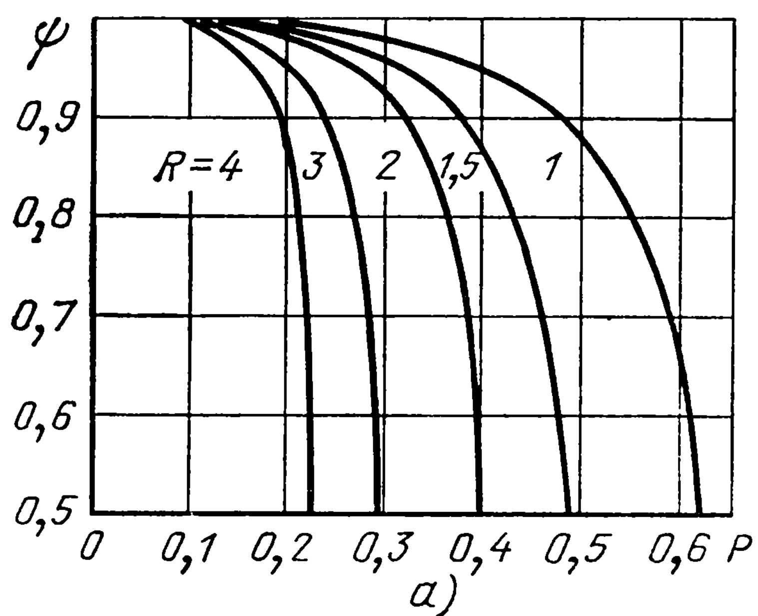


Рис. 16.6. Коэффициент ψ для схем *1—2* (*а*) и *2—4* (*б*) при отсутствии перемешивания внешней среды между ходами внутритрубной среды



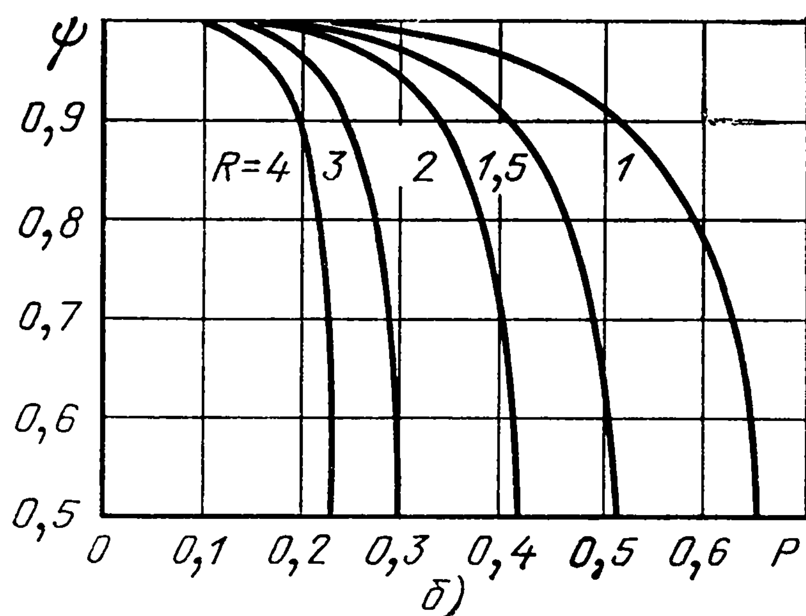


Рис. 16.7. Коэффициент ψ для схемы *1—2* при $b=2$ (*а*) и $b=3$ (*б*)

1—3 при разном соотношении прямо- и противоточных ходов (*е—ж*). Значение ψ для аппаратов с одним ходом внешней среды $X=1$ и любым числом ходов внутритрубной среды $Y=\text{var}$ принимается так же, как для теплообменника 1—2.

При отсутствии перемешивания внешней среды между ходами внутритрубной среды значение ψ следует принимать по рис. 16.6.

На рис. 16.7 приведены значения ψ для аппаратов с разной степенью неравномерности теплообмена, характеризуемой величиной

$$b=\frac{(kF)\uparrow\downarrow}{(kF)\uparrow\uparrow}, \qquad (16.3.7)$$

равной отношению произведений коэффициента теплопередачи на площадь поверхности теплообмена в зонах с противотоком и прямотоком.

Теплообменные аппараты *с последовательно-смешанным током* различаются расположением пакетов труб и соотношением площадей их поверхностей. Для конкретных схем такого типа значение ψ определяется по рис. 16.8. Кроме параметров P и R в номограмме использована величина A, равная отношению площади поверхности нагрева прямоточной части аппарата $F_{\text{прям}}$ к полной площади теплообмена всего аппарата F.

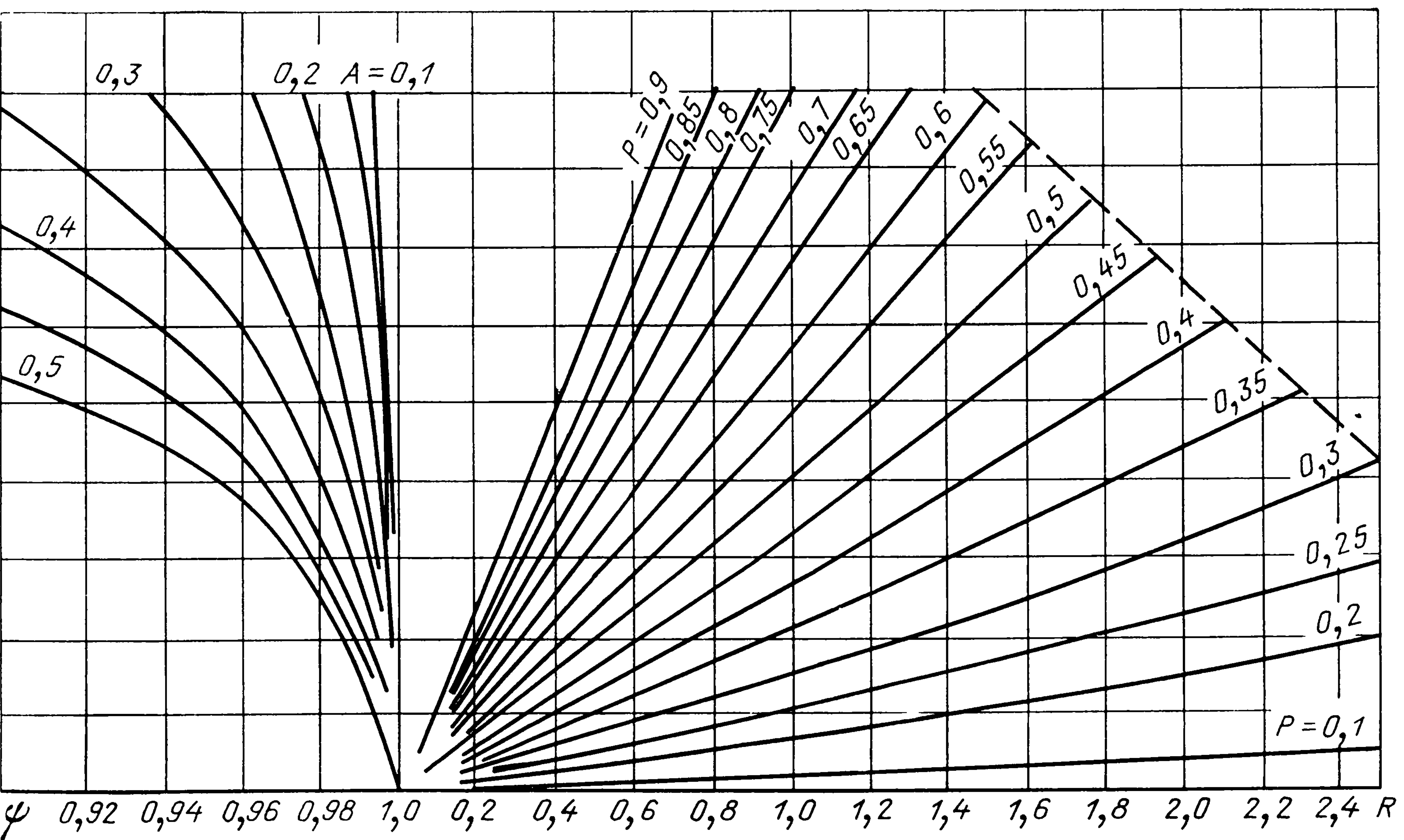
Подробнее о расчетах теплообменных аппаратов см. [7.2, 12.8, 15.18, 16.1, 16.2, 16.11—16.15, 16.17, 16.18].

Пример. Оценить погрешность определения средней разности температур и коэффициента теплопередачи в пленочном абсорбере бромисто-литиевой холодильной машины без учета теплоты абсорбции Q_x в выражении (16.3.1).

Параметры водного раствора LiBr: температура на входе $T_{11}=313{,}2$ K, расход $G_р=65$ кг/с, теплоемкость $c_р=1{,}88$ кДж/(кг·К); параметры воды: $T_{21}=296$ К; $G_в=207$ кг/с. Площадь поверхности теплообмена $F=644$ м^2. Схема движения воды — двухходовая с общим противотоком (рис. 16.3,*е*) или с общим прямотоком (рис. 16.3,*ж*). Теплота абсорбции водяного пара раствором $Q_х=G_пr_{аб}=3726$ кВт.

Таблица 16.1. **Результаты расчета коэффициента теплопередачи в пленочном абсорбере без учета и с учетом теплоты абсорбции**

Параметр	Противоток		Прямоток	
	$Q_х=0$	$Q_х=3726$ кВт	$Q_х=0$	$Q_х=3726$ кВт
Температура на выходе, К:				
раствора T_{12}	305,5		308,2	
воды T_{22}	301,4		301,0	
Средняя разность температуры $\langle\Delta T\rangle$, К, при $\psi=1$	10,61	10,11	11,48	9,39
P	0,314		0,291	
R	1,426		0,83	
Поправочный коэффициент ψ	1,0		0,97	
Коэффициент теплопередачи k, Вт/(м^2·К)	685	719	586	717



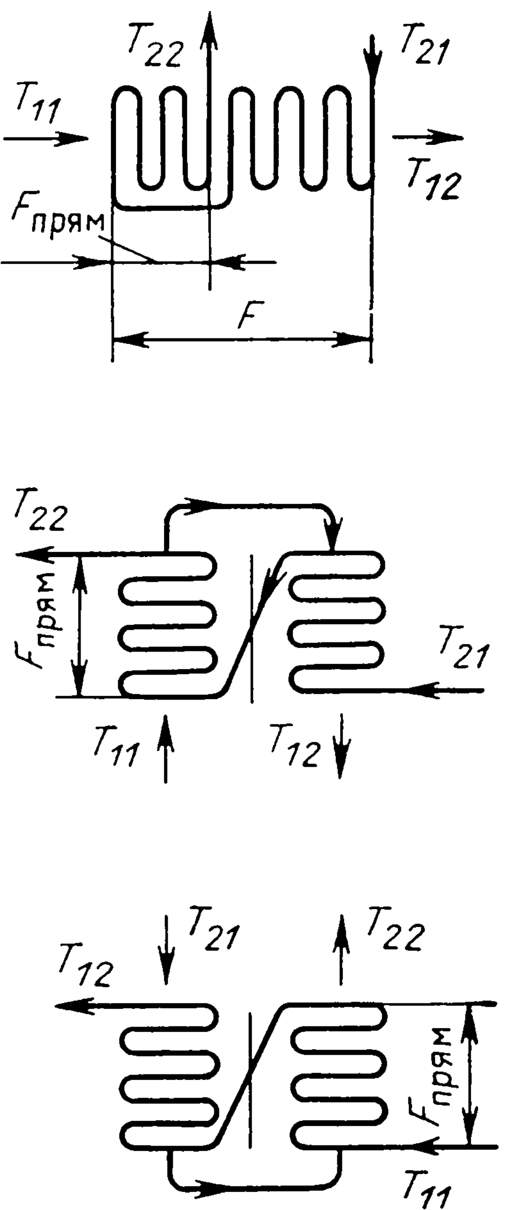


Рис. 16.8. Коэффициент ψ для теплообменных аппаратов с последовательно-смешанным током

Измеренная тепловая мощность аппарата при противотоке 4680 кВт, при прямотоке — 4333 кВт.

Как видно из табл. 16.1, учет теплоты абсорбции повышает расчетный коэффициент теплопередачи при противотоке на 5 %, при прямотоке на 22 %.

16.4. КОРРЕКЦИИ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

Коэффициент теплопередачи рассчитывается по формулам: для *плоских* разделяющих поверхностей (стенок)

$$k = \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_{ст}}{\lambda_{ст}} + \frac{1}{\alpha_2}\right)^{-1}; \qquad (16.4.1)$$

для *трубчатых* разделяющих поверхностей площадью $F = \pi D_i L n$

$$k = (R_1^* + R_2^* + R_3^*)^{-1} = \left(\frac{D_i}{\alpha_1 D_1} + \frac{D_i}{2\lambda_{ст}} \ln\frac{D_2}{D_1} + \frac{D_i}{\alpha_2 D_2}\right)^{-1}, \qquad (16.4.2)$$

где D_1, D_2, D_i — внутренний, наружный и расчетный диаметры труб (например, $D_i = D_2$ или $D_i = (D_1 + D_2)/2$); L — длина пакета труб; n — число труб в пакете.

Как правило, физические свойства, входящие в формулы для определения коэффициентов теплоотдачи α, относятся к средним температурам теплоносителей на выбранных длинах расчетных отсеков аппарата.

При течениях с поворотами и другими геометрическими факторами, уменьшающими эффективность омывания поверхности нагрева теплоносителем, вводятся *коэффициенты омывания*. Обычно они устанавливаются нормативно для конкретных типов аппаратов (например, в нормах теплового и аэродинамического расчета паровых котлов [9.3, 15.18]) или на основе исследований гидродинамики аппарата на физических или математических моделях. Дополнительные термические сопротивления вследствие загрязнения поверхностей теплообмена в процессе эксплуатации аппаратов учитываются также на основе экспериментальных наблюдений и нормативных материалов

Лучистая составляющая коэффициентов теплоотдачи обычно должна учитываться или при значительном объеме пространства, в котором движется один из теплоносителей (например, теплоотдача от горячей воды, текущей в нагревательном приборе, к воздуху в обогреваемом помещении), или при большой оптической плотности высокотемпературного теплоносителя (например, термическая плазма при больших давлениях, запыленный газ и т. п.).

16.5. ХОД РАСЧЕТА ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

Обычно в расчетах теплообменных аппаратов известны или назначаются приближенно по предварительным соображениям начальные параметры теплоносителей (для однофазных сред — T_{11} и T_{21}, для многофазных сред — h_{11} и h_{21}) и эффективная поверхность теплообмена F. При поверочном расчете определению подлежат выходные параметры теплоносителей (T_{12}, T_{22} или h_{12}, h_{22}) и тепловая мощность аппарата Q. Если предварительно заданы или при-

ближенно оценены Q, h_{11}, h_{12}, h_{21}, h_{22}, то определению подлежит поверхность нагрева аппарата F.

Конструкторский расчет, т. е. определение поверхности нагрева по заданным тепловой мощности аппарата и температурам теплоносителей при входе и выходе из аппарата не вызывает принципиальных затруднений.

Для наиболее распространенных аппаратов методы расчетов теплопередачи и теплообменных поверхностей определенным образом нормируются [15.18].

Пример. Выполнить тепловой расчет подогревателя водного раствора NaOH (массовая концентрация 30 %). Подогрев осуществляется от $T_{21}=$ $=303$ К до $T_{22}=363$ К при расходе раствора $G_2=10$ кг/с. Греющая среда — сухой насыщенный водяной пар при $T''=378$ К, чему соответствует $r=2{,}244\times$ $\times 10^6$ Дж/кг. Конденсат отводится практически не переохлажденным. Вертикальный многоходовой подогреватель выполнен из гладких стальных трубок 30/33 мм длиной 1,5 м. Теплопроводность материала трубок $\lambda_{ст}=$ $=50$ Вт/(м·К). Скорость течения раствора $v=1{,}5$ м/с. Коэффициент использования поверхности нагрева (по опытным данным) равен 0,8.

При $T_{11}=T_{12}=378$ К разности температур $\Delta T_1=378-303=75$ К; $\Delta T_2=$ $=378-363=15$ К; $\langle \Delta T \rangle = \dfrac{75-15}{\ln 75/15} = 37{,}28$ К.

Средняя температура раствора $\langle T_2 \rangle = T'' - \langle \Delta T \rangle = 378-37{,}28=$ $=340{,}72$ К. При этой температуре для данного раствора:

$$\nu=4\cdot 10^{-6}\ м^2/с;\ Pr=31;\ \lambda=0{,}61\ Вт/(м\cdot К);\ c_p=3682\ Дж/(кг\cdot К).$$

Тепловой поток и расход пара при потерях в окружающую среду, равных 3 % тепловой мощности аппарата (т. е. при заданном тепловом КПД $\eta=0{,}97$):

$$Q=c_pG_2(T_{22}-T_{21})\eta^{-1}=3682\cdot 10\cdot(363-303)/0{,}97=2{,}277\cdot 10^6\ Вт;$$

$$G_1=Q/r=2{,}277\cdot 10^6/2{,}244\cdot 10^6=1{,}015\ кг/с.$$

Коэффициент теплоотдачи со стороны раствора α_2 определяется по формуле (7.3.2): число Рейнольдса раствора $Re=\dfrac{1{,}5\cdot 0{,}03}{4\cdot 10^{-6}}=11\,250$; коэффициент гидравлического сопротивления по формуле (7.1.3) $\zeta=0{,}316\times$ $\times 11\,250^{-1/4}=0{,}0307$; число Нуссельта для раствора $Nu_2=0{,}0307\cdot 11\,250\times$ $\times 31\,[40\sqrt{0{,}0307}\,(31^{2/3}-1)+8]^{-1}=152{,}95$; $\alpha_2=\dfrac{\lambda}{D_1}Nu_2=0{,}61\cdot 152{,}95/0{,}03=$ $=3110$ Вт/(м²·К).

Для удобства расчета теплоотдачи со стороны конденсирующегося пара площадь поверхности теплообмена определим по наружному диаметру трубок $F=\pi D_2 Ln$, где n — число трубок в аппарате. Тогда термическое сопротивление раствора и стенки трубки

$$R_1^*+R_2^*=\frac{0{,}033}{3110\cdot 0{,}03}+\frac{1{,}5\cdot 10^{-3}}{50}=3{,}84\cdot 10^{-4}\ м^2\cdot К/Вт.$$

Термическое сопротивление стенки трубки здесь учтено по формуле для плоской стенки, что при соотношении диаметров, равном 1,1, вполне приемлемо. Для определения коэффициента теплоотдачи со стороны конденсирующегося

пара необходимо задаться плотностью теплового потока и по ней найти число Рейнольдса пленки конденсата $Re'=qL/(\mu' r)$. Для воды при $T''=378$ К: $\nu'=2,805\cdot10^{-7}$ м²/с; $\mu'=2,678\cdot10^{-4}$ Па·с; $\lambda'=0,678$ Вт/(м·К); $Pr'=1,67$.

Поскольку $1/k>R_1^*+R_2^*$ за счет термического сопротивления со стороны конденсирующегося пара, примем для первого шага итерации значение q, равное 0,7 от определенного по термическому сопротивлению $R_1^*+R_2^*$, т. е.

$$q_1=0,7<\Delta T>/(R_1^*+R_2^*)=0,7\cdot37,28/3,84\cdot10^{-4}=67\,958 \text{ Вт/м}^2;$$

$Re'=67\,958\cdot1,5/(2,44\cdot10^6\cdot2,678\cdot10^{-4})=156$. По формуле (11.3.7) $Nu^*=0,185+5,8/156=0,222$;

$$\alpha_2=\lambda'\left(\frac{g\overline{\Delta\rho}}{\nu'^2}\right)^{1/3}Nu^*=$$

$$=0,678\left(\frac{9,81\cdot1}{2,805^2\cdot10^{-14}}\right)^{1/3}\cdot0,222=7507 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)};\ R_3^*=1,332\cdot10^{-4} \text{ м}^2\text{ К/Вт};$$

$$1/k=R_1^*+R_2^*+R_3^*=3,84\cdot10^{-4}+1,332\cdot10^{-4}=5,172\cdot10^{-4} \text{ м}^2\cdot\text{К/Вт};$$

$q=37,28/5,172\cdot10^{-4}=72\,080$ Вт/м², что больше принятого на первом шаге.

Приняв для второго шага значение $q_2=72\,000$ Вт/м², имеем: $Re'=165,3$; $Nu^*=0,22$; $\alpha_2=7442$ Вт/(м²·К); $1/k=5,184\cdot10^{-4}$ м²·К/Вт; $q=71\,914$ Вт/м².

При заданном коэффициенте использования аппарата, равном 0,8, площадь поверхности теплообмена должна составлять $F=Q/q\approx2,277\cdot10^6/0,8\times71\,914=39,58$ м², чему соответствует число трубок $n=39,58/(3,14\cdot0,033\times1,5)=254$ шт.

При массовых стандартизированных расчетах подобные итерации легко алгоритмизируются для вычислений на ЭВМ [16.3].

Поверочный расчет определяет тепловую мощность аппарата Q и конечные температуры теплоносителей (T_{12}, T_{22}) по заданным площади поверхности теплообмена F, начальным температурам теплоносителей (T_{11}, T_{21}) и коэффициенту теплопередачи k.

Если значение k заранее не известно, то расчет ведется последовательными приближениями. При этом задаются вероятные значения k или T_{12}, T_{22}.

Расчет ведется по формулам:

прямоток и противоток

$$\left.\begin{aligned} T_{11}-T_{12}&=(T_{11}-T_{21})P_i;\\ T_{22}-T_{21}&=(T_{11}-T_{21})P_i\frac{c_1G_1}{c_2G_2};\\ Q&=c_1G_1(T_{11}-T_{12}),\end{aligned}\right\}\qquad(16.5.1)$$

где $i=1$ — прямоток; $i=2$ — противоток. Значения функций P_1 и P_2 приведены в табл. 16.2 и 16.3.

Для перекрестного и параллельно-смешанного токов:

$$\left.\begin{aligned} Q&=(T_{11}-T_{21})\left(\frac{1}{kF}+\frac{1}{2c_1G_1}+\frac{1}{2c_2G_2}\right)^{-1};\\ T_{11}-T_{12}&=Q/c_1G_1;\ T_{21}-T_{22}=Q/c_2G_2.\end{aligned}\right\}\qquad(16.5.2)$$

Таблица 16.2. **Значения функции P_1 в формулах (16.5.1) (при прямотоке)**

$\frac{c_1G_1}{c_2G_2}$	$kF/(c_1G_1)$							
	0,033	0,10	0,33	0,5	1	2	3	∞
0	0,033	0,10	0,28	0,39	0,63	0,86	0,96	1,00
0,01	0,033	0,10	0,28	0,39	0,63	0,86	0,95	0,99
0,05	0,033	0,10	0,28	0,39	0,62	0,84	0,91	0,95
0,10	0,033	0,10	0,28	0,38	0,61	0,81	0,89	0,91
0,20	0,033	0,10	0,27	0,38	0,58	0,76	0,81	0,83
0,50	0,033	0,10	0,26	0,35	0,52	0,63	0,66	0,67
1,0	0,033	0,09	0,25	0,32	0,43	0,49	0,50	0,50
2,0	0,033	0,09	0,21	0,26	0,32	0,33	0,33	0,33
5,0	0,032	0,08	0,14	0,16	0,17	0,17	0,17	0,17
10,0	0,028	0,06	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
20,0	0,024	0,04	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
50,0	0,016	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
100,0	0,009	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
∞	0,000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Таблица 16.3. **Значения функции P_2 в формулах (16.5.1) (при противотоке)**

$\frac{c_1G_1}{c_2G_2}$	$kF/(c_1G_1)$							
	0,033	0,10	0,33	0,5	1	2	3	∞
0	0,033	0,10	0,28	0,39	0,63	0,86	0,96	1,00
0,01	0,033	0,10	0,28	0,39	0,63	0,86	0,95	1,00
0,05	0,033	0,10	0,28	0,39	0,62	0,86	0,94	1,00
0,10	0,033	0,10	0,28	0,38	0,61	0,85	0,94	1,00
0,20	0,033	0,10	0,28	0,38	0,60	0,83	0,93	1,00
0,50	0,033	0,10	0,26	0,36	0,57	0,78	0,89	1,00
1,0	0,033	0,10	0,25	0,34	0,51	0,68	0,77	0,50
2,0	0,033	0,09	0,23	0,29	0,39	0,46	0,49	0,20
5,0	0,032	0,08	0,16	0,18	0,20	0,20	0,20	0,20
10,0	0,028	0,06	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
20,0	0,024	0,04	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
50,0	0,016	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
100,0	0,010	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
∞	0,000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Пример. Определить тепловую мощность Q воздухоохладителя противоточной схемы и температуру воздуха T_{12} и воды T_{22} на выходе из него. Площадь поверхности нагрева F=1000 м^2; температура воздуха на входе T_{11}=333 К, расход G_1=28,5 кг/с, удельная теплоемкость c_{p1}=1,02 кДж/(кг·К); температура воды на входе T_{21}=298 К, G_2=88,7 кг/с, c_2=4,19 кДж/(кг·К), коэффициент теплопередачи k=30,5 Вт/(м^2·К).

Находим: $c_{p1}G_1=1{,}02\cdot 28{,}5=29{,}1$ кВт/К;

$$\frac{c_{p1}G_1}{c_2G_2}=\frac{29{,}1}{4{,}19\cdot 88{,}7}\approx 0{,}08;\quad \frac{kF}{c_{p1}G_1}=\frac{30{,}5\cdot 10^3}{29{,}1\cdot 10^3}=1{,}05.$$

Из табл. 16.3 P_2=0,615; подставляя в (16.5.1), получаем $T_{12}=T_{11}-(T_{11}-T_{21})P_2$=333—(333—298)·0,615=311,5 К; $T_{22}=T_{21}+(T_{11}-T_{21})P_2c_{p1}G_1/c_2G_2$=298+(333—298)·0,615·0,08=298+1,72=299,7 К.

Тепловая мощность $Q = c_{p1} G_1 (T_{11} - T_{12}) = 29{,}1 (333 - 311{,}5) = 626$ кВт.

Вращающийся регенератор с металлической матрицей рассчитывается по формулам:

максимальная мощность (при скорости вращения $n \to \infty$):

$$Q_{\text{макс}} = kF_1 <\Delta T>; \quad k = \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{F_2}{F_1 \alpha_2}\right)^{-1}; \tag{16.5.3}$$

при малой скорости вращения мощность

$$Q = Q_{\text{макс}}\, \xi; \quad \xi = \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \cdot \frac{(1 - e^{-m_1})(1 - e^{-m_2})}{1 - e^{-(m_1 + m_2)}}, \tag{16.5.4}$$

где $m_1 = \alpha_1 F_1 / (cGn)$; $m_2 = \alpha_2 F_2 / cGn$; F_1 — площадь поверхности, омываемой греющей средой со значением коэффициента теплоотдачи α_1; F_2, α_2 — то же для поверхности, омываемой нагреваемой средой; $<\Delta T>$ — расчетная разность температур, вычисляемая как для рекуператора при данной схеме течения сред; n — частота вращения, $с^{-1}$; c — удельная теплоемкость материала матрицы, Дж/(кг·К); G — полная масса матрицы, кг. Значения F_1 и F_2 определяются по всей площади контакта с теплоносителем.

Коэффициент нестационарности $\xi = 1$ достигается практически при $n \geqslant 4 - 5$ об/мин.

Пример. Сопоставить два типа поверхностей нагрева, представленных на рис. 16.9 [16.14]. Каналы вращающихся регенераторов работают в ламинарном режиме течения. Сечение канала на рис. 16.9,*а* рассматриваем как равносторонний треугольник, а на рис. 16.9,*б* — как прямоугольник с отношением сторон 1 : 5. Сопоставление производится при условии $<\Delta T> = \text{idem}$ для поверхности теплообмена шириной 1 м. Индекс «1» относится к прямоугольному каналу и индекс «2» — к треугольному.

Используя данные табл. 5.1 и 5.5, находим $\text{Nu}_{\text{мин}1} = 4{,}9$, $(\xi\text{Re})_1 = 76$; $\text{Nu}_{\text{мин}2} = 2{,}7$, $(\xi\text{Re})_2 = 53$. Рассчитываем эквивалентный гидравлический диаметр $D_{э1} = 0{,}835h$, $D_{э2} = 0{,}67h$; периметр сечения отдельного канала $P_1 = 6h$, $P_2 = 3{,}42h$; общий омываемый периметр каналов, размещенных в сечении высотой h и шириной 1 м — $P_{\Sigma 1} = 4800$ мм, $P_{\Sigma 2} = 5920$ мм. Отношение коэффициентов теплоотдачи каналов

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\text{Nu}_{\text{мин}2} D_{э1}}{\text{Nu}_{\text{мин}1} D_{э2}} = \frac{2{,}7 \cdot 0{,}835h}{4{,}9 \cdot 0{,}67h} = 0{,}687,$$

поэтому для обеспечения одинаковых температурных условий необходимо соотношение площадей поверхностей теплообмена

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{Q_2}{\Delta T_2 \alpha_2} \frac{\Delta T_1 \alpha_1}{Q_1} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 1{,}455.$$

Поскольку $F_i = P_i L_i$, получим соотношение длин каналов

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{F_2}{F_1} \cdot \frac{P_{\Sigma 1}}{P_{\Sigma 2}} = 1{,}455 \frac{4800}{5920} = 1{,}18.$$

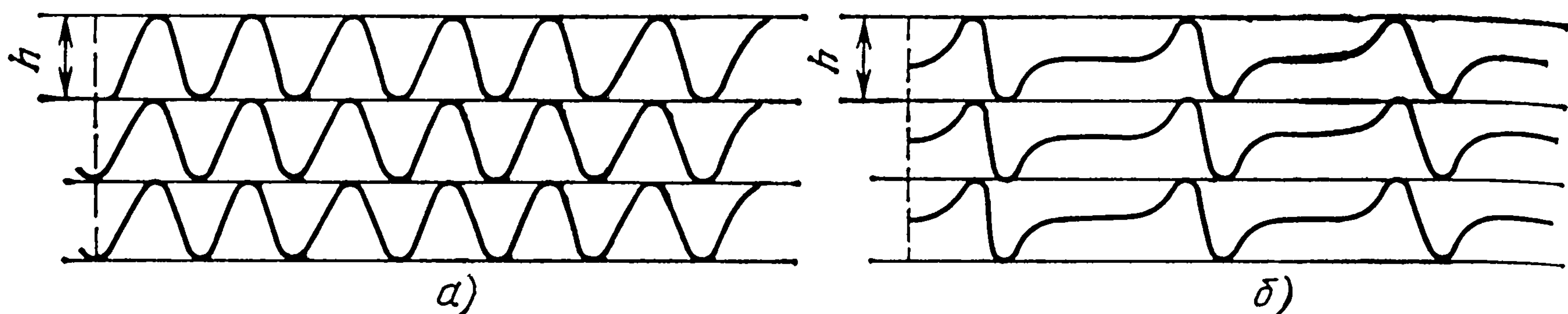


Рис. 16.9. Каналы вращающихся воздухоподогревателей газотурбинных установок:
а — треугольные; *б* — прямоугольные

При одинаковой скорости теплоносителя отношение гидродинамических сопротивлений запишется как

$$\frac{\Delta p_2}{\Delta p_1}=\frac{\zeta_2 L_2}{D_{э2}}\cdot\frac{D_{э1}}{\zeta_1 L_1}=\frac{53}{76}\;\frac{L_2}{L_1}\left(\frac{D_{э1}}{D_{э2}}\right)^2=1,28.$$

Таким образом, прямоугольные каналы в данном аппарате существенно эффективнее треугольных. При одинаковой фронтальной площади теплообменника ($U=\mathrm{idem}$) прямоугольная форма каналов приводит к уменьшению гидродинамического сопротивления на 30 %, а длины на 18 %. С уменьшением высоты канала это преимущество возрастает.

16.6. ПОВЕРХНОСТИ ИНТЕНСИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

Основная масса теплообменных поверхностей выполняется из технически гладких и шероховатых труб, что обусловлено технологией их изготовления и, как правило, наименьшей загрязняемостью. В тех случаях, когда коэффициент теплоотдачи от одного из теплоносителей существенно больше коэффициента теплоотдачи к другому теплоносителю ($\alpha_i \gg \alpha_j$), то со стороны j-го теплоносителя целесообразно развить поверхность теплообмена с помощью канонических или специальных форм оребрения. *Коэффициент полной интенсивности оребрения* представляет собой отношение плотности теплового потока на полной оребренной поверхности к плотности теплового потока на поверхности без оребрения

$$E_{ор}=\langle\alpha_{ор}\rangle(F_{ор}E_\lambda+F_н)/(\alpha_0 F_0), \qquad (16.6\,1)$$

где α_0 — коэффициент теплоотдачи к неоребренной поверхности F_0; $\langle\alpha_0\rangle$ — средний коэффициент теплоотдачи к полной поверхности $F=F_н+F_{ор}$, $F_{ор}$ — поверхность собственно оребрения; $F_н$ — поверхность, не занятая ребрами; E_λ — коэффициент эффективности ребра, учитывающий конечность его теплопроводности (см. гл. 2, при $\lambda_{ор}\to\infty$ $E_\lambda\to 1$). Более подробно расчет таких поверхностей см. [2.4, 7.2].

Пример. На торце радиоэлемента (рис. 16 10) смонтированы n медных проводников радиусом $R=0{,}5$ мм, длиной $L=10$ мм, $\lambda_м=400$ Вт/(м·К). Площадь торца $F_0=100$ мм^2. Определить увеличение оттока теплоты с поверхности торца при наличии проводников, т. е. $(Q_п+Q_1)/Q_0$, где мощность $Q_0=\alpha\Delta T F_0$ рассеивается торцом, $Q_п=n\pi R^2\Delta T\lambda_м b\,\mathrm{th}\,(bL)$ — проводниками ($b=\sqrt{2\alpha/(\lambda_м R)}$); $Q_1=2\Delta T(F_0-n\pi R^2)$ — поверхностью торца, свободной от про-

водников. Температура торца $T_0=343$ К, воздуха $T_в=293$ К. Физические свойства воздуха при $\langle T\rangle=(343\text{-}293)/2=318$ К: $Pr=0{,}7$; $\lambda=0{,}027$ Вт/(м·К); $\nu=1{,}7\cdot10^{-5}$ м²/с. Число Рэлея $Ra=g\beta\Delta TL^3\,Pr/\nu^2=1741$. По формуле (10.1.4) $\langle Nu\rangle=0{,}55Ra^{1/4}=0{,}55\cdot1741^{1/4}=3{,}55$; $\alpha=3{,}55\cdot0{,}0278/0{,}01\approx10$ Вт/м²;

$$(Q_п+Q_1)/Q_0=1+\frac{n\pi R^2}{F_0}\left(\frac{\lambda}{\alpha}B\,\mathrm{th}(BL)-1\right)\approx1+n\cdot0{,}31.$$

При $n=10$ рассеяние увеличится в 4 раза.

Подробно тепловые расчеты радиоэлектронных систем приведены в [16.5], электрических машин — в [16.19].

Поверхности с повышенной интенсивностью конвективного теплообмена конструируются так, чтобы уменьшить толщину пограничного слоя за счет локальных разрывов, обтекаемой поверхности или повысить интенсивность турбулентных переносов в непосредственной окрестности поверхности теплообмена [16.1, 16.2, 16.4, 16.10, 16.11, 16.14]. Повышение турбулентности достигается соответствующей геометрией, а также закручиванием потока теплоносителя вдоль его основного течения. На рис. 16.11—16.15 приведены данные о некоторых из таких устройств.

Основным критерием целесообразности применения поверхностей с повышенным конвективным теплообменом является их технологичность для данного конкретного типа оборудования и возможность уменьшения габаритов и материалоемкости при заданной тепловой мощности. Конечно, для конкретных условий могут иметь место и другие критерии выбора.

Если не применять специальных форм поверхности теплообмена, то увеличение степени турбулентности как потока в целом, так и локализованно приводит к повышению гидродинамического сопротивления в большей мере, чем к увеличению теплопереноса. Однако существуют возможности получать и обратные, т. е. наиболее эффективные для теплообменных аппаратов, результаты (см., например, [16.10]). В табл. 16.4 приведены соответствующие данные.

В области $2000<Re<5000$, т. е. при переходном режиме течения, оптимальными являются значения $D_1/D_2\approx0{,}91$ и $\Delta x/D_2=1$. Для этих значений параметров в табл 16.5 приведены отношения $Nu/Nu_{гл}$ и $\zeta/\zeta_{гл}$ для труб с кольцевой накаткой.

Подробнее см. [16.1, 16.2, 16.10, 16.11, 16.14], а также авторские свидетельства [16.22—16.27].

При пузырьковом кипении конструктивные изменения поверхности нагрева эффективны при малых тепловых потоках, когда $\alpha_{кип}>\alpha_{кон}$, и низких давлениях, когда из-за малого числа виртуальных центров парообразования термогидродинамика кипения становится нестабильной.

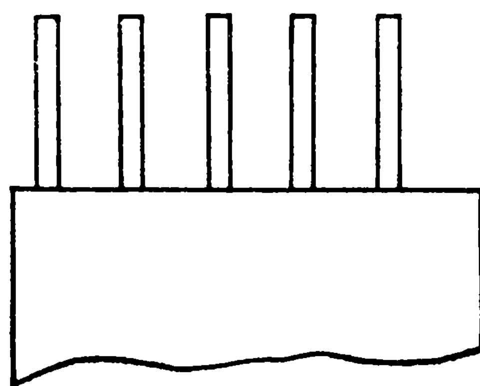


Рис. 16.10. Радиоэлемент с металлическими проводниками

Таблица 16.4. **Интенсификация однофазной вынужденной конвекции в трубах с кольцевой накаткой (рис. 16.15,*а*) по отношению к гладкой трубе для $0,5<Pr<50$; $\overline{Nu}=Nu/Nu_{гл}$, $\overline{\zeta}=\zeta/\zeta_{гл}$**

D_1/D_2	Re = 10^4		Re = $2\cdot10^4$		Re = $4\cdot10^4$		Re = 10^5		Re = $2\cdot10^5$		Re = $4\cdot10^5$	
	$\overline{Nu}$	$\overline{\zeta}$	$\overline{Nu}$	$\overline{\zeta}$	$\overline{Nu}$	$\overline{\zeta}$	$\overline{Nu}$	$\overline{\zeta}$	$\overline{Nu}$	$\overline{\zeta}$	$\overline{Nu}$	$\overline{\zeta}$
					$\Delta x/D_2=0,25$							
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,99	1,25	1,45	1,30	1,36	1,32	1,32	1,35	1,20	1,37	1,20	1,38	1,17
0,98	1,55	1,88	1,55	1,72	1,60	1,72	1,62	1,62	1,70	1,60	1,75	1,50
0,97	1,80	2,36	1,80	2,20	1,85	2,20	1,88	2,15	1,95	2,08	2,06	2,05
0,96	1,98	2,84	2,00	2,76	2,08	2,74	2,10	2,68	2,16	2,74	2,25	2,70
0,95	2,14	3,28	2,20	3,30	2,28	3,35	2,28	3,22	2,37	3,40	2,45	3,50
0,94	2,30	3,80	2,35	3,85	2,43	4,10	2,43	4,15	2,56	4,20	2,63	4,45
0,93	2,43	4,20	2,50	4,36	2,58	4,86	2,58	5,20	2,58	5,15	2,79	5,45
0,92	2,54	4,70	2,64	5,00	2,68	5,66	2,70	6,24	2,78	6,18	2,92	6,60
0,91	2,60	5,20	2,75	5,60	2,77	6,40	2,78	7,36	2,84	7,40	3,00	7,80
0,90	2,65	5,80	2,80	6,30	2,80	7,16	2,82	8,22	2,88	8,80	3,08	9,08
0,89	2,65	6,32	2,85	7,10	2,80	8,10	2,82	9,20	2,92	10,30	3,12	10,56
0,88	—	—	2,87	—	2,80	—	2,82	—	2,96	—	3,12	—
					$\Delta x/D_2=0,5$							
0,99	1,23	1,34	1,28	1,12	1,22	1,16	1,25	1,20	1,28	1,20	1,32	1,08
0,98	1,50	1,68	1,52	1,40	1,45	1,40	1,48	1,48	1,55	1,45	1,61	1,37
0,97	1,70	2,04	1,75	1,70	1,65	1,80	1,71	1,81	1,80	1,88	1,88	1,73
0,96	1,88	2,40	1,92	2,10	1,86	2,30	1,92	2,36	2,04	2,50	2,10	2,25
0,95	2,05	2,90	2,08	2,90	2,06	3,04	2,12	3,05	2,24	3,22	2,28	2,97
0,94	2,20	3,45	2,26	3,60	2,24	3,80	2,22	3,90	2,38	4,08	2,45	3,81
0,93	2,32	4,00	2,40	4,50	2,38	4,60	2,37	5,00	2,50	4,92	2,61	4,80
0,92	2,40	4,70	2,54	5,30	2,50	4,45	2,49	6,16	2,61	5,90	2,74	5,78
0,90	2,54	6,30	2,69	7,20	2,68	7,28	2,67	8,56	2,77	8,13	2,92	8,30
0,89	2,58	7,30	2,70	8,20	2,70	8,50	2,70	9,90	2,81	9,65	2,98	9,80
0,88	2,58	8,50	2,72	9,23	2,70	10,10	2,70	11,50	2,85	10,50	3,00	11,60
					$\Delta x/D_2=1,0$							
0,99	1,13	1,05	1,13	1,07	1,15	1,08	1,15	1,11	1,16	1,07	1,12	1,08
0,98	1,27	1,10	1,25	1,15	1,30	1,16	1,34	1,27	1,40	1,28	1,28	1,20
0,97	1,41	1,15	1,40	1,20	1,45	1,27	1,54	1,45	1,55	1,53	1,43	1,40
0,96	1,57	1,25	1,55	1,30	1,61	1,50	1,70	1,72	1,70	1,85	1,60	1,65
0,95	1,69	1,40	1,65	1,46	1,73	1,85	1,85	2,03	1,82	2,20	1,75	1,95
0,94	1,81	1,80	1,82	1,72	1,86	2,30	1,97	2,39	1,96	2,61	1,90	2,40
0,93	1,93	2,44	1,95	2,08	1,98	2,94	2,05	2,85	2,08	3,07	2,08	2,90
0,92	2,06	3,05	2,09	2,80	2,13	3,50	2,21	3,45	2,20	3,52	2,21	3,40
0,91	2,17	3,72	2,21	3,76	2,23	4,30	2,32	4,38	2,32	4,04	2,35	4,13
0,90	2,27	4,52	2,38	4,80	2,35	5,50	2,41	5,60	2,40	4,76	2,47	4,08
0,89	2,38	5,62	2,48	5,90	2,45	6,90	2,52	6,80	2,50	5,80	2,57	6,20
0,88	2,48	7,00	2,60	7,30	2,58	8,25	2,60	8,30	2,60	7,20	2,66	7,45
0,87	2,54	10,00	2,70	9,95	2,66	10,00	2,67	10,00	2,68	9,50	2,74	9,00
0,86	2,62	—	2,81	—	2,75	—	2,72	—	2,75	—	2,80	—

Примечания: 1 Число Re определяется по диаметру гладкой части трубы и скорости течения в этой области

2 Коэффициент теплоотдачи отнесен к поверхности с диаметром D_2, т. е. без учета ее изменения турбулизаторами

3 Индекс «гл» относится к течению в гладкой трубе

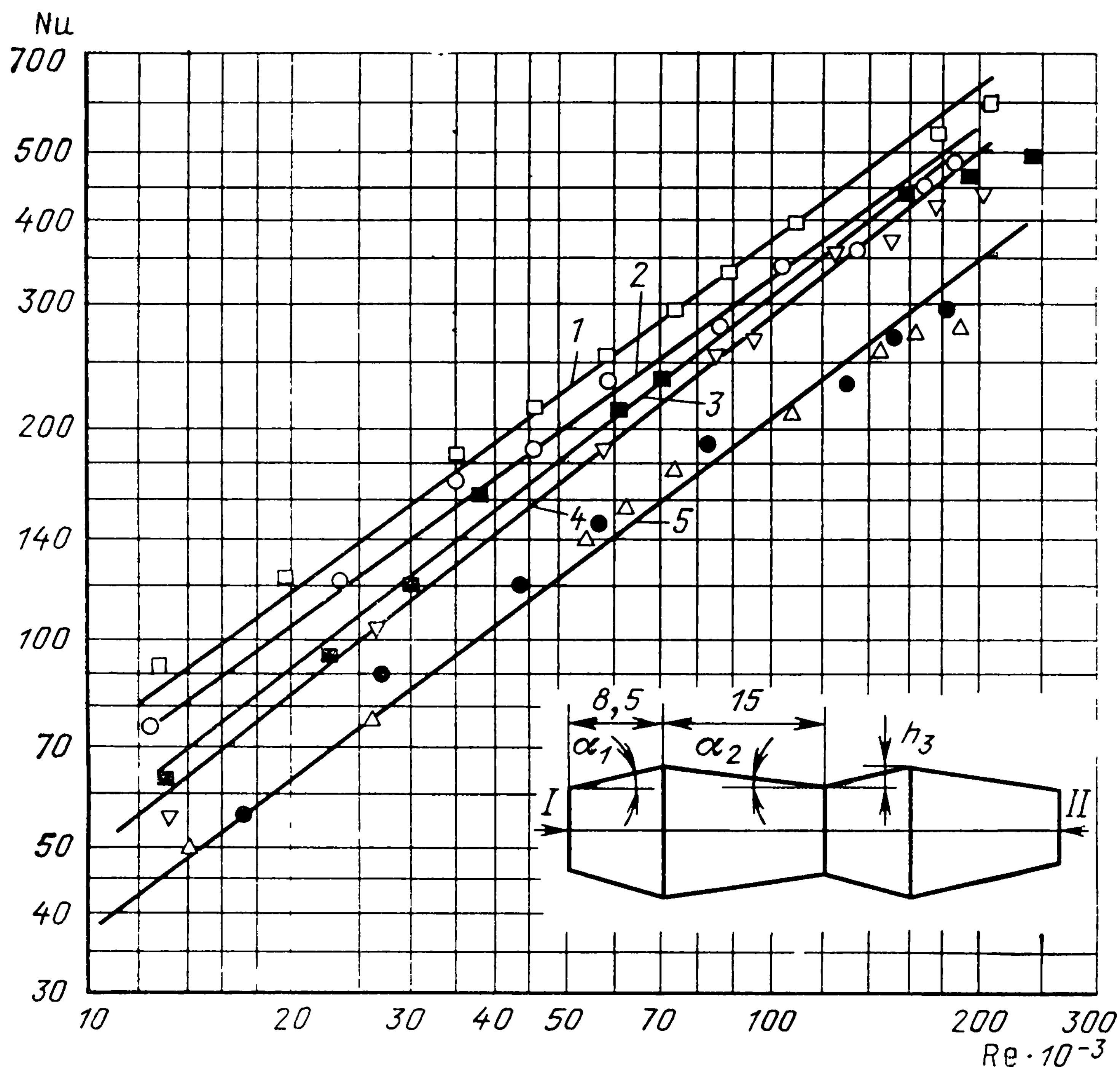


Рис. 16.11. Теплообмен в трубах типа конфузор-диффузор

Линии	$h_з$, мм	$d_э$, мм	α_1, град	α_2, град	Направление потока
1 и *2*	2	17,7	13	7,5	□—*I*, ○—*II*
3 и *4*	1	15,8	6,6	3,7	■—*I*, ▽—*II*
5	0,5	19,2	3,4	1,9	△—*I*, ●—*II*

Одним из хорошо проверенных способов интенсификации кипения является *применение пористых покрытий.* На таких поверхностях значение $\alpha_{кип}$ возрастает в 5—10 раз по сравнению с кипением на гладкой поверхности при q=idem, уменьшается ΔT закипания, процесс кипения становится стабильным при малых q и p. Эти эффекты в основном определяются процессами термогидродинамики внутри пористого слоя. Капиллярная структура такого слоя облегчает условия образования паровых зародышей, улучшает подвод тепла к формирующемуся паровому пузырю через жидкий микрослой, препятствует преждевременному смыванию пузырей конвекцией жидкой фазы, увеличивает число виртуальных и действующих центров парообразования и приток к ним жидкой фазы. В такой капиллярно-пористой структуре процесс парообразования происходит главным образом в ее объеме, а не на внешней поверхности.

По данным А. В. Боришанской и Г. Н. Даниловой для интенсификации

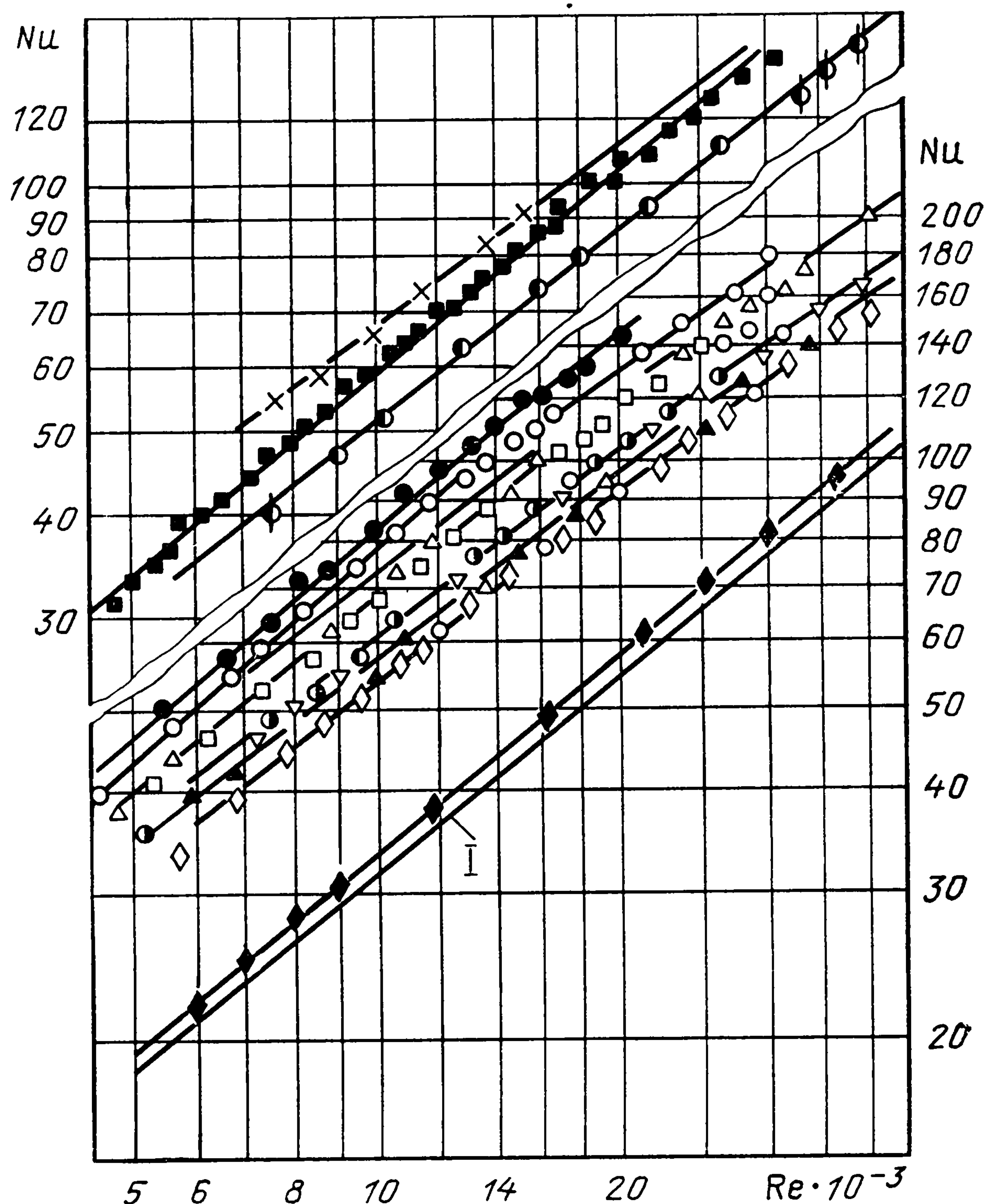


Рис. 16.12. Теплообмен в трубах со спиралями диаметром 13,8 мм:

проволока d=3 мм, шаг t, мм: ●—20, ○—30, △—43, △—60; d=2 мм, t, мм: □—28, ▲—43; d=0,8 мм, t, мм; ×—10, ■, ◑—20, ◇—30; ◐—d=0,46 мм, t=20 мм; ✦— гладкая труба, I — по уравнению $Nu=0,02\ Re^{0,8}$

кипения хладонов 22 и 212 наиболее эффективно электродуговое покрытие металлическим порошком ($253<T''<293$ К; $2<q<30$ Вт/м²) при толщине слоя $\delta_{сл}\approx0,1\delta_{g\sigma}$ и $\varphi_{сл}\approx0,37$; слой, образуемый спеканием, наиболее эффективен при $\delta_{сл}\approx0,15\delta_{g\sigma}$ и $\varphi\approx0,46$; диаметр частиц металлического порошка $0,06<d<0,1$ мм.

Таблица 16.5. **Интенсификация теплообмена в каналах типа, показанного на рис. 16.5,*а*, в области ламинарно-турбулентного перехода**

Re	1580	2000	2510	3160	3980	5000	6300	7950
$Nu/Nu_{гл}$	0,94	1,41	2,06	2,05	1,99	1,93	1,90	1,85
$\zeta/\zeta_{гл}$	1,26	1,48	2,01	1,95	2,09	2,28	2,42	2,55

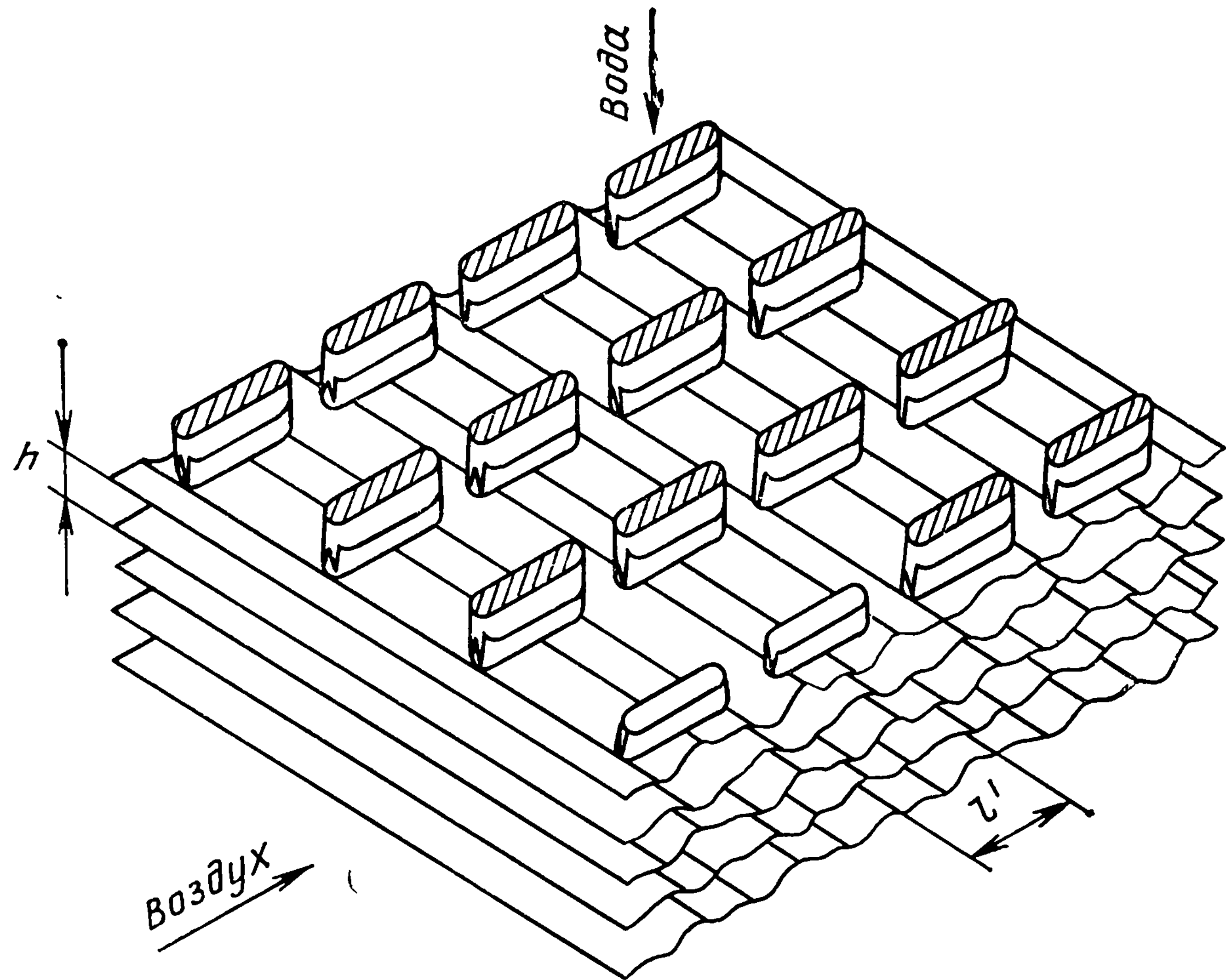


Рис. 16.13. Трубчато-пластинчатый теплообменник с поперечными турбулизаторами на пластинчатом оребрении

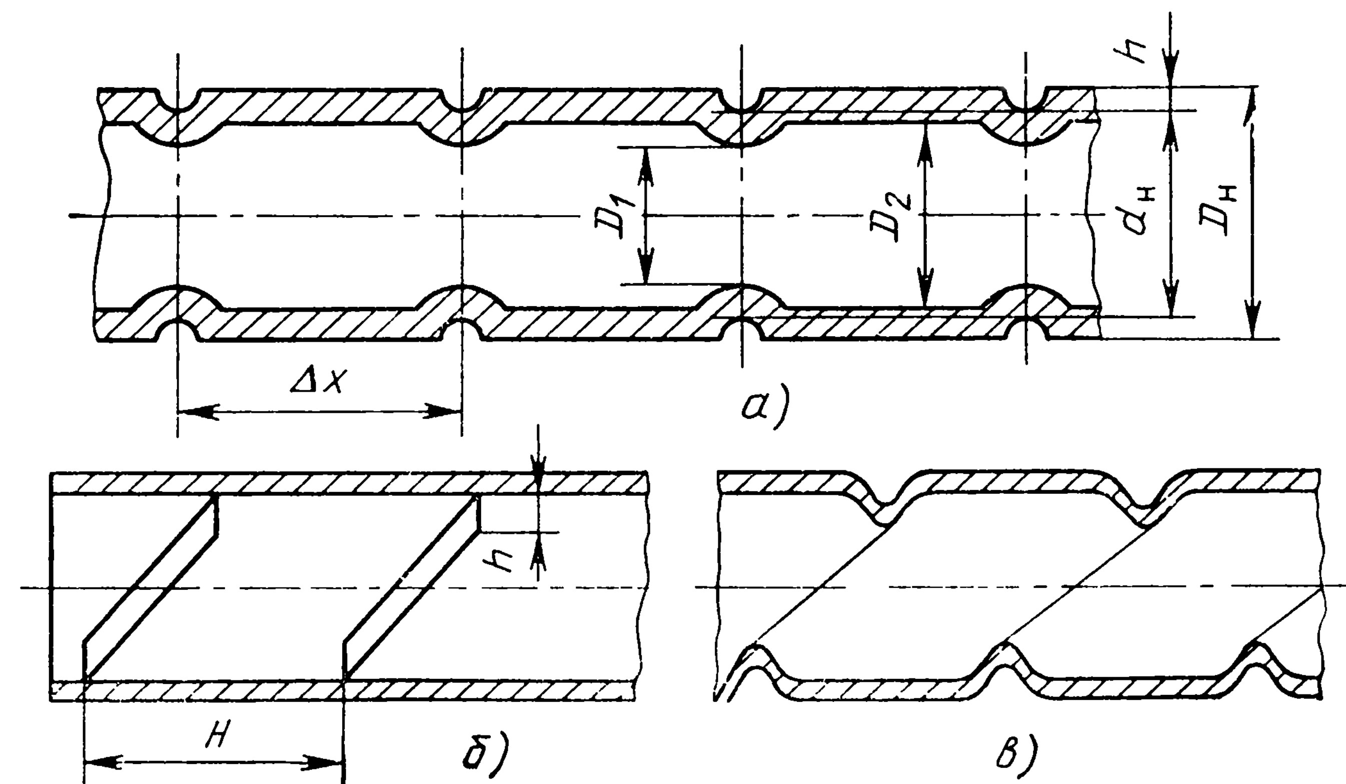


Рис. 16.14. Пластинчато-ребристая теплообменная поверхность с рассеченными треугольными ребрами

→

Рис 16.15. Теплообменные трубы с турбулизацией потока около стенки:

а — с кольцевой накаткой; *б* — с пластинчатыми спиральными вставками; *в* — со спиральной накаткой

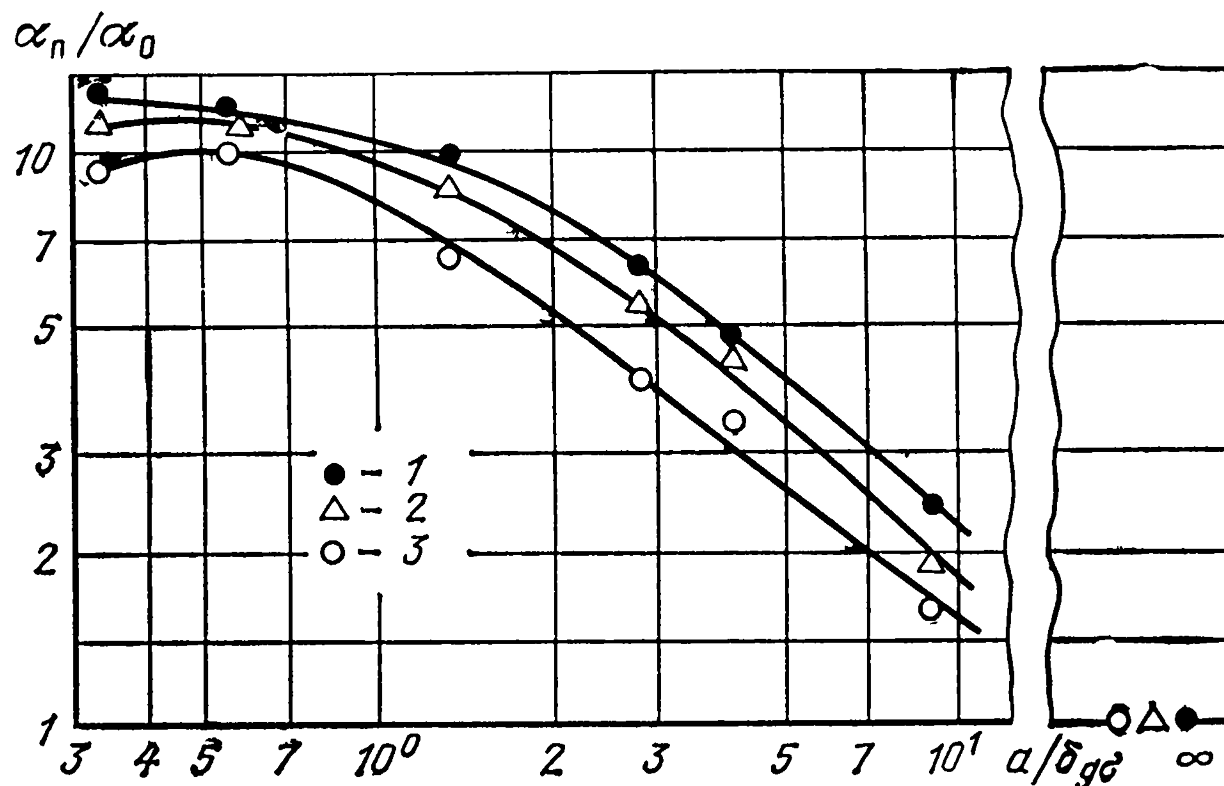


Рис. 16.16. Теплообмен при конденсации хладона R 12 при q=const на одиночной трубе (1) и на пакете оребренных труб (2, 3):

1 — $Re'=G/\mu=53$; 2 — 150; 3 — 400

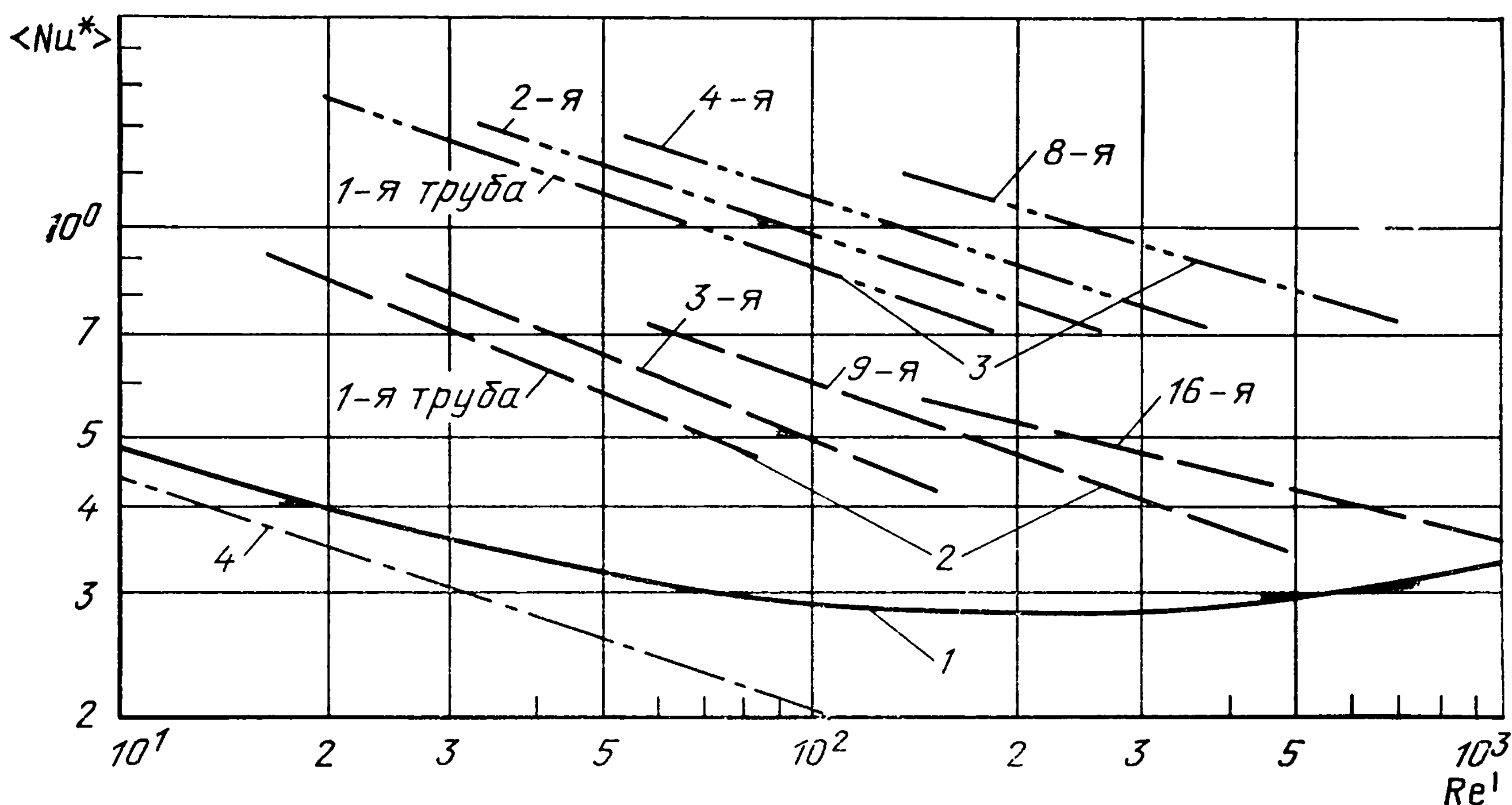


Рис. 16.17. Теплообмен при конденсации хладонов на пакетах гладких (1) и оребренных труб:

2 — относительное расстояние между ребрами $a/\delta_{\sigma g}$=9,2, число труб в пакете n=16, 3 — $a/\delta_{\sigma g}$=0,54, n=9; 4 — расчет по Нуссельту; для 2 и 3 $b/\delta_{\sigma g}$=0,7; $h/\delta_{\sigma g}$=1,4

Для таких покрытий при $2\cdot10^3<q<2\cdot10^4$ Вт/м²; $1{,}5\cdot10^5<p<1\cdot10^6$ МПа; $0{,}1<\varphi_{сл}<0{,}4$

$$\alpha_{кип}=C[\varphi/(1-\varphi)\bar{\delta}_{сл}]^{0,3}p^{0,25}q^{0,57}, \qquad (16.6.2)$$

где $\bar{\delta}_{сл}=\delta_{сл}/\delta_{g\sigma}$ — отношение характерной толщины пористого слоя к капиллярному масштабу; для хладонов R 22 C=2,46 и для R 212 C=2,41.

При этом коэффициент $\alpha_{кип}$ для неоребренных труб увеличивается в 10 раз, а для оребренных в 5 раз по сравнению с гладкими поверхностями.

Таблица 16.6. **Теплоотдача при конденсации медленно движущегося пара на одиночных оребренных трубах**

Профиль оребрения	Схема	$\alpha_п/\alpha_0$	Расчетные зависимости	Пределы применимости	Рекомендуемые размеры
Цилиндрические ребра: а) горизонтальная труба б) вертикальная труба	a, d, D	До 2,8 До 9	$Nu^* = 3,4\,Re^{-0,9}(a/\delta_{g\sigma})^{1/3}$; $Nu^* = \dfrac{\alpha_п \delta_{g\nu}}{\lambda}$; $Re = G/\mu$ $Nu^* = 71\,Re^{-2/3}(a/\delta_{g\sigma})^{0,6}$	$1 < a/\delta_{g\sigma} < 5$; $0,5 < d/\delta_{g\sigma} < 1$; $Re < 30$ $2 < a/\delta_{g\sigma} < 10$; $0,3 < d/\delta_{g\sigma} < 1$; $Re < 700$	$2 \leqslant a/\delta_{g\sigma} \leqslant 4$ $2 < a/\delta_{g\sigma} < 4$
Волнистые ребра (горизонтальная труба)	R, R, D	До 5,3	$\langle Nu \rangle =$ $= 0,34\,(GaPrK/\overline{D})^{0,31}\,(\overline{D}\overline{R}^2)^{0,09}$; $\langle Nu \rangle = \dfrac{\langle \alpha \rangle R}{\lambda}$; $Ga = \dfrac{gR^3}{\nu^2}$; $\overline{D} = D/R$; $K = \dfrac{r}{c\Delta T}$; $\overline{R} = R/\delta_{g\sigma}$	$10^2 < (GaPrK) < 10^5$; $0,1 < \overline{R} < 0,35$; $20 < \overline{D} < 10^2$	$0,2 < \overline{R} < 0,4$
Трапециевидные и прямоугольные ребра (горизонтальная труба)	b, φ, h, a, D	До 16	$\langle Nu^* \rangle = 1,13\,Re^{-1/3}(a/\delta_{g\sigma})^{1/2}$; $\langle Nu^* \rangle = 0,8\,Re^{-1/3}$; $\langle Nu^* \rangle = \dfrac{\langle \alpha \rangle \delta_{g\nu}}{\lambda}$; $Re = \dfrac{gh}{\mu r \cos\varphi}$	$0,1 < b/\delta_{g\sigma} < 3$; $0,1 < a/\delta_{g\sigma} < 0,5$; $0,5 < a/\delta_{g\sigma} < 4$	$0,4 < a/\delta_{g\sigma} < 1$

При пленочной конденсации чистого пара интенсификация теплообмена существенно зависит от многих факторов, влияющих по-разному. Так, поверхностное натяжение вызывает зависание конденсата в межтрубном пространстве, т. е. снижает теплопередачу, а развитие поверхности охлаждения за счет оребрения повышает общий тепловой поток. При этом могут существенно меняться и фундаментальные связи между числами Nu^* и Re'.

Некоторые экспериментально обоснованные данные В. П. Исаченко, А. П. Солодова, И. И. Гогонина, О. А. Кабова, В. Г. Риферта и др. приведены в табл. 16.6 и на рис. 16.16 и 16.17. Здесь $\langle\alpha\rangle$, $\alpha_{п}$ — коэффициенты теплоотдачи — средний по всей оребренной поверхности и отнесенный к площади поверхности цилиндрического основания; α_0 — коэффициент теплоотдачи трубы без ребер при одинаковой плотности орошения.

16.7. ТЕПЛОВЫЕ ТРУБЫ

Тепловыми трубами называются устройства, выполняющие функции теплопроводов типа стержней и ребер, т. е. без расхода теплоносителя. В отличие от теплопроводов из сплошного твердого материала, внутри тепловых труб осуществляется интенсивный тепломассообмен за счет процессов испарения и конденсации. В результате интенсивность теплопередачи (эффективная теплопроводность «стержня») возрастает на много порядков. История создания этих аппаратов восходит к изобретениям Перкинса (1897 г.) и Гаулера (1942 г.). В двух представленных схемах тепловых труб: с гравитационным механизмом рециркуляции теплоносителя (рис. 16.18) и с капиллярным механизмом (рис. 16.19) — перенос теплоты осуществляется наиболее интенсивными из известных процессов теплообмена — на «горячем» торце трубы жидкость кипит, на «холодном» торце конденсируется.

Собственно тепловые трубы осуществляются с фитильными устройствами, обеспечивающими устойчивый капиллярный механизм возврата конденсата к зоне кипения теплоносителя и, следовательно, их действие не зависит от гравитационных эффектов.

Различают: *пределы тепловой мощности* $Q_{макс}$, при достижении которых тепловая труба не теряет работоспособности (устойчивости); *ограничения тепловой мощности*, когда при достижении максимальной для данных условий тепловой мощности возникают кризисные явления (осушение фитиля, пережог труб и т. п.).

Вязкостный предел мощности характерен для длинных труб и очень низких давлений пара (Буссе, 1973 г.)

$$Q_{макс,\nu} = D''^2 rp / (64\nu'' L_{эф}). \qquad (16.7.1)$$

Звуковой предел мощности характерен для не очень длинных труб ($L_{исп} < 10D$) и давлений порядка 10^4 Па (Леви, 1968)

$$Q_{макс,a_*} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} D''^2 r \sqrt{p\rho''\gamma/(\gamma+1)}. \qquad (16.7.2)$$

В этих формулах параметры пара определяются в начале зоны испарения, а механизм ограничения соответствует меньшему значению $Q_{макс}$; D'' — диа-

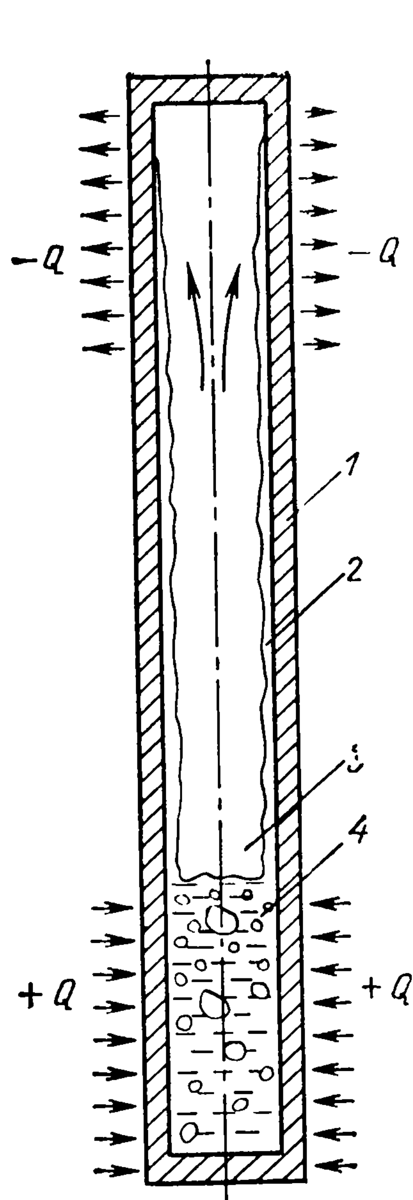


Рис. 16.18. Схема испарительного термосифона:
1 — корпус; 2 — пленка конденсата; 3 — пар; 4 — объем кипящей жидкости

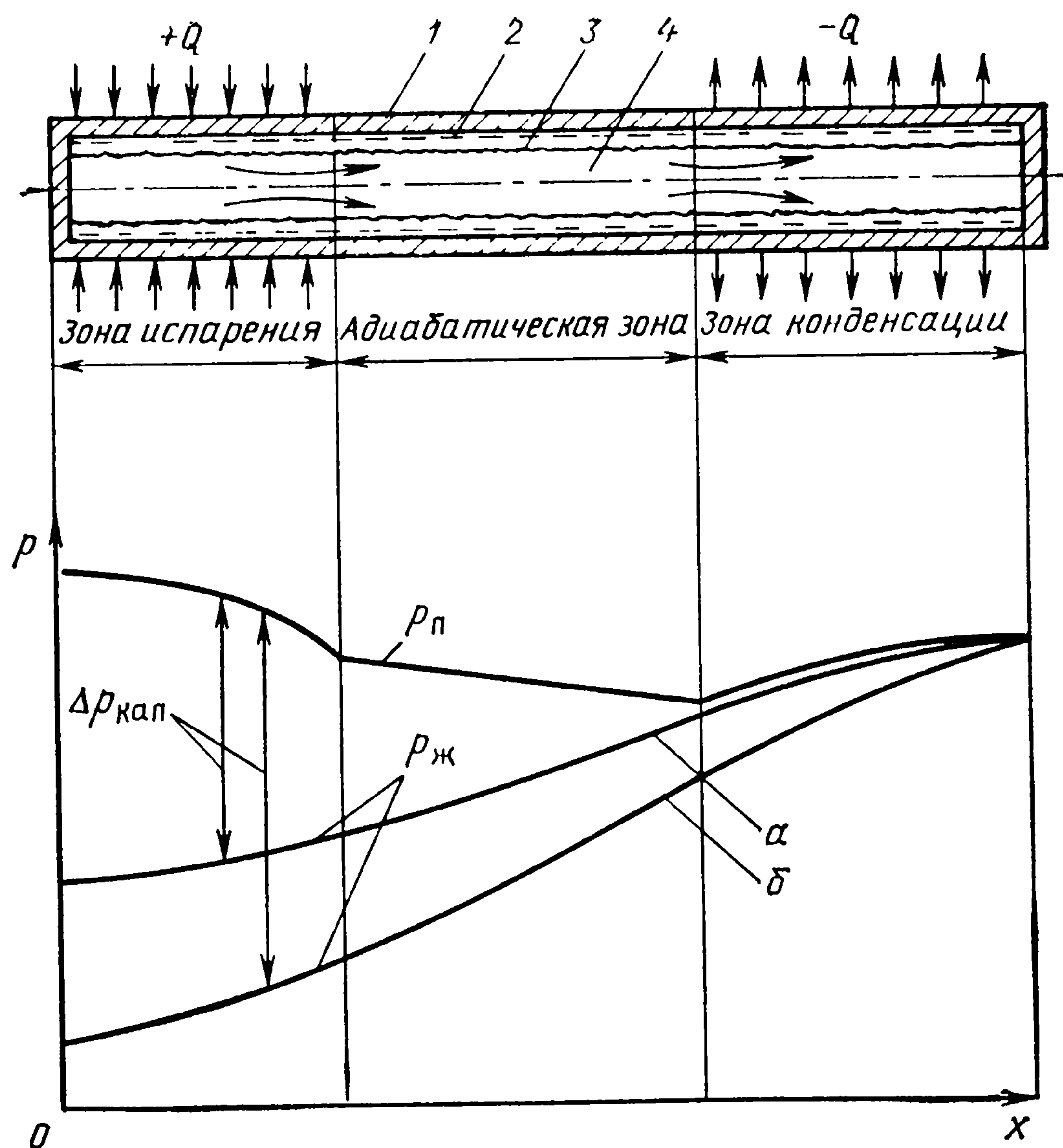


Рис. 16.19. Схема тепловой трубы с капиллярно-пористой структурой и распределение давления в паре $p_п$ и жидкости $p_ж$ без воздействия массовых сил (*а*) и в гравитационном поле, направленном против течения жидкости в фитиле (*б*):
1 — корпус; 2 — фитиль; 3 — жидкость; 4 — пар

метр парового канала; $L_{эф} = (1/2)(L_{исп} + L_{кон} + 2L_{ад})$ — эффективная длина; $L_{исп}$ — длина зоны испарения; $L_{кон}$ — длина зоны конденсации; $L_{ад}$ — длина адиабатической зоны.

Ограничение мощности уносом жидкости из фитиля в паровое пространство

$$Q < \Omega r \sqrt{2\pi\sigma\rho''/\lambda_\sigma}, \qquad (16.7.3)$$

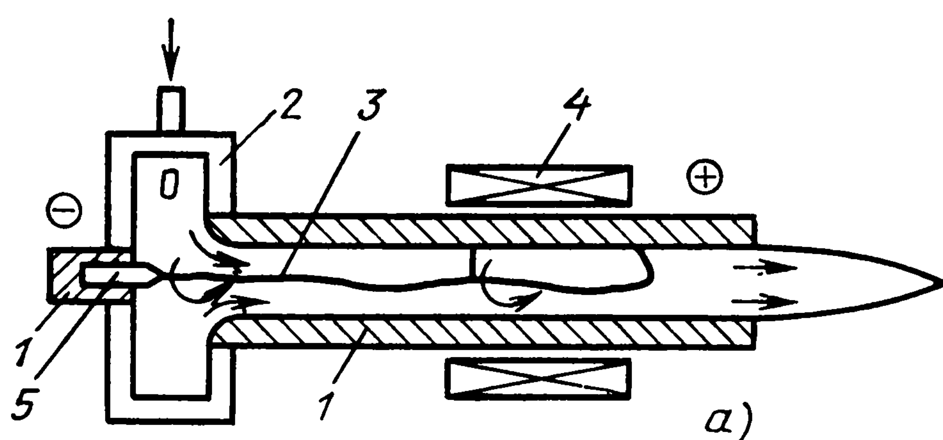
где Ω — площадь поперечного сечения канала; λ_σ — длина капиллярных волн на поверхности жидкой фазы, зависящая от конструкции фитиля.

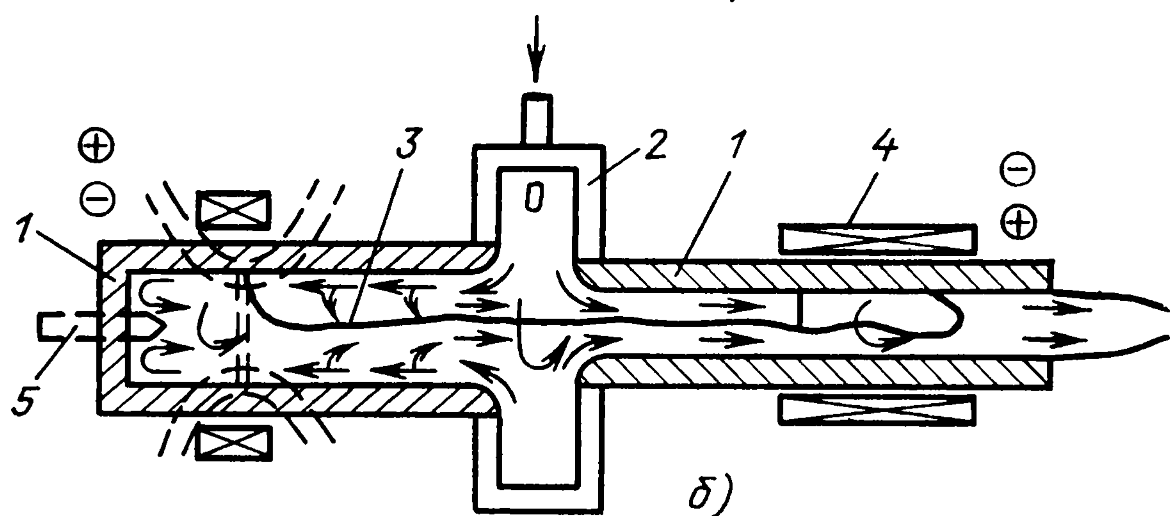
Ограничение капиллярным давлением связано с дебалансом перепадов давлений и приводит к срыву циркуляции жидкости по фитилю.

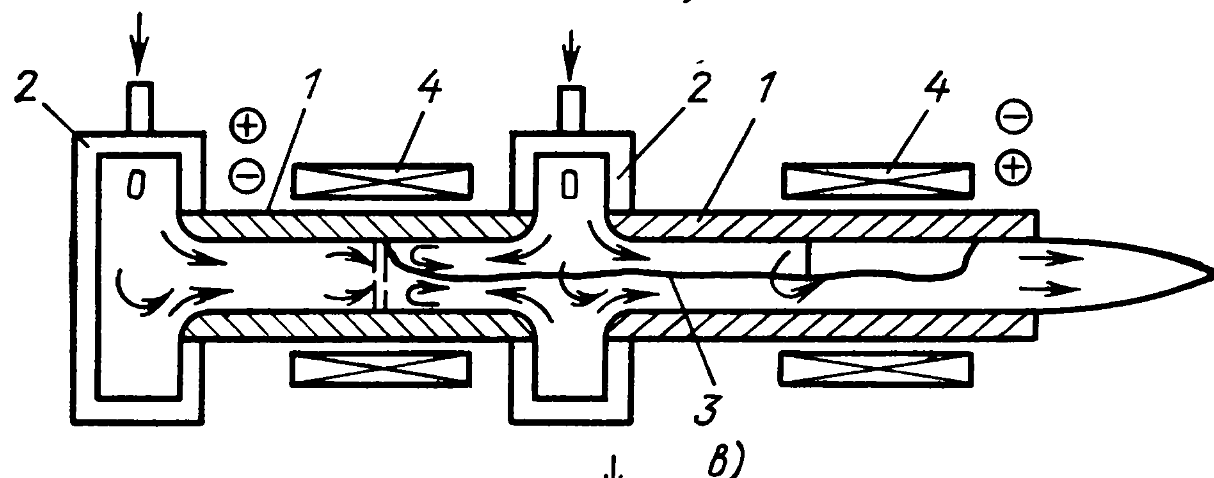
Подробно о тепловых трубах см. [16.8, 16.9].

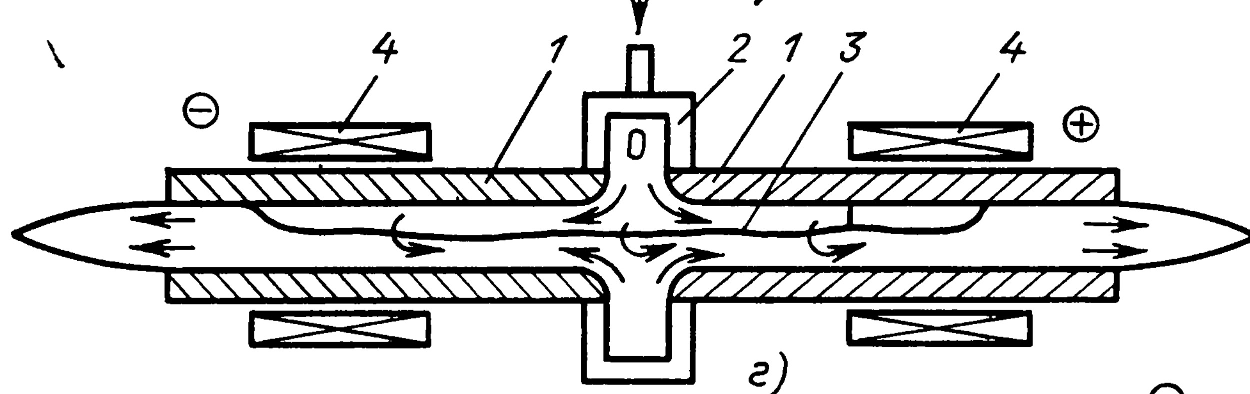
16.8. ЭЛЕКТРОДУГОВЫЕ ПЛАЗМОГЕНЕРАТОРЫ

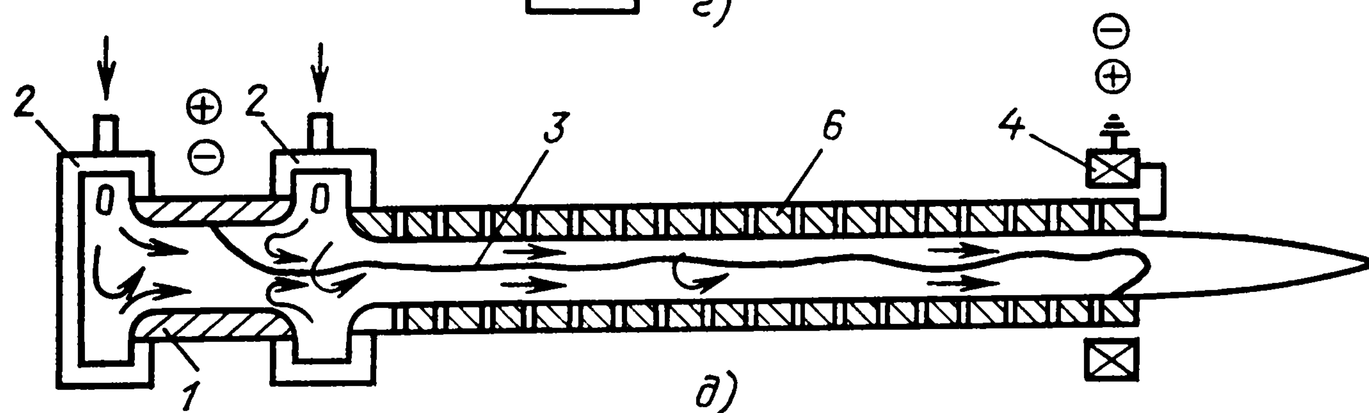
Электродуговые генераторы плазмы — плазмотроны — предназначены для получения потоков высокотемпературного квазиравновесного ионизованного газа (термической плазмы). На рис. 16.20 показаны принципиальные схемы линейных плазмотронов.











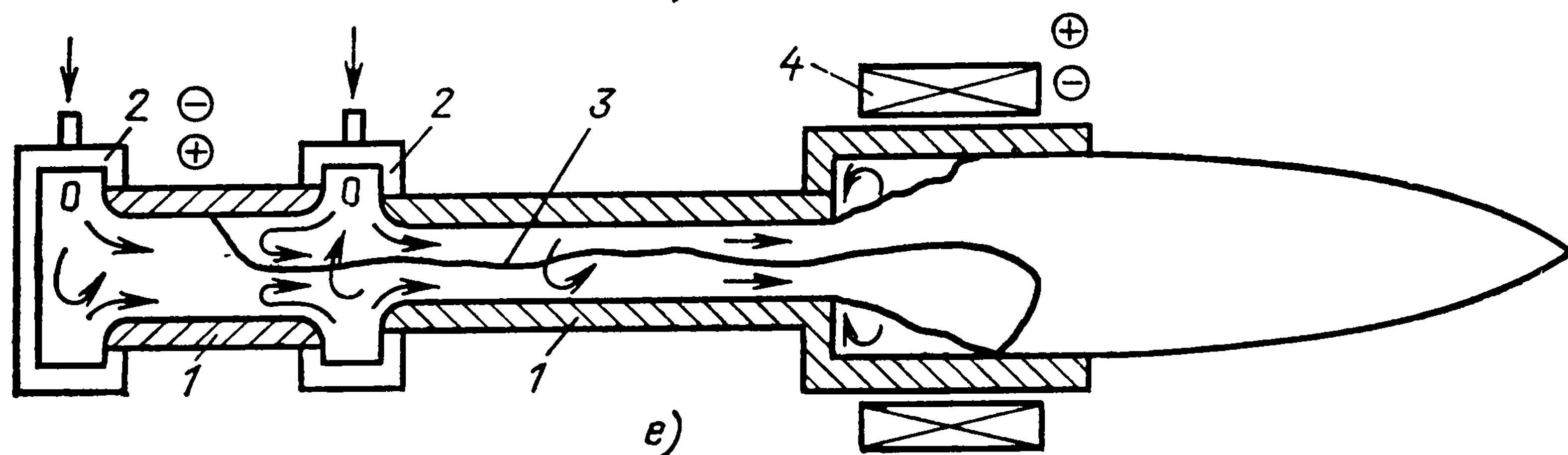


Рис. 16.20. Схемы плазмотронов с газовихревой стабилизацией дуги:

с самоустанавливающейся длиной дуги: *а* — однокамерный; *б* — **однокамерный с полым электродом**; *в* — **двухкамерный**; *г* — однокамерный с двусторонним истечением газа;

с фиксированной длиной дуги: *д* — с секционированной вставкой *6*; *е* — с газодинамической фиксацией; *1* — электроды; *2* — вихревая камера; *3* — дуга; *4* — электромагнитные катушки; *5* — термокатод

Вольт-амперная характеристика плазмотрона является его основным электродинамическим показателем, связывающим электромагнитные, газодинамические и тепловые параметры протекающих в аппарате процессов. Она может быть падающей и восходящей.

Расчетные зависимости для плазмотронов обычно записываются в размерной форме, без учета влияния физических свойств. Связано это обстоятельство со значительной неопределенностью параметров состояния, по которым надо находить эти свойства, а также с относительной стабильностью температурных режимов работы конкретных типов плазмотронов. Ниже приводятся некоторые соотношения по данным М. Ф. Жукова и др.

Вольт-амперные характеристики (падающие). *Однокамерный плазмотрон* с прямой полярностью (выходной электрод — анод):

рабочее тело — воздух

$$V^{+}=1{,}29\cdot 10^{3}I^{-0{,}3}G^{0{,}45}p^{0{,}25}D^{0{,}1}. \qquad (16.8.1)$$

Здесь и далее V — напряжение, В; I — сила тока, А; G — расход рабочего тела, кг/с; p — давление в конце электродуговой камеры, Па; D — диаметр канала, м;

рабочее тело — водород

$$V^{+}=9{,}65\cdot 10^{3}I^{-0{,}4}G^{0{,}7}p^{0{,}36}D^{0{,}06}; \qquad (16.8.2)$$

обратная полярность (выходной электрод — катод), рабочее тело — воздух

$$V^{-}=1{,}97\cdot 10^{3}I^{-0{,}34}G^{0{,}32}p^{0{,}25}D^{0{,}27}; \qquad (16.8.3)$$

переменный ток, рабочее тело — воздух

$$V^{\sim}=3{,}93\cdot 10^{3}I^{-0{,}36}G^{0{,}46}p^{0{,}2}D^{0{,}1}. \qquad (16.8.4)$$

Двухкамерный плазмотрон с прямой полярностью:

рабочее тело — воздух, соотношение расходов через первую и вторую камеры $\bar{G}\geqslant 5$:

$$V^{+}=1{,}36\cdot 10^{3}I^{-0{,}4}G^{0{,}45}p^{0{,}35}D_2^{0{,}3}; \qquad (16.8.5)$$

при $I>300$ А формула (16.8.5) применима и для обратной полярности;

рабочее тело — метан, подача всего рабочего тела во вторую (основную) камеру:

$$V^{+}=1{,}07\cdot 10^{5}I^{-0{,}7}G^{0{,}7}p^{0{,}19}D_2^{0{,}67}L^{-0{,}48}, \qquad (16.8.6)$$

где $L=L_1D_2/D_1+L_2$; L_i, D_i — расчетная длина и диаметр рабочих камер, м; индекс «1» относится к первой камере ($D_1>D_2$), индекс «2» — ко второй камере.

Фазный переменный ток, горение электрической дуги стабилизируется высокочастотным разрядом, рабочее тело — воздух:

$$V^{\sim}=2{,}15\cdot 10^{3}I^{-0{,}3}G^{0{,}3}p^{0{,}2}D^{0{,}2}; \qquad (16.8.7)$$

плазмотрон двухстороннего истечения; рабочее тело — воздух:

$$V=3{,}06\cdot 10^{3}I^{-0{,}34}G^{0{,}29}p^{0{,}25}D^{0{,}3}; \qquad (16.8.8)$$

плазмотрон с фиксированной средней длиной электрической дуги (плазмотрон с уступом) имеет восходящую ветвь вольт-амперной характеристики (рабочее тело — воздух):

$$V^{+}=(4,55+2,1\cdot 10^{-4}I/D)G^{0,22}p^{0,23}L/D. \qquad (16.8.9)$$

Длина начального участка самоустанавливающейся электрической дуги в цилиндрическом канале с газовихревой стабилизацией (рабочее тело — воздух)

$$L_{\text{н.э}}=22G^{0,25}D^{0,75}(1+3,76\cdot 10^{-5}I/D)^{-1}. \qquad (16.8.10)$$

Полная расчетная длина электрической дуги $L_э=L_{\text{н э}}+L_ш$, где длина участка шунтирования $L_ш \simeq 5D$.

Тепловой коэффициент полезного действия равен отношению приращения энтальпии рабочего тела в плазмотроне к вложенной электрической мощности $\eta=G\Delta h/(IV)$.

Однокамерные и двухкамерные плазмотроны постоянного и переменного тока:

рабочее **тело — воздух**

$$(1-\eta)/\eta=5,85\cdot 10^{-5}I^{0,54}p^{0,3}G^{-0,54}D^{-0,2}L^{0,5}; \qquad (16.8.11)$$

для двухкамерного плазмотрона расчетный диаметр $D=D_2$, рабочее тело — водород:

$$(1-\eta)/\eta=6,54\cdot 10^{-8}I^{04,}p^{0,98}G^{-0,4}D^{-0,4}L^{1,38}. \qquad (16.8.12)$$

Тепловой расчет плазмотрона включает определение его тепловой мощности и условий охлаждения электродов, которые, как правило, охлаждаются водой. Расход воды или другой охлаждающей жидкости рассчитывается из условия недопустимости возникновения пленочного кипения.

Плотность теплового потока на внешней поверхности стенки электрода (внутренняя поверхность водяной рубашки диаметром D)

$$q=IV(1-\eta)/(\pi LD')<q_{\text{кр1}}. \qquad (16.8.13)$$

Считаются допустимыми значения $q<0,3q_{\text{кр1}}$. Критический (по вероятности возникновения пленочного кипения) тепловой поток в данном случае можно определить по формуле (12.9.5). Переписав ее относительно скорости охлаждающей жидкости, при $q=0,3q_{\text{кр1}}$ и $\rho' \gg \rho''$ имеем

$$U' = 1538q^2 \Big/ \left\{ r^2\rho''\rho'^{3/4}(g\sigma)^{1/4}\left[1+0,057(\rho'/\rho'')^{0,8}\frac{c'\Delta T_н}{r}\right]^2 \right\}. \qquad (16.8.14)$$

Здесь $\Delta T_н$ — недогрев (по выходной температуре) жидкости в охлаждающей рубашке плазмотрона по отношению к температуре насыщения при соответствующем давлении в этой рубашке.

Нагрев охлаждающей жидкости (обычно воды)

$$T'_2-T'_1=Q/(c'\rho' U'\Omega'). \qquad (16.8.15)$$

Здесь индексом $'$ обозначены характеристики охлаждающей жидкости, в том числе Ω — площадь поперечного сечения канала охлаждения (жидкостной рубашки плазмотрона).

Диаметр термохимических и термокатодов и тепловые потоки в них определяются по эмпирическим данным. Например, для вольфрамовой полусферической вставки

$$D_{кат} \approx CI^{0,5}(1-0,022I^{0,5})^{-1}, \qquad (16.8.16)$$

где при работе в азоте $C=9\cdot10^{-5}$, при работе в аргоне $C=1,3\cdot10^{-4}$.

Диаметры вставок из гафния и циркония рекомендуется выбирать в следующих пределах:

I, А	<120	150—250	250—300
$D_{кат}$, мм	2,0	2,5	3,0

Тепловой поток в циркониевый катод, выбранный по приведенной рекомендации,

$$Q_{кат} \approx 2,3I = \frac{\pi}{2} D_{кат}^2 q_{кат}. \qquad (16.8.17)$$

Пример. Рассчитать однокамерный электродуговой плазмотрон с гладким выходным электродом — анодом. Электрическая мощность плазмотрона $Q_1 = VI = 300$ кВт. Воздух нагревается от комнатной температуры до $T_2=3000$ К при выходном давлении $p=5\cdot10^5$ Па, чему соответствует $\Delta h=3,56\cdot10^6$ Дж/кг.

Мощность потока энтальпии рабочего тела и соответствующий расход равны:

$$Q_2=\eta Q_1;\ G=Q_2/\Delta h. \qquad (16.8.18)$$

Диаметр канала плазмотрона выбирается из условия отсутствия теплового запирания потока рабочего тела, т. е. на выходе из аппарата скорость течения должна быть меньше скорости звука Обычно принимается 30 %-ный запас надежности по диаметру канала, т. е. около 70 % по проходному сечению.

Этим условиям соответствует формула

$$D=1,5G^{0,5}(\gamma\rho p)^{-0,25}. \qquad (16.8.19)$$

Определению подлежат: ток I или напряжение V; длина канала плазмотрона L, которая должна быть выбрана несколько больше расчетной линии электрической дуги $L_э$; коэффициент полезного действия η, расход рабочего тела G и диаметр канала плазмотрона D — всего пять величин, связанных формулами (16 8 1), (16.8.10), (16.8 11), (16.8.18) и (16.8.19). При заданных термодинамических параметрах состояния воздуха плотность рабочего тела $\rho = 0,58$ кг/м^3, показатель адиабаты $\gamma=1,2$. Итерация может начинаться с задания вероятного значения КПД плазмотрона — в данном случае примем $\eta=0,8$. Тогда $Q_2=0,8\cdot300\cdot10^3=2,4\cdot10^5$ Вт; $G=2,4\cdot10^5/(3,56\cdot10^6)=0,067$ кг/с; $D=1,5\cdot0,067^{0,5}(1,2\cdot0,58\cdot5\cdot10^5)^{-0,25}=0,016$ м Подставляя в (16.8.1) $V=Q_1/I$, имеем

$$I \approx 3,61\cdot10^{-5}Q^{1,43}G^{-0,64}p^{-0,36}D^{-0,14}. \qquad (16.8.20)$$

Для полученного значения расхода воздуха находим

$$I=3,61\cdot10^{-5}(3\cdot10^5)^{1,43}\cdot0,067^{-0,64}\cdot(5\cdot10^5)^{-0,36}\cdot0,016^{-0,14}=219\ \text{А};$$

длина начального участка электрической дуги

$$L_{н.э}=22\cdot0,067^{0,25}\cdot0,016^{0,75}/(1+3,76\cdot10^{-5}\cdot219/0,016)=0,33\ \text{м};$$

полная расчетная длина $L=0{,}33+5\cdot 0{,}016=0{,}41$ м; $\frac{1-\eta}{\eta}=5{,}85\cdot 10^{-5}\times$ $\times 219^{0,54}(5\cdot 10^5)^{0,3}\cdot 0{,}067^{-0,54}\cdot 0{,}016^{-0,2}\cdot 0{,}41^{0,5}=0{,}346$; $\eta=0{,}74$.

Для следующего шага примем $\eta=0{,}73$, чему соответствуют значения: $G=0{,}0615$ кг/с; $D=0{,}0153$ м; $I=235$ А; $L=0{,}295+5\cdot 0{,}015=0{,}37$ м; $\eta=0{,}73$ — расчет практически сошелся.

Подробнее о электродуговых плазмогенераторах см. [14.2, 16.6, 16 7, 16.16, 16.20].

16 9. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ СОПРОТИВЛЕНИЯХ

Прямой гидравлический расчет определяет перепады давления по тракту каждого теплоносителя от входа в аппарат до выхода из него и соответствующую мощность перекачивающих агрегатов (насосов, компрессоров, вентиляторов и т. п.). *Обратный расчет* имеет целью выбор проходных сечений аппарата при заданном перепаде давлений (имеющейся мощности на перекачку теплоносителей).

Основные потери давлений обычно имеют место в элементах конструкции, образующих собственно теплообменную поверхность (гладкие прямые и изогнутые каналы, оребренные или снабженные специальными устройствами для интенсификации теплообмена на поверхности). Общий перепад давлений в аппарате включает в себя также сопротивления входных и выходных патрубков, трубных досок, коллекторов, пакетов труб и т. п.

$$\Delta p = \sum_n \Delta p_i, \tag{16.9.1}$$

где i — номер протяженного или локального (местного) гидравлического сопротивления тракта данного теплоносителя.

Линейные сопротивления, рассредоточенные по участку длиной L с эффективным диаметром D, рассчитываются по формуле

$$-\frac{dp}{dx} = \rho\frac{\zeta U^2}{2D} + \rho U\frac{dU}{dx}. \tag{16.9.2}$$

При постоянном массовом расходе теплоносителя ($G=\pi D^2\rho U/4=\text{const}$):

$$\left.\begin{aligned}\frac{dU}{dx} &= -\frac{4G}{\pi}\left(\frac{1}{\rho^2 D^2}\frac{d\rho}{dx}+\frac{2}{\rho D^3}\frac{dD}{dx}\right);\\ d\rho &= \left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_T dp.\end{aligned}\right\} \tag{16.9.3}$$

Таким образом, при $\Delta p/p_0 \ll 1$ можно учитывать только изменение плотности с изменением температуры теплоносителя по его движению.

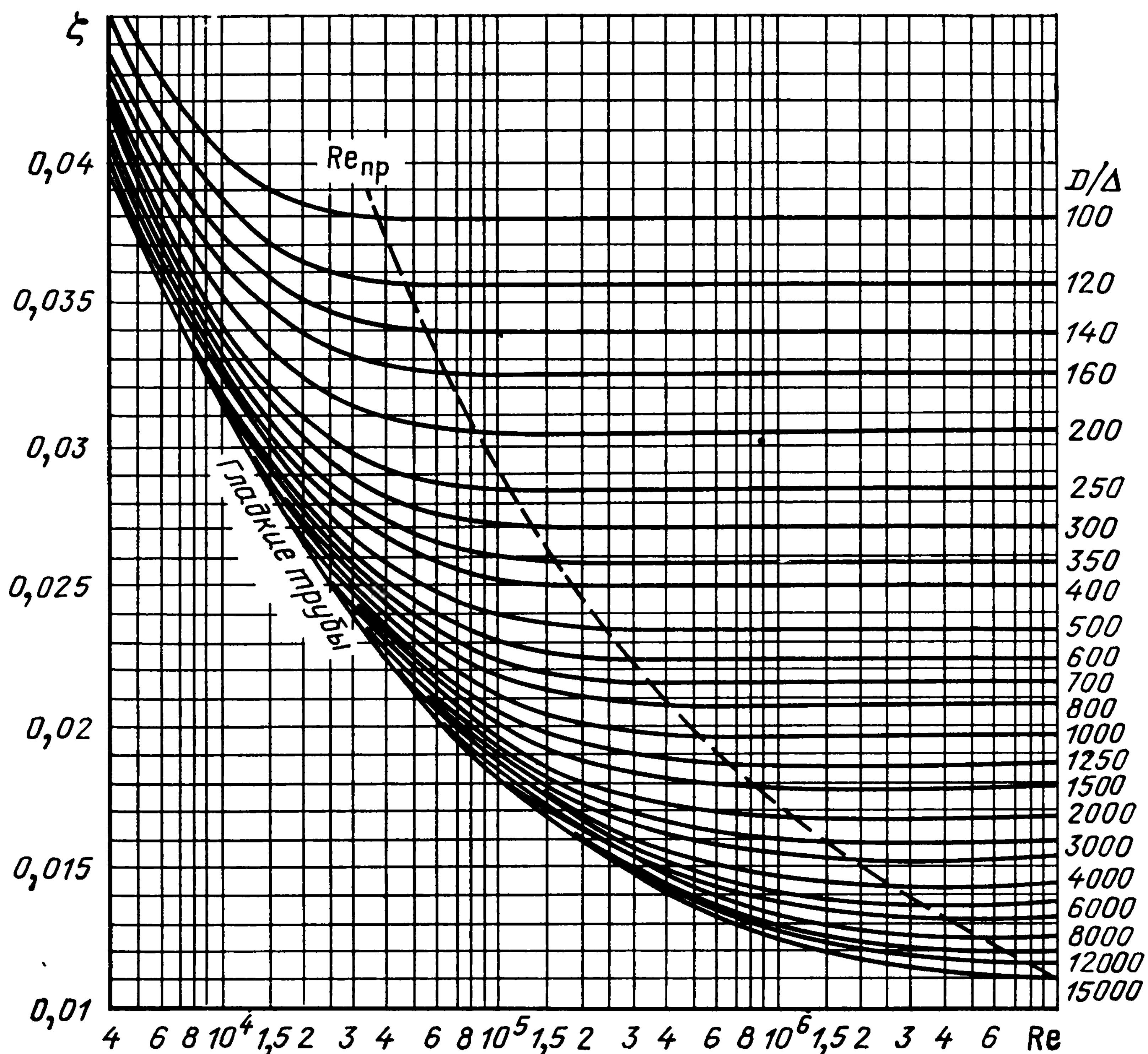


Рис. 16.21. Коэффициенты сопротивления для стальных промышленных труб: — — — — граница перехода к квадратичному закону сопротивления

Полный перепад статических давлений между сечениями 1 и 2 (между входом и выходом на i-м участке аппарата или системы аппаратов):

$$\Delta p = G^2 \left(\int_1^2 \frac{\zeta^* dx}{2\rho \Omega^2} + \frac{1}{\rho_2 \Omega_2^2} - \frac{1}{\rho_1 \Omega_1^2} \right), \qquad (16.9.4)$$

где $\Omega(x)$ — текущее значение площади проходного сечения аппарата для рассматриваемой среды; ζ^* — характерный для данной геометрии канала коэффициент гидродинамического сопротивления (например, для круглой трубы $\zeta^* = \zeta/D$, для поперечно обтекаемого пакета цилиндров — коэффициент ζ^* для данного ряда). Значения ζ^* берутся по данным предыдущих глав, в которых описываются характерные течения и формы теплообменных поверхностей

Технически шероховатые поверхности обычно имеют некоторый спектр шероховатости, обусловленный технологией изготовления. Значения коэффициента гидравлического сопротивления для разных отношений диаметра трубы к высоте шероховатости Δ приведены на рис. 16 21. Ниже приведены некоторые данные для труб, выпускаемых отечественной промышленностью:

Средние значения эквивалентной шероховатости Δ, мм

Стальные трубопроводы

Трубопроводы из новых труб, в том числе станционные паропроводы перегретого пара	0,06
Теплофикационные паропроводы перегретого пара и водяные теплопроводы при деаэрации и химической очистке подпиточной воды	0,1
Паропроводы насыщенного пара и водяные теплопроводы при незначительных утечках воды (до 0,5 %) и деаэрации подпитки	0,2
Паропроводы, работающие периодически (с простоями), и конденсатопроводы с открытой системой возврата конденсата	0,5
Воздухопроводы сжатого воздуха от поршневых компрессоров и турбокомпрессоров	0,8
Конденсатопроводы, работающие периодически водяные теплопроводы при отсутствии деаэрации и химической очистки воды и при больших утечках из сети (до 1,5—3 %) . . .	1,0

Нестальные металлические трубы

Чистые цельнотянутые трубы из латуни, меди и свинца	0,0015—0,01
Новые чугунные трубы с залитыми и хорошо заглаженными стыками	0,3
Менее аккуратно уложенные новые или очищенные чугунные трубы	0,45

Неметаллические трубы и каналы

Чистые трубы из стекла	0,0015—0,01
Резиновый шланг	0,01—0,03
Прорезиненный льняной или пеньковый шланг . . .	0,5—0,8
Каналы из березовой фанеры (продольной)	0,025—0,05
То же из сосновой	0,10
Керамические трубы	0,45—6,0
Кирпичная кладка на цементном растворе	0,8—6,0
Бетонированные каналы	0,8—9,0

Перепад давления в местном сопротивлении определяется по формуле

$$\Delta p_i = \zeta_i \rho U^2/2, \qquad (16.9.5)$$

где характерная скорость течения вычисляется для проходного сечения.

Местные сопротивления связаны с резкими изменениями площади или формы сечения канала. В таких местах в потоке возникают отрывы пограничного слоя, вихри и тому подобные неупорядоченные течения, вызывающие интенсивное рассеяние энергии на сравнительно коротких участках тракта ($\Delta L/D \approx 6 \div 10$). Так как механизм потери энергии в данном случае связан, в основном, не с вязким трением, а с действием инерционных сил, то коэффициент местного сопротивления определяется геометрией данного места тракта и зависит от вязкости только в области малых чисел Re.

Ниже приводятся данные о местных сопротивлениях, встречающихся в теплообменных аппаратах, составленные по [7.3, 9.3].

Резкие изменения площади сечения, вход потока в трубы и каналы и выход из них. При резком изменении площади сечения канала расчет коэффициента сопротивления ведется по данным рис. 16.22.

Рис. 16.22. Коэффициенты сопротивления при внезапном изменении сечения (относятся к скорости в меньшем сечении):

1 — **при увеличении сечения;** *2* — **при уменьшении сечения**

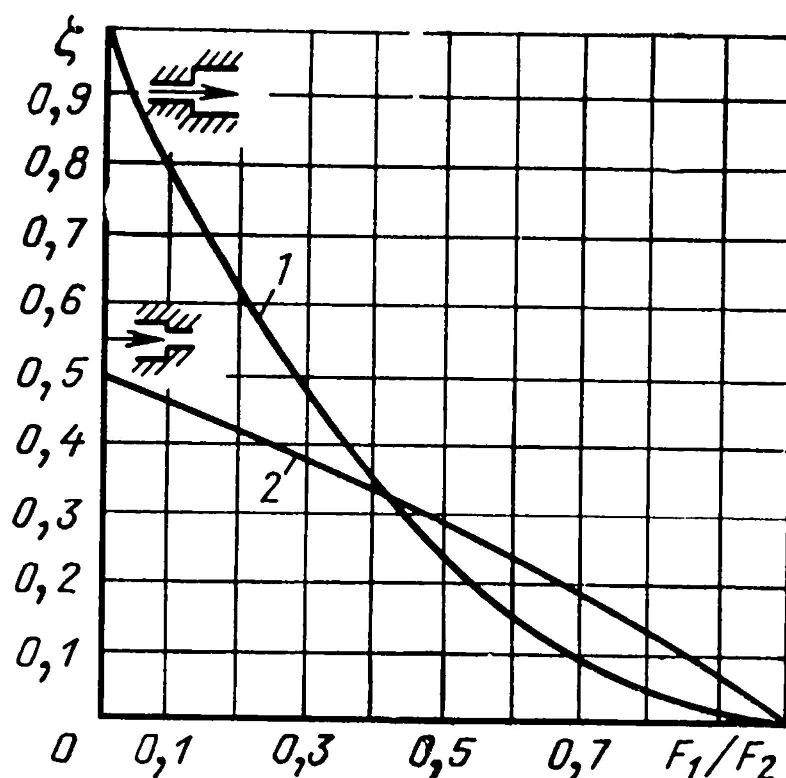
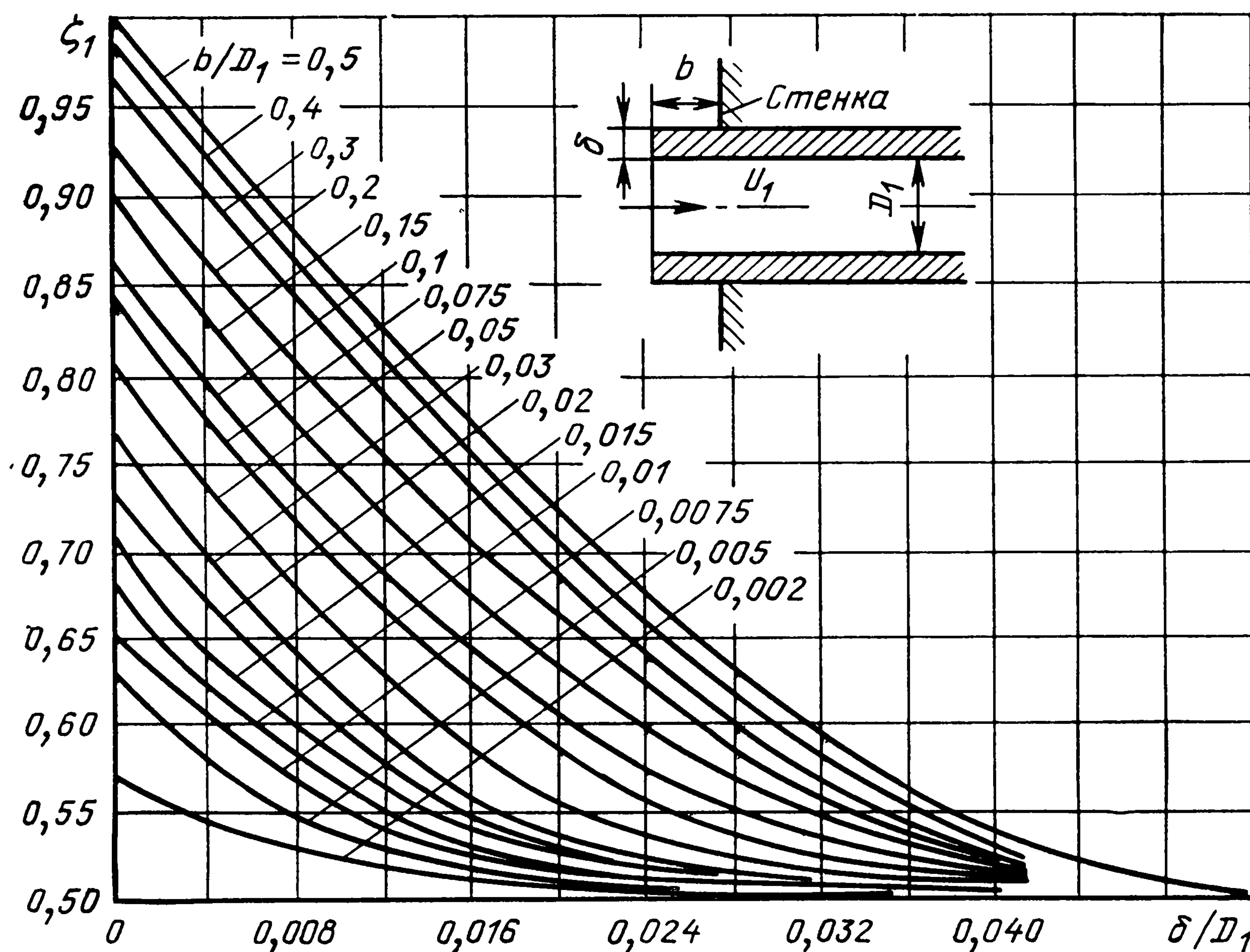
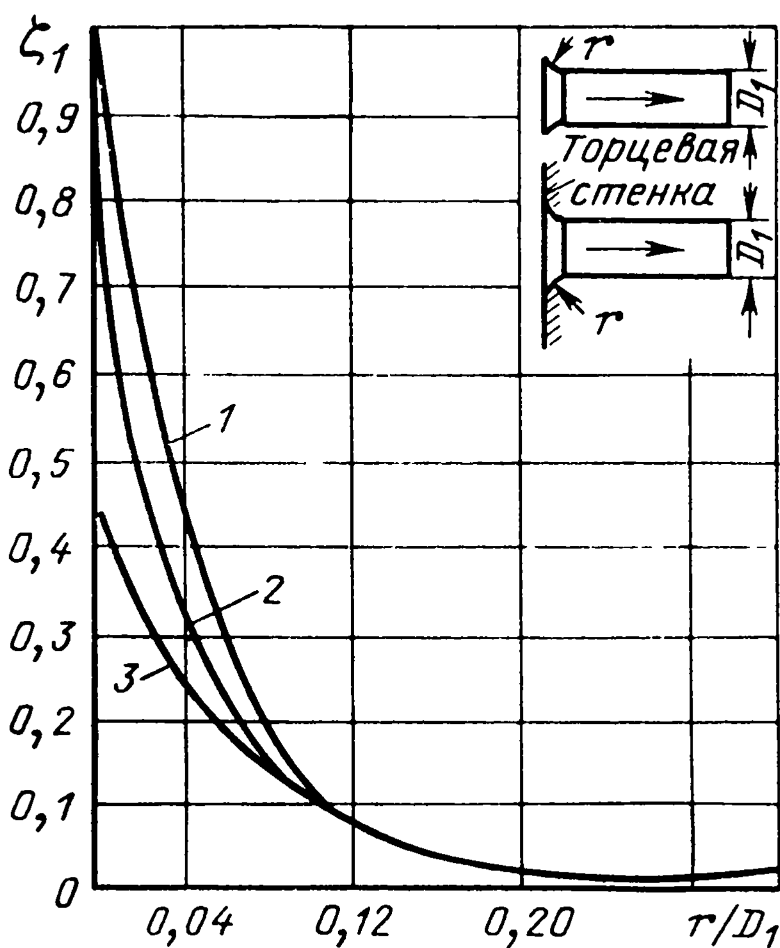


Рис. 16.23. Коэффициенты сопротивления прямого входа в трубу, удаленного от места ее заделки



Зависимость коэффициента сопротивления прямого входа от относительного расстояния входного отверстия до стенки, в которую заделана труба, дана на рис. 16.23. Для случая заделки входа в канал заподлицо со стенкой $\zeta=0,5$.

Коэффициенты сопротивления заделанных и незаделанных в стенку коллекторов, профилированных по дуге окружности, определяются по рис. 16 24. Для коллекторов с прямыми образующими (конические коллекторы) коэффициенты сопротивления вычисляются по рис. 16.25. Для промышленных установок целесообразно использовать конические коллекторы с относительной длиной l/D_1 не более 0,2—0,3 и с углом сужения $\varphi=40\div80°$.



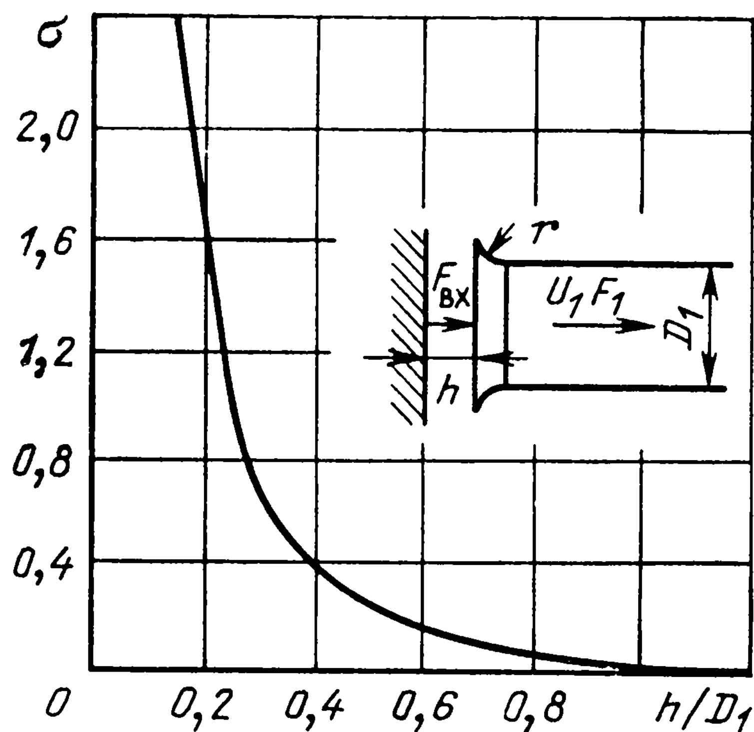
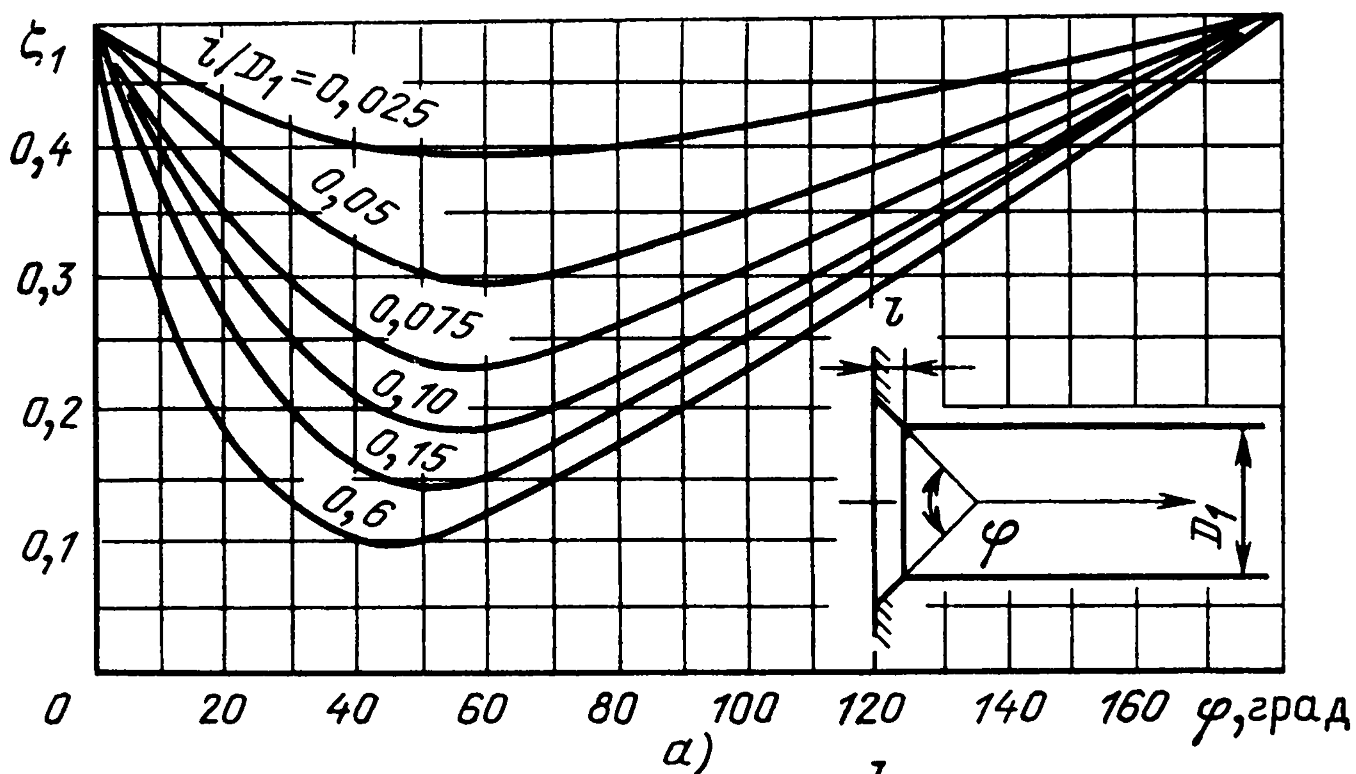


Рис. 16.26. Зависимость коэффициента σ от относительного расстояния h/D_1 для входа с экраном

Рис. 16 24. Коэффициенты сопротивления коллекторов, профилированных по дуге окружности радиуса r:

1 — без торцевой стенки, неточеный; *2* — то же, точеный; *3* — с торцевой стенкой, неточеный



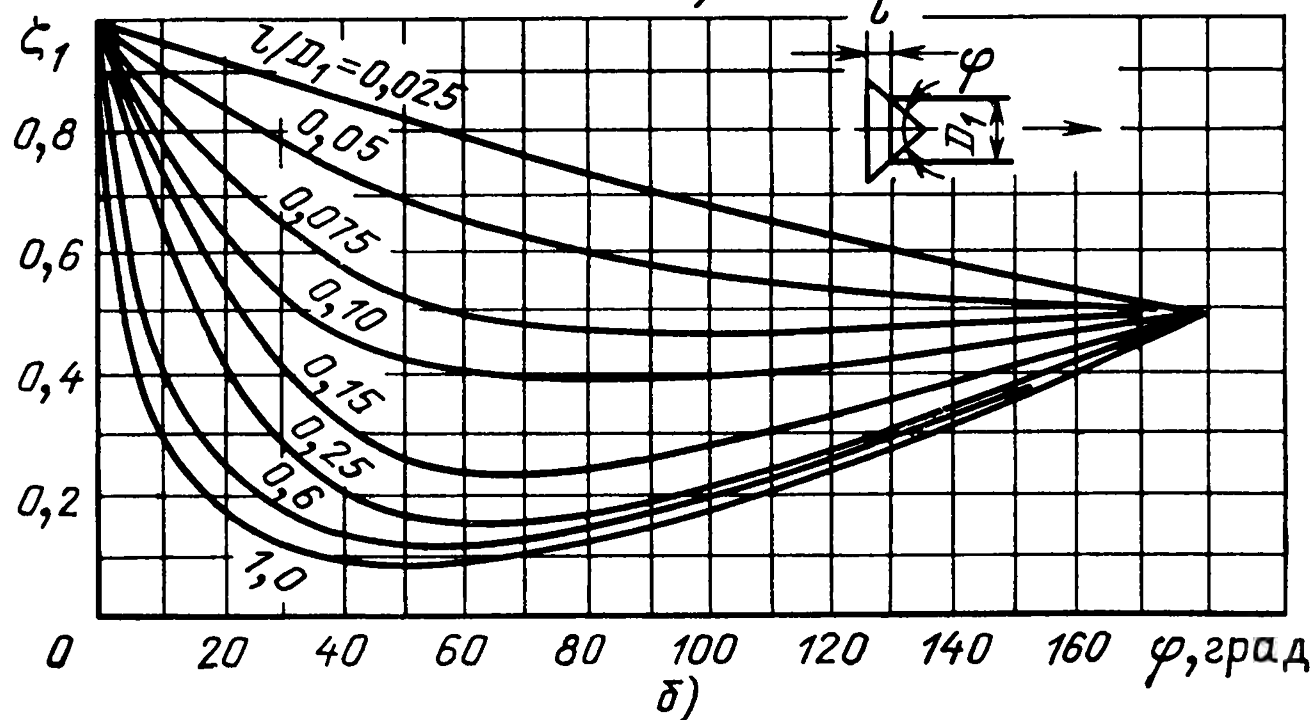


Рис. 16.25. Коэффициенты сопротивления конических коллекторов с торцевой стенкой (*а*) и без нее (*б*)

В том случае, когда вход в канал с площадью сечения F_1 происходит не из неограниченного объема, а из канала с большей, но соизмеримой площадью сечения F_0, коэффициент сопротивления входа, отнесенный, как обычно, к меньшей площади сечения F_1, определяется по формуле

$$\zeta=\zeta_1(1-F_1/F_0), \qquad (16.9.6)$$

где ζ_1 принимается в зависимости от формы входа по соответствующим графикам (рис. 16.23—16.25).

Вход в трубу при наличии перед ней экрана. Общее сопротивление входа любой формы с экраном представляется в виде суммы

$$\zeta_{экр}=\zeta_1+\Delta\zeta, \qquad (16.9.7)$$

где ζ_1 — коэффициент сопротивления входа данной формы без экрана берется по рис. 16.23—16.25; $\Delta\zeta=\sigma/n^2$ — коэффициент той части сопротивления, которая вызывается присутствием экрана; σ — коэффициент, учитывающий влияние экрана и зависящий от относительного расстояния h/D_1 (рис. 16.26), где h — расстояние до экрана; $n=F_{вх}/F_1$ — отношение площади входного отверстия к площади сечения трубы после входа; в случае прямого входа $F_{вх}=F_1$; $n=1$; $\Delta\zeta=\sigma$.

Коэффициенты сопротивления входа в канал из-под колпака (приточные шахты) приведены на рис. 16.27,*а*, выхода из канала под колпак (вытяжные шахты) — на рис. 16.27,*б*.

Прямой вход в канал при наличии на входе плоской решетки или дроссельной шайбы с острыми краями ($l/D\approx0$). Коэффициент сопротивления определяется по формуле

$$\zeta=(1{,}7-F/F_1)^2(F_1/F)^2. \qquad (16.9.8)$$

Зависимость ζ от относительной площади «живого» сечения приведена на рис. 16.28,*а*. Здесь F — площадь «живого» сечения решетки (шайбы); F_1 — площадь сечения трубы.

В случае прямого входа через проволочную сетку проявляется влияние числа Re:

$$\text{при } Re<400 \quad \zeta=\varepsilon_1\zeta_1;$$

$$\text{при } Re>400 \quad \zeta=\zeta_1.$$

Здесь ζ_1 определяется по рис. 16.28,*б*; ε_1 — поправка на влияние числа Re, определяемая по рис. 16.29, где $Re=U\delta/\nu$; δ — средняя толщина сетки.

Плавный вход с сеткой

$$\zeta=\zeta_1+\zeta_c/n^2, \qquad (16.9.9)$$

где ζ_1 — коэффициент сопротивления входа без сетки (см. выше); ζ_c — коэффициент сопротивления сетки, установленной в прямом канале (рис. 16.30); $n=F_{вх}/F_1$ — отношение площади сечения, в котором установлена сетка, к площади узкого сечения трубы (в котором скорость равна U_1).

Внезапное увеличение сечения (потеря давления на удар). Коэффициент сопротивления удара при различных законах распределения скоростей и разной степени расширения канала $n=F_2/F_1$ определяется по табл. 16.7.

При истечении из отверстия в **неограниченное** пространство — выход через шайбу или решетку на конце трубы — коэффициент сопротивления вычисляется по рис. 16.31. Потеря давления относится к скорости U_1 в основном сечении трубы.

Коэффициент сопротивления диффузора в прямом канале рассчитывается по формуле

$$\zeta = k\zeta_{\text{вых}},$$

где $\zeta_{\text{вых}}$ определяется по рис. 16.22 в зависимости от отношений площадей сечений (начального и конечного). При угле раскрытия $\alpha \geqslant 40°$ коэффициент сопротивления считается, как при внезапном расширении, а $k=1$; при $\alpha<40°$ поправочный коэффициент k определяется по рис. 16.32. При прямоугольном сечении и двустороннем раскрытии диффузора размер b принимается по диагонали сечения (максимальный угол раскрытия).

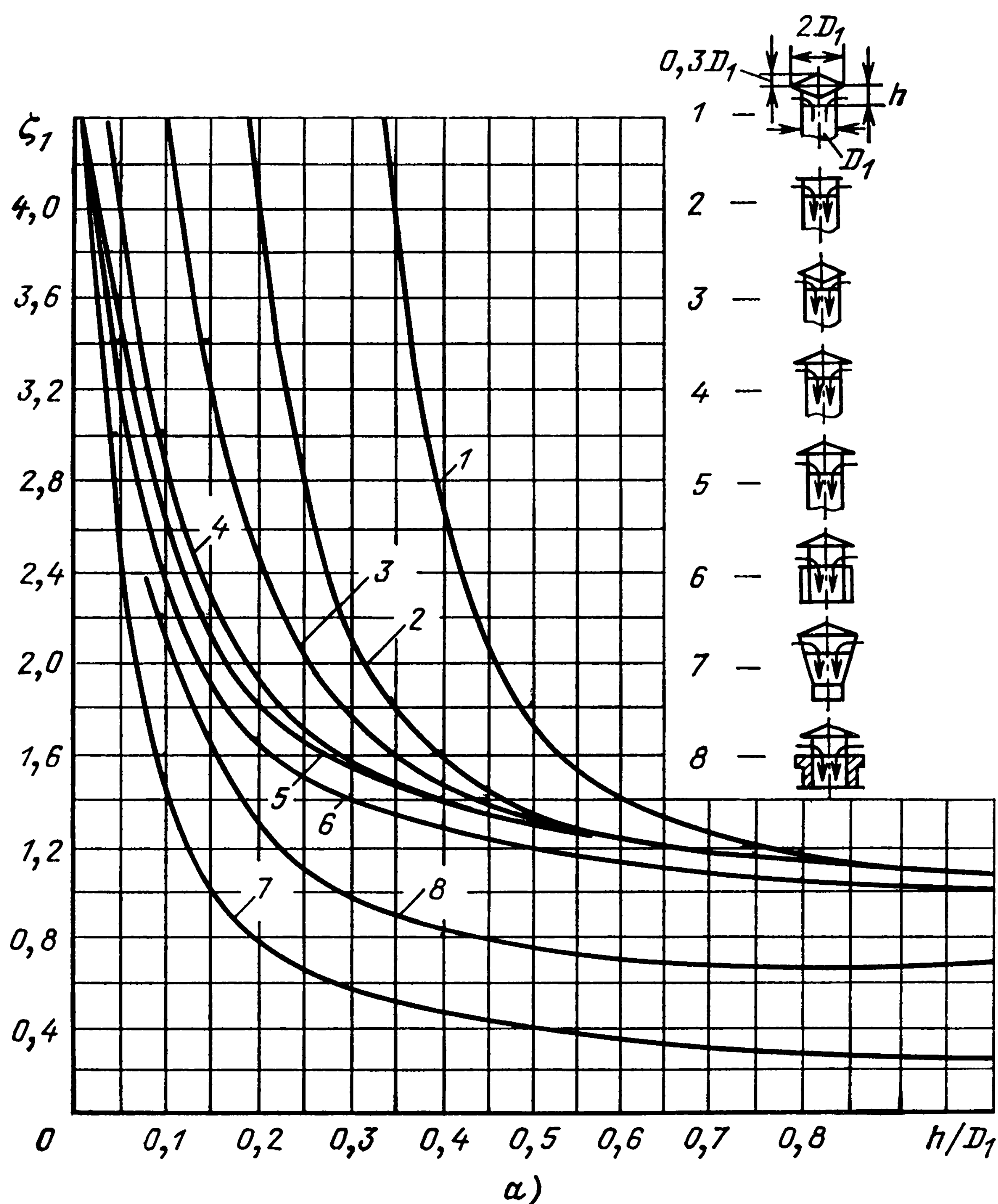
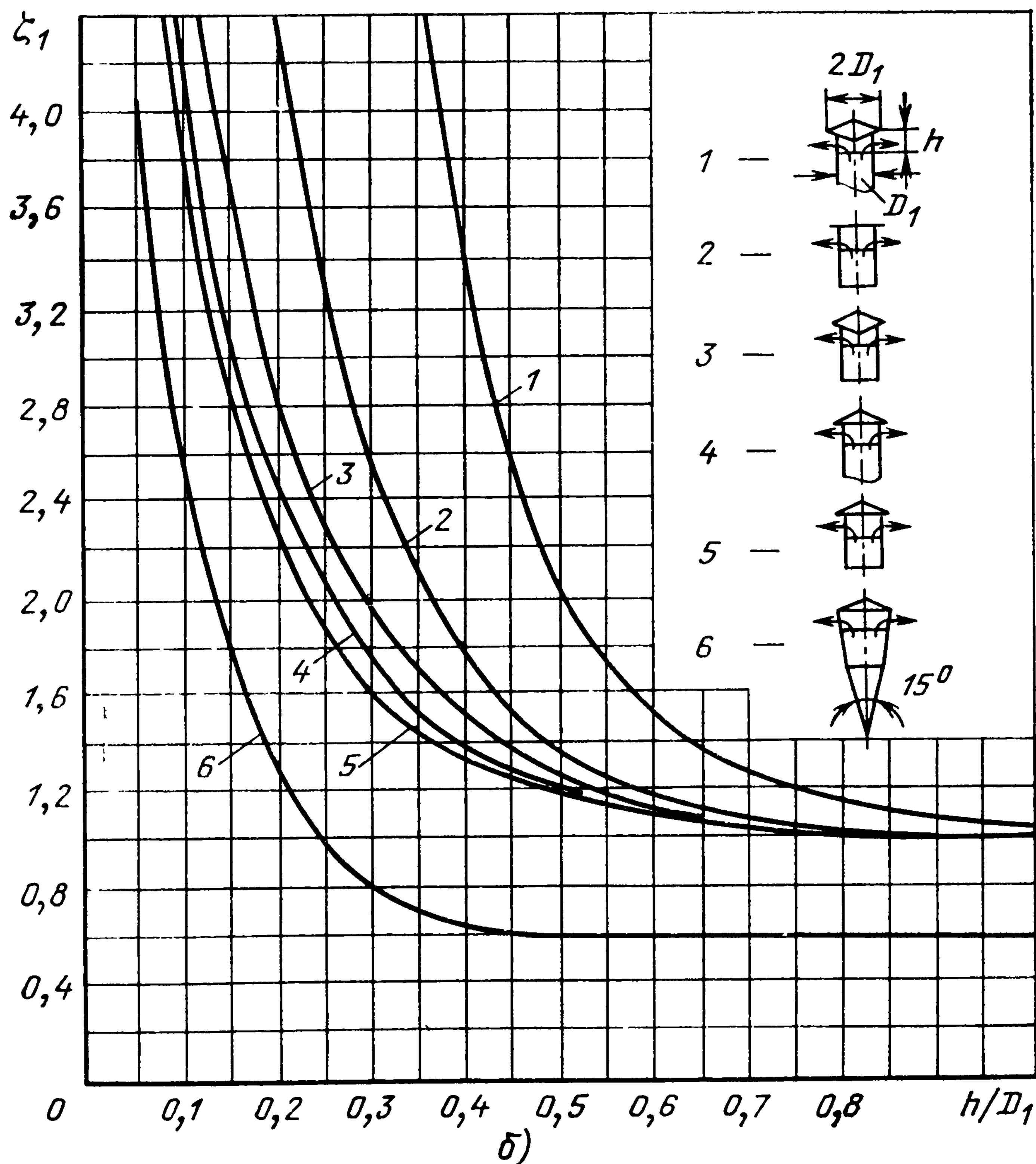


Рис. 16 27. Зависимость коэффициентов сопротивления приточных (*а*) и вы

Таблица 16.7. **Коэффициент сопротивления удара ξ**

Профиль скорости	Условия движения		
	Деформация потока в прямой трубе, $n=1$	Внезапное расширение, $n=2$	Выход потока из трубы в атмосферу, $n=\infty$
Равномерный	0	0,25	1
Параболический:			
в круглой трубе	0,34	0,92	2
в плоской трубе	0,15	0,60	1,55
Тригонометрическая функция			
симметричный профиль (в плоской трубе)	0,13	0,50	1,37
несимметричный профиль (в плоском диффузоре с отрывным углом расширения)	0,94	2,05	3,67
Круглая свободная струя (основной участок)	4,0	5,55	7,75

Примечание. Для случая внезапного расширения при равномерном профиле зависимость ζ от $n=F_2/F_1$ берется по рис. 16.22.



б)

тяжных (б) шахт от относительного расстояния между колпаком и шахтой

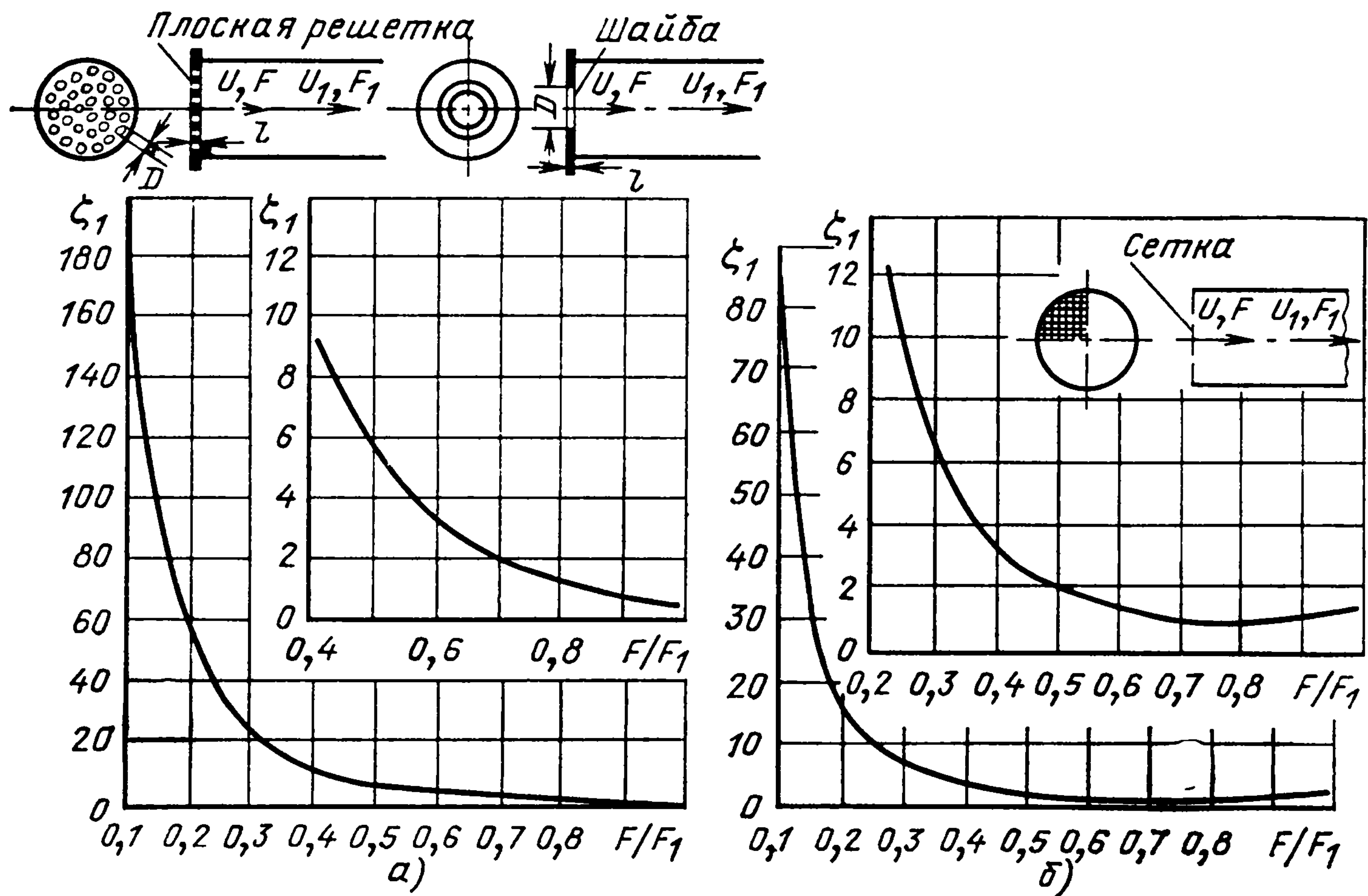


Рис. 16.28. Коэффициент сопротивления входа в прямую трубу через плоскую решетку или шайбу (*а*) и через проволочную сетку (*б*)

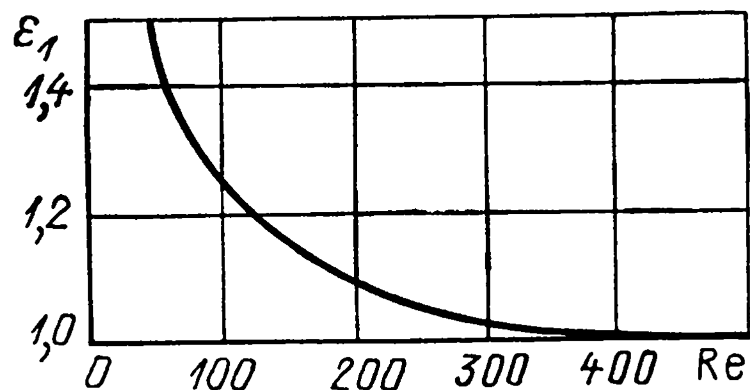


Рис. 16.29. Поправочный коэффициент ε_1 в зависимости от числа Рейнольдса

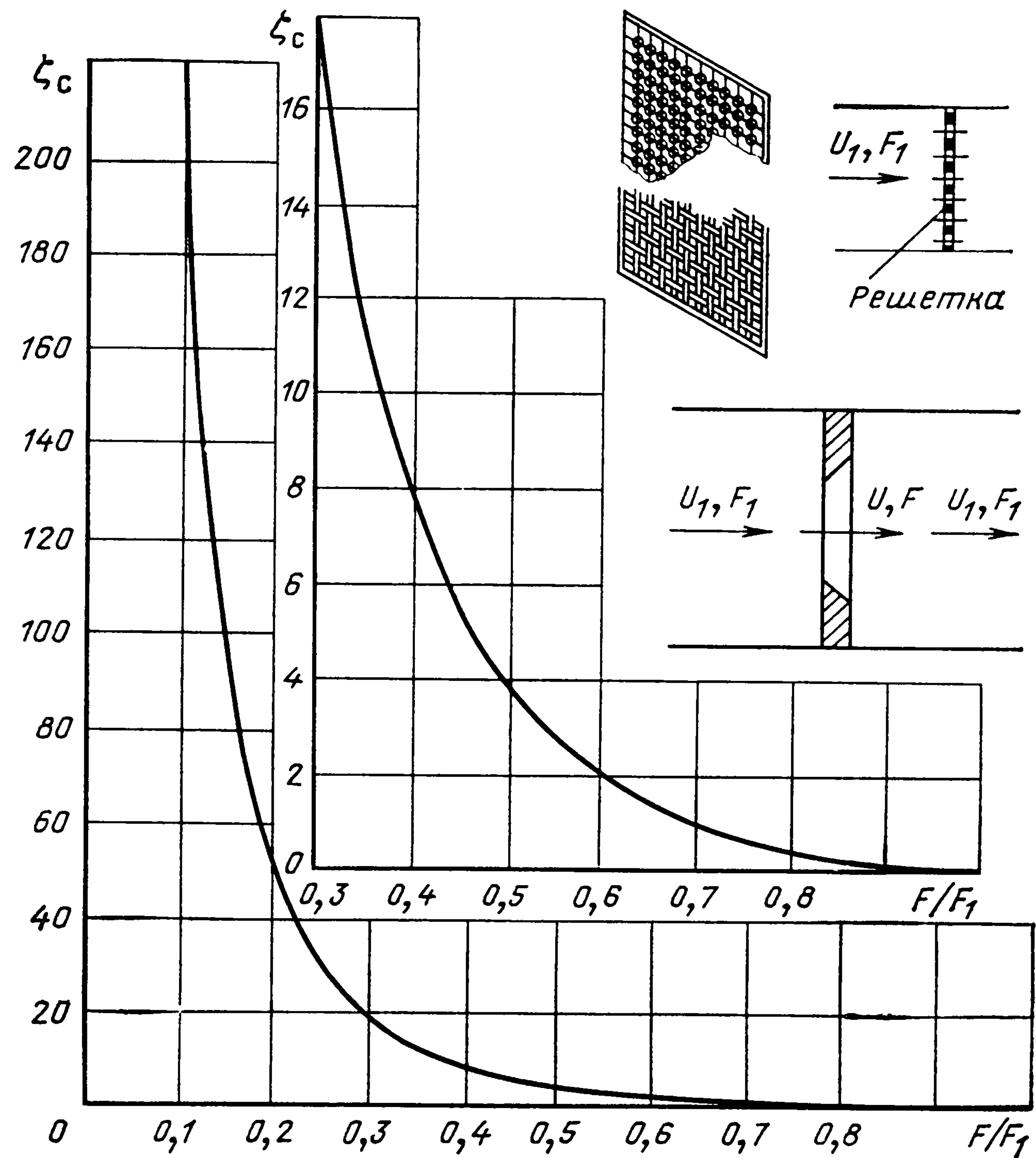


Рис. 16.30. Коэффициент сопротивления диафрагмы или плоской решетки в прямом канале

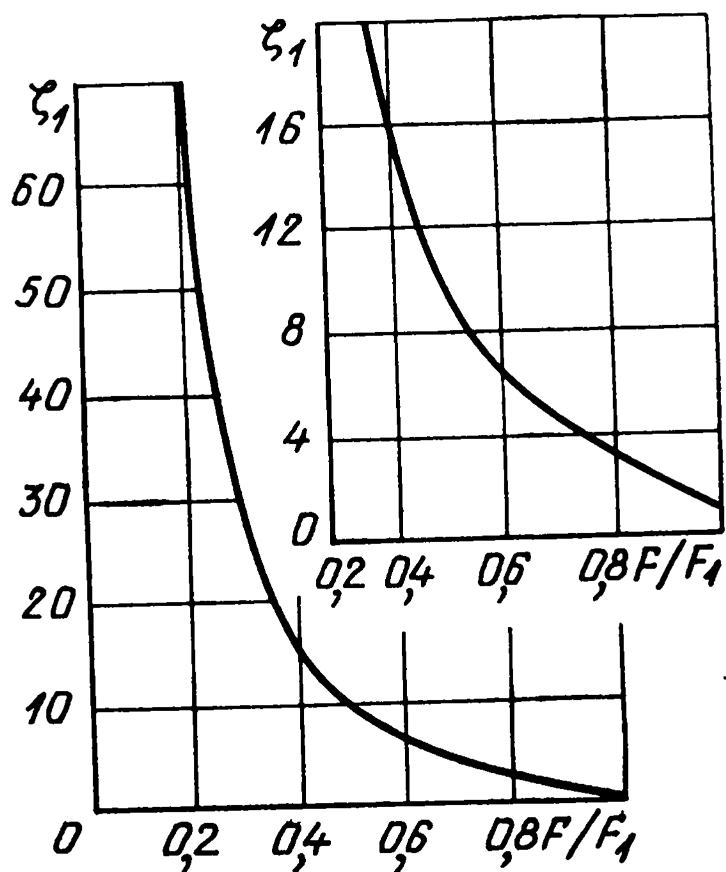


Рис. 16.31. Коэффициент сопротивления при истечении через шайбу или решетку в неограниченное пространство

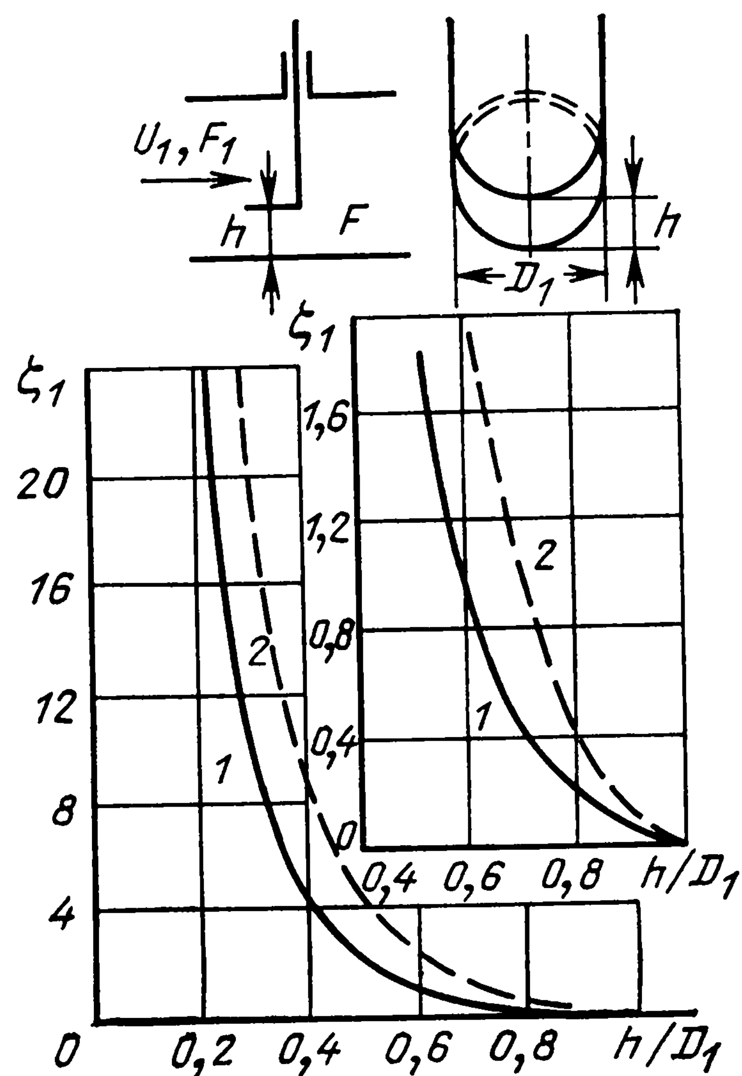


Рис. 16.33. Коэффициент сопротивления задвижки в трубах круглого (*1*) и прямоугольного (*2*) сечений

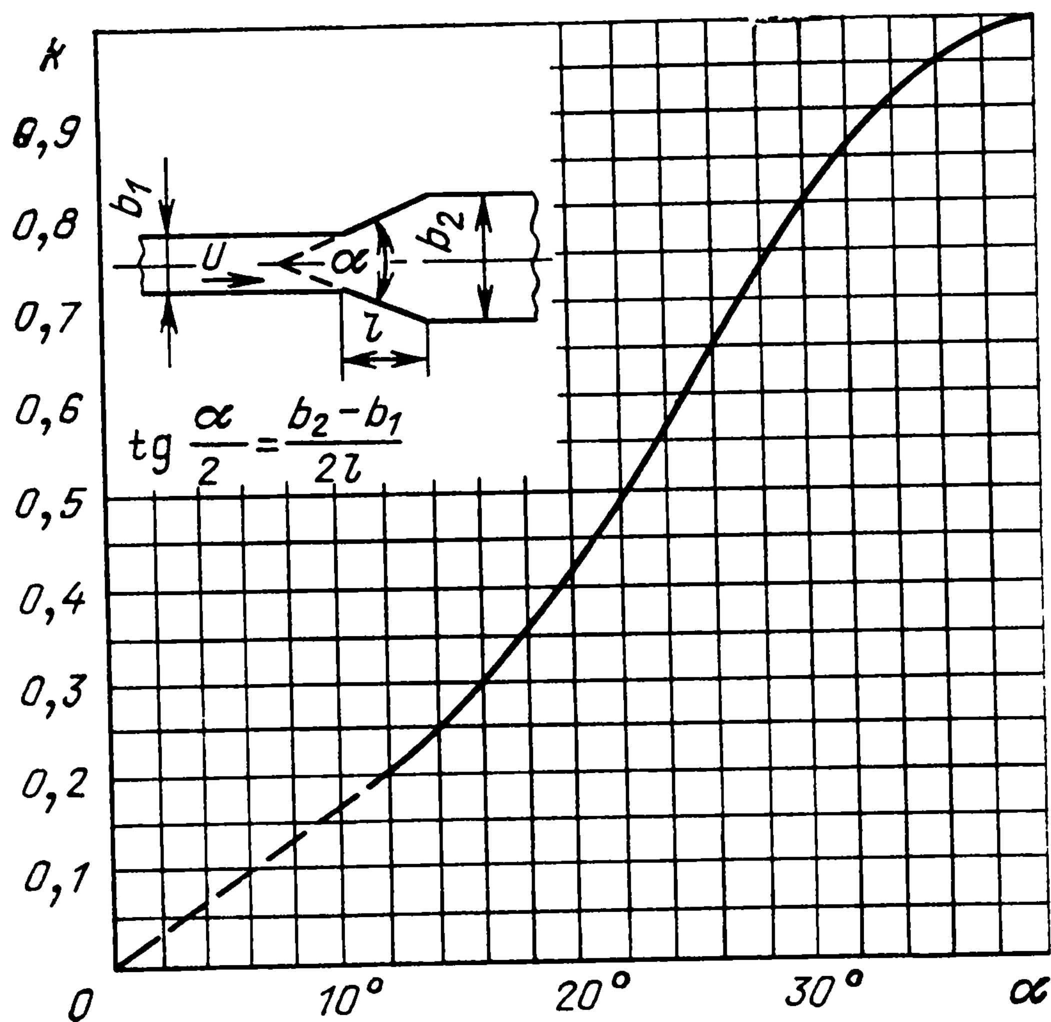


Рис. 16.32. Поправочный коэффициент при расчете сопротивления диффузора в прямом канале

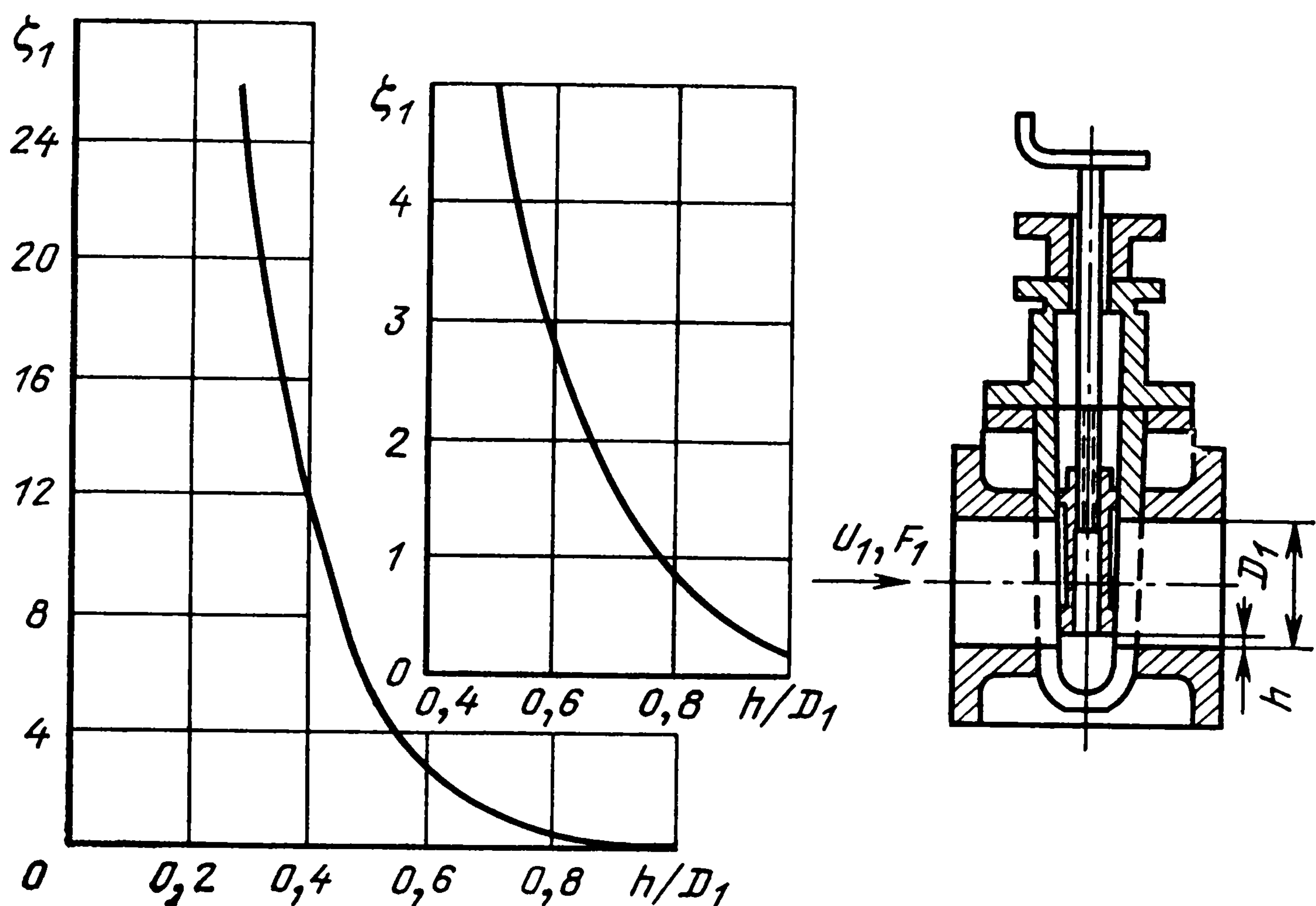


Рис. 16.34. Коэффициент сопротивления параллельной задвижки в круглой трубе

Коэффициент сопротивления установленной в трубе решетки или плоской диафрагмы вычисляется по рис. 16.30.

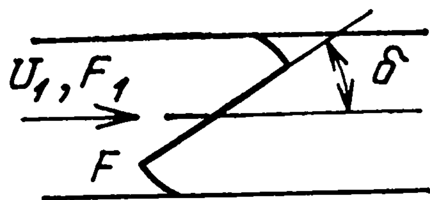
В дроссельных, запорных и регулирующих устройствах (клапаны, краны, задвижки и т. п.) поток жидкости испытывает внезапные расширения и сужения, резкие изменения направления и т. п.

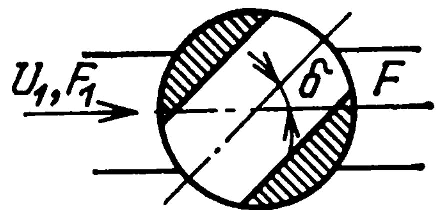
Для задвижек в трубах круглого и прямоугольного сечений коэффициент сопротивления в зависимости от положения шибера определяется по рис. 16.33. Для параллельной задвижки зависимость коэффициента сопротивления от степени открытия приведена на рис. 16.34.

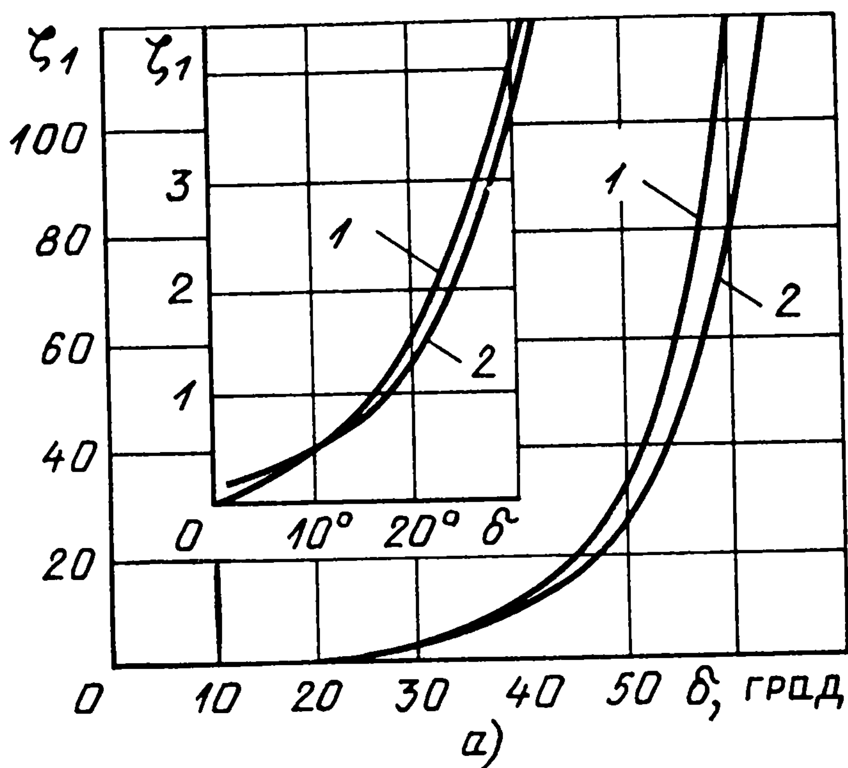
Зависимость коэффициента сопротивления дроссельного клапана от угла открытия δ в трубах прямоугольного и круглого сечений показана на рис. 16.35,*а*, для пробочного крана — на рис. 16.35,*б*.

Изменения направления движения. Плавным поворотом (отводом) называется поворот с обеими закругленными кромками — наружной и внутренней, $R_н > R_{вн}$ и $R_{вн} > 0$, где $R_н$ и $R_{вн}$ — радиусы закругления наружной и внутренней кромок (рис. 16.36,*а*). При отсутствии закругления на обеих кромках ($R_{вн} = R_н = 0$) или при закруглении только внутренней кромки ($R_н = 0$; $R_{вн} > 0$) поворот называется резким (рис. 16.36,*б*). Повороты с закруглением одной наружной кромки ($R_н > 0$; $R_{вн} = 0$) не должны применяться, так как они имеют большее сопротивление, чем повороты без закруглений.

Плавные повороты равного сечения на входе и на выходе обычно выполняются «нормальными», т. е. $R_н = R_{вн} + b$, где b — размер канала в плоскости поворота (рис. 16.36); для круглого канала $b = D$. Центр радиусов скруглений общий, кривизна характеризуется радиусом закругления осевой линии канала R, причем $R/b > 0{,}53$.







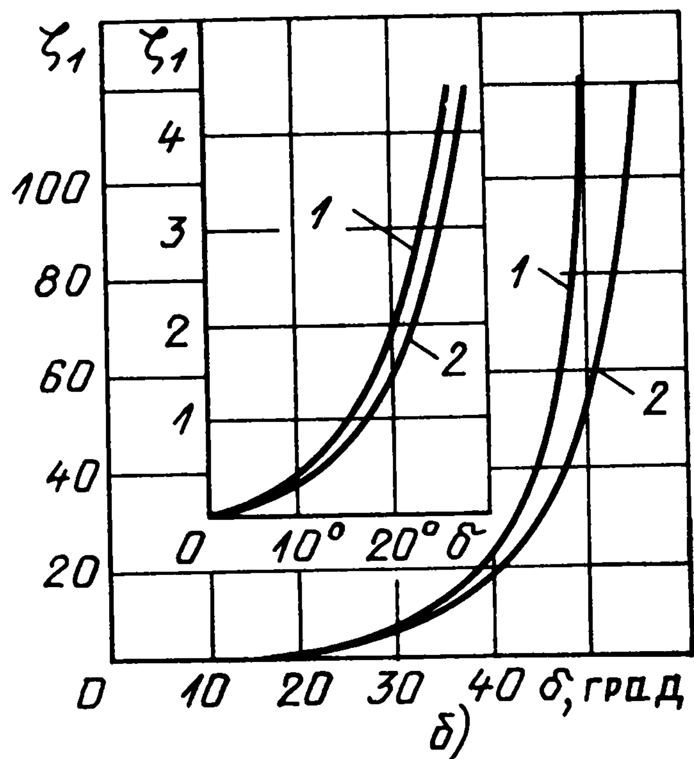


Рис. 16.35. Коэффициент сопротивления дроссельного клапана (*а*) и пробочного крана (*б*) в трубах круглого (*1*) и прямоугольного (*2*) сечений

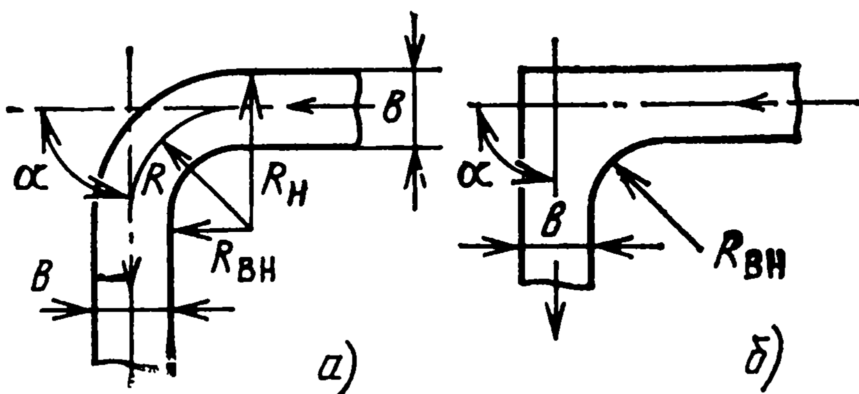


Рис. 16.36. Схемы поворотов:
а — плавный нормальный (отвод); *б* — резкий (колено)

Коэффициент сопротивления для плавного «нормального» поворота подсчитывается по формуле

$$\zeta = \zeta_0 BC, \qquad (16.9.10)$$

где $\zeta_0 = f(R/b)$ определяется по рис. 16.37; коэффициент $B = \varphi(\alpha)$ находится по рис. 16.38,*а* в зависимости от угла поворота α (при $\alpha = 90°$ $B = 1$); коэффициент C — по рис. 16.38,*б* в зависимости от размеров поперечного сечения h и b; b — размер, перпендикулярный к плоскости поворота (при круглом или квадратном сечении $C = 1$). Значение C зависит также от кривизны поворота.

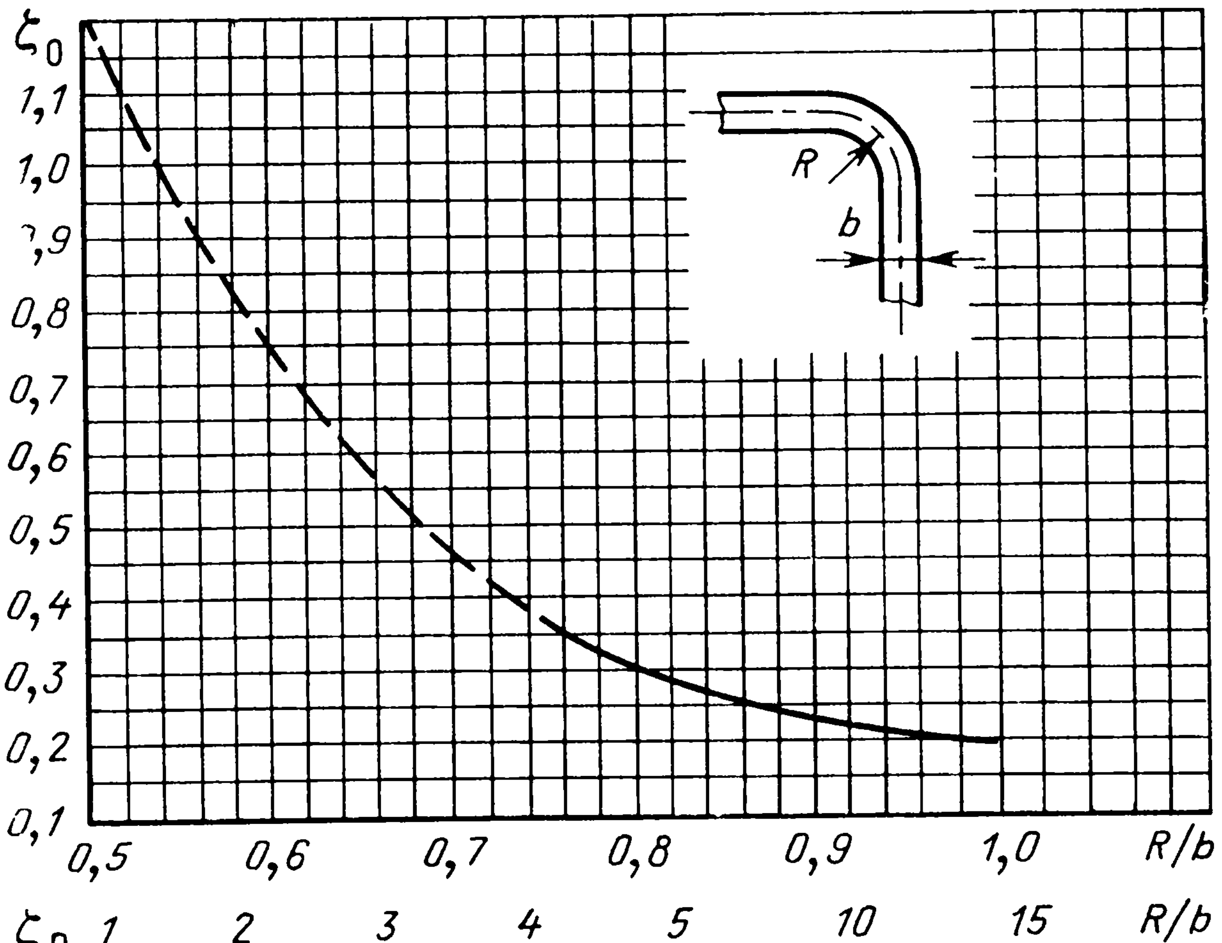
Коэффициент местного сопротивления резкого поворота ($R_{н} = R_{вн} = 0$) определяется по формуле

$$\zeta = 1{,}2B, \qquad (16.9.11)$$

где B принимается по рис. 16.38,*а* в зависимости от угла поворота α.

Коэффициент местного сопротивления резкого поворота с закругленной внутренней кромкой ($R_{н} = 0$; $R_{вн} > 0$) подсчитывается по формуле

$$\zeta = \zeta_{вн} B, \qquad (16.9.12)$$



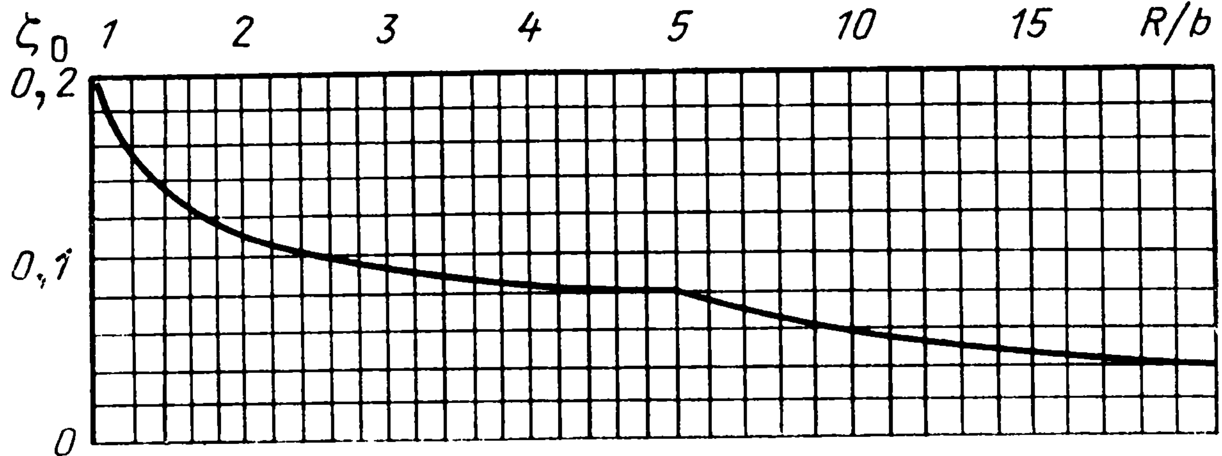
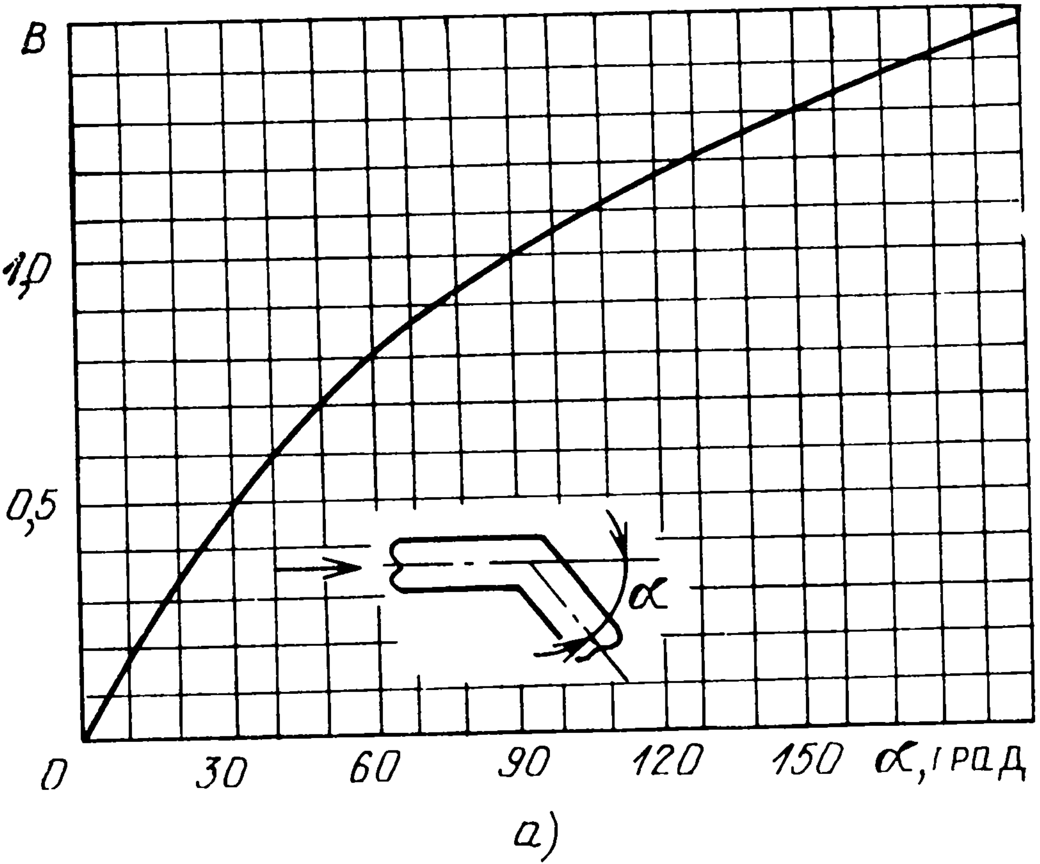


Рис. 16.37. Исходный коэффициент сопротивления плавных поворотов



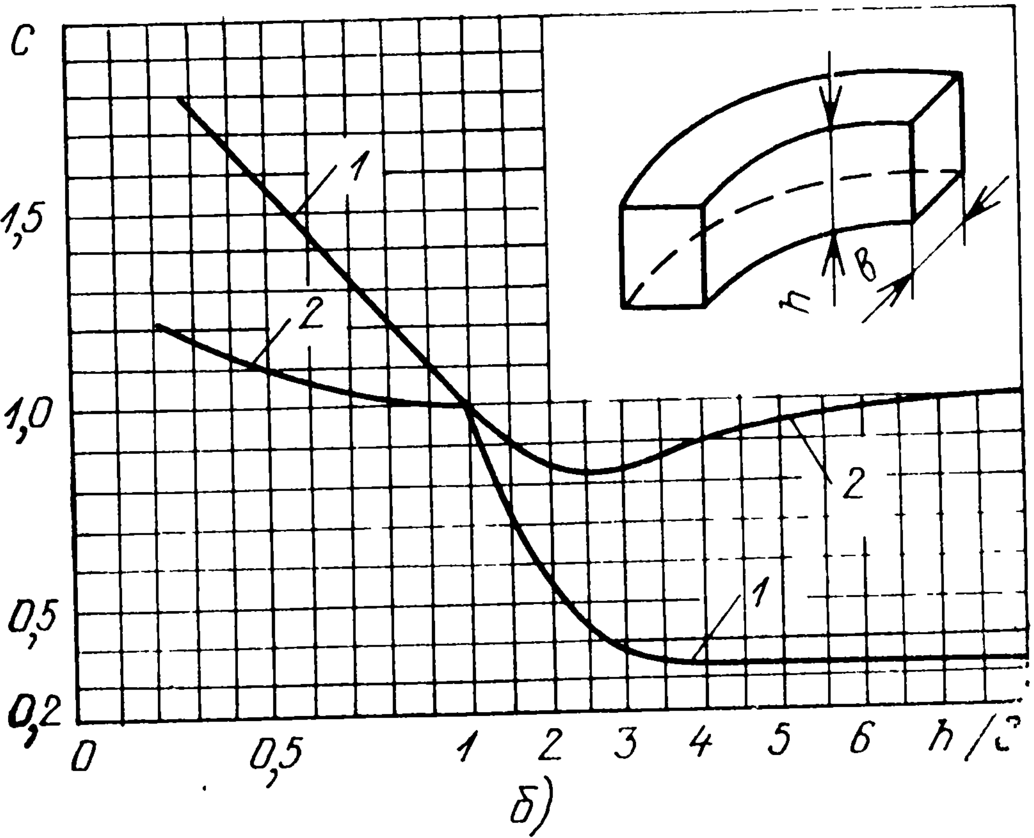


Рис. 16.38. Поправочные коэффициенты к определению ζ:
1 — при $R/b=3—4$; *2* — при $R/b \leqslant 1{,}5$

где $\zeta_{вн}$ определяется по рис. 16.39 в зависимости от отношения $R_{вн}/b$, при $R_{вн}/b>1$ $\zeta_{вн}=0{,}39$; B определяется по рис. 16.38,*а* в зависимости от угла поворота.

Коэффициент сопротивления поворота в определенном интервале изменения числа Re зависит от значения Re Это связано с тем, что точки отрыва потока от стенок могут передвигаться вверх по потоку. Шероховатость стенок, в первую очередь внутренней стенки, влияет на сопротивление поворота, несколько увеличивая его. Однако общая турбулизация потока может оказаться в некоторых случаях полезной, так как она обеспечивает уменьшение коэффициента сопротивления при меньших значениях Re и получение более раннего режима автомодельности, чем при совершенно гладких коленах и отводах.

Влияние числа Re при $\mathrm{Re}<2\cdot10^5$ можно учесть по формуле

$$\zeta_{\mathrm{Re}}=\zeta_1\zeta_{тр}^{\mathrm{Re}}\ \zeta_{тр},$$

а влияние шероховатости — по формуле

$$\zeta_{ш}=\zeta_1\zeta_{тр}^{ш'}/\zeta_{тр}.$$

Здесь ζ_1 — известное значение коэффициента сопротивления отвода (колена) из гладкой трубы при $\mathrm{Re}>2\cdot10^5$; $\zeta_{тр}^{ш}$, $\zeta_{тр}^{\mathrm{Re}}$ — коэффициенты сопротивления трения прямой трубы с такой же шероховатостью и при том же числе Re, что и для рассчитываемого отвода; $\zeta_{тр}$ — коэффициент сопротивления трения гладкой прямой трубы при $\mathrm{Re}>2\cdot10^5$. Поправку на число Re следует учитывать только для плавных поворотов; ее можно принимать по рис. 16.40. Поправку на шероховатость следует учитывать для острых поворотов с углами менее 80° и для отводов при всех углах поворота.

Повороты с изменением площади сечения. Для поворотов-конфузоров принимаются те же коэффициенты местного сопротивления, что и для соответствующих поворотов с равными площадями сечений, но относятся они к средней скорости, равной полусумме входной и выходной скоростей. При этом определяющие геометрические параметры поворотов R/b, h/b и $R_{вн}/b$ принимаются по входному сечению.

Расчет поворотов-диффузоров ведется по максимальной, т. е. по входной, скорости, а коэффициенты местного сопротивления подсчитываются так же, как и для соответствующих поворотов с равными площадями сечений. При этом резкие повороты без закруглений и повороты с закруглением внутренней кромки при $R_{вн}/b\leqslant0{,}1$ дополнительных поправок из-за увеличения площади сечения не требуют. Для резких поворотов-диффузоров с закругленной внутренней кромкой при $R_{вн}/b>0{,}1$ коэффициент сопротивления подсчитывается по формуле

$$\zeta=\zeta_{вн}BF_{вых}/F_{вх}. \qquad (16\,9\,13)$$

Для плавных поворотов-диффузоров коэффициент сопротивления подсчитывается по формуле

$$\zeta=\zeta_0BCF_{вых}/F_{вх}. \qquad (16.9.14)$$

Определяющие геометрические параметры R/b, h/b, $R_{вн}/b$ при расчете поворотов-диффузоров принимаются по входному сечению.

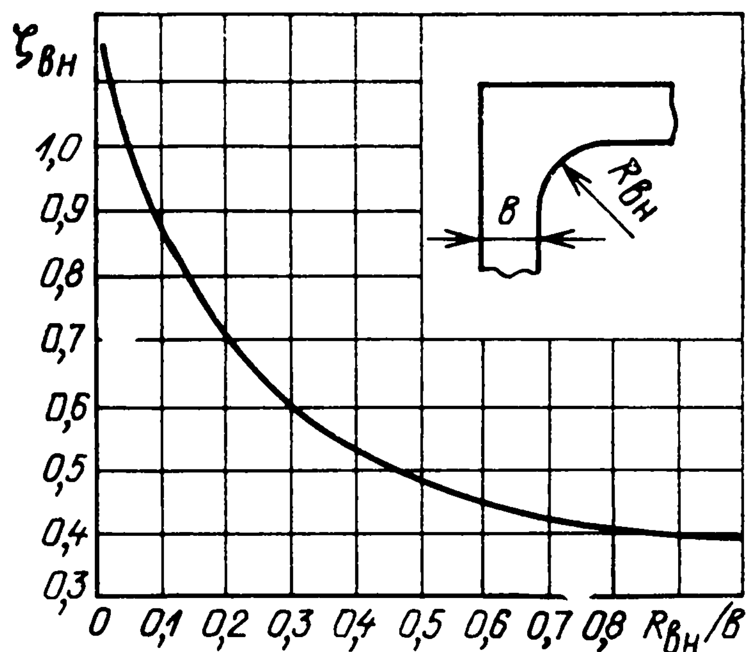


Рис. 16.39. Исходный коэффициент сопротивления резких поворотов с закругленной внутренней кромкой

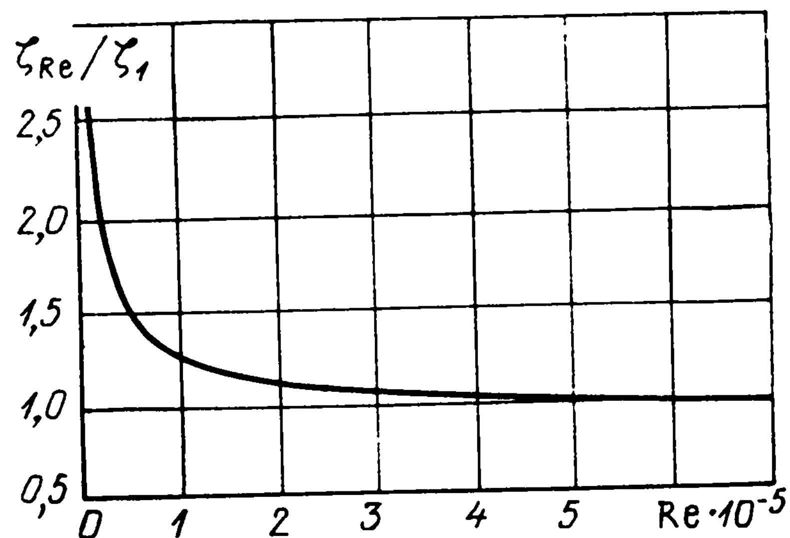


Рис. 16.40. Поправочный множитель к коэффициенту сопротивления плавных поворотов, учитывающий влияние числа Re

Если при расчете по формулам (16.9.13) и (16.9.14) сопротивление ζ больше соответствующих значений, рассчитанных по (16.9.11), то расчет ведется по этой формуле.

Повороты с направляющими листами и лопатками (рис. 16.41). Сопротивление разделенного поворота считается равным сопротивлению внутреннего поворота, образованного разделительными листами, т. е. ζ_0 определяется, как обычно, по рис. 16.37 для значений $R/b=R_{вн}/b_1+0{,}5$, а C определяется по рис. 16.38,*б* для h/b_1.

Листы устанавливаются только при выравненном перед поворотом потоке. Увеличение сопротивления трения при установке листов не следует учитывать, по крайней мере, до $R/b=1$ при одном разделительном листе и до $R/b=0{,}7$ при двух листах.

Оптимальное количество направляющих листов выбирается согласно следующим данным:

$R_{вн}/b$	0—0,1	0,1—0,4	0,4—1,0	1
Количество листов	3—4	2	1	0

Лопатки (рис. 16.42) применяются для уменьшения сопротивления поворотов при $R_в/b\leqslant 0{,}25$ и для выравнивания потока за поворотом. При скруглении кромок оба закругления, внутреннее и наружное, выполняются одним радиусом R. Оптимальное число лопаток определяется из равенства

$$n_{опт}\approx 2b/t, \qquad (16.9.15)$$

где t — длина хорды лопатки; оптимальный размер $t_{опт}=R\sqrt{2}$.

В менее ответственных установках, где не предъявляются особые требования к равномерности распределения скоростей, число лопаток может быть сокращено до

$$n_{мин}\approx 1{,}3b/t. \qquad (16.9.16)$$

Расстояния между лопатками изменяются по арифметической прогрессии, в которой при $n=n_{опт}$ разность $d=a_1/n$; при $n=n_{мин}$ разность $d=2a_1/n$.

Таблица 16.8. **Коэффициент сопротивления поворота с лопатками, $t/b=0{,}25$**

R/b	Количество и тип лопаток	ζ
0	12 непрофилированных	0,45
0	8 непрофилированных	0,40
0	7 профилированных	0,40
0,10	5 профилированных	0,40
0,18	13 профилированных	0,23
0,18	10 профилированных ($n=n_{опт}$)	0,15
0,20	5 непрофилированных ($t/b=0{,}28$)	0,11
0,25	3 профилированных ($t/b=0{,}35$)	0,35
0,25	5 профилированных	0,25
Срезан внутренний угол	8 непрофилированных	0,32*
	7 непрофилированных	0,40*
Срезаны оба угла	13 профилированных	0,3*
	10 профилированных ($n=n_{опт}$)	0,23*

* Длина плоскости среза 0,25 b.

Расстояние от внутренней кромки до первой лопатки a_1 при $n=n_{опт}$

$$a_1=0{,}94b/(n+1);$$

при $n=n_{мин}$

$$a_1=0{,}71b/(n+1).$$

Для колен с расширенным сечением ($b_2>b_1$) в формулы для определения числа и размещения лопаток вместо величины b подставляется $\sqrt{(b_1^2+b_2^2)/2}$.

Коэффициенты сопротивления поворота на 90° без изменения площади сечения с лопатками, установленными под оптимальным углом (45—48°), приведены в табл. 16.8.

При $R_{вн}/b>0{,}1$ применение лопаток целесообразно только для выравнивания поля скоростей, так как выигрыш в сопротивлении невелик. При невыравненном перед поворотом потоке расстановка лопаток в повороте определяется только экспериментальным путем.

Поворот в пучках труб. Сопротивление пучка труб рассчитывается независимо от наличия поворота, а коэффициент местного сопротивления поворота принимается: при повороте на 180° $\zeta=2{,}0$; при повороте на 90° $\zeta=1{,}0$; при повороте на 45° $\zeta=0{,}65$.

Расчетная скорость потока определяется по «живому» (стесненному трубами) сечению.

При изменении сечения газохода в начале и в конце поворота в пучке местное сопротивление поворота рассчитывается по среднеарифметическому значению начальной и конечной скоростей потока с теми же значениями коэффициентов ζ. Поворот в пучке на 180° рассчитывается по среднеарифметическому значению трех скоростей — в начале, середине и конце поворота.

Тройники (рис. 16.43). Для несимметричных тройников (см. рис. 16.43,*а*, *б*) расчетные рекомендации имеются по двум типовым конструк-

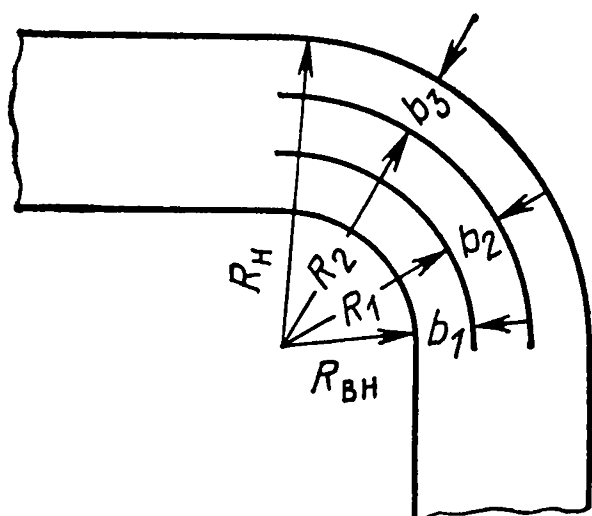
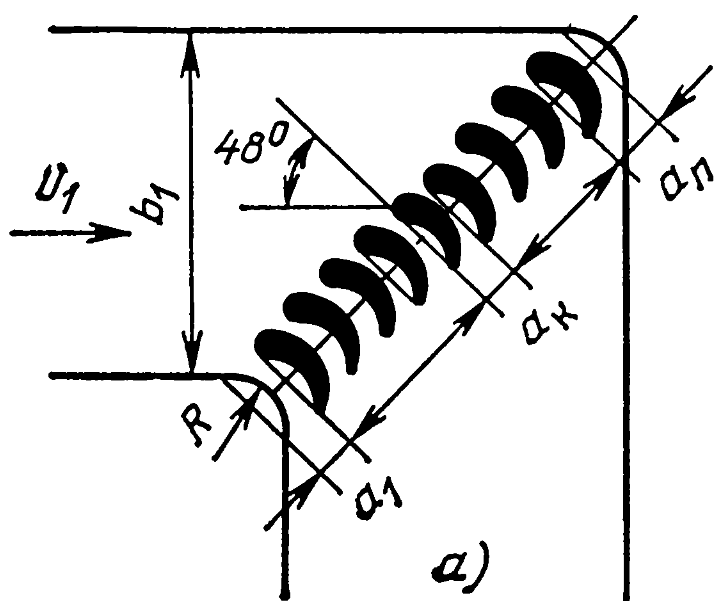
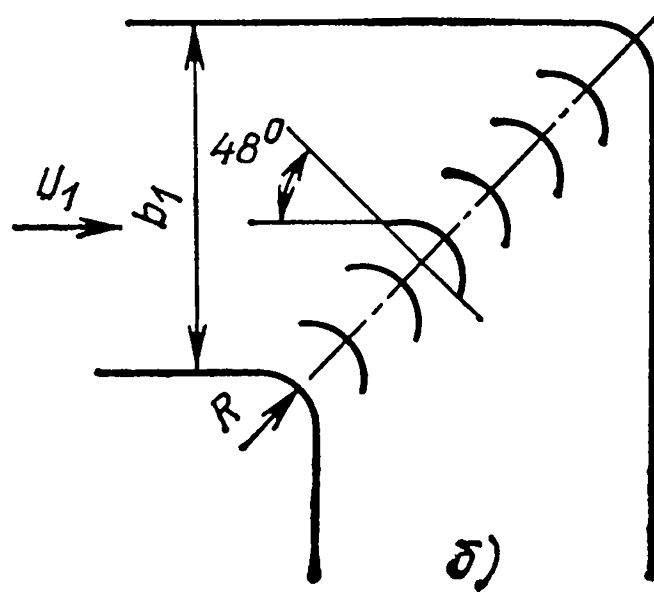


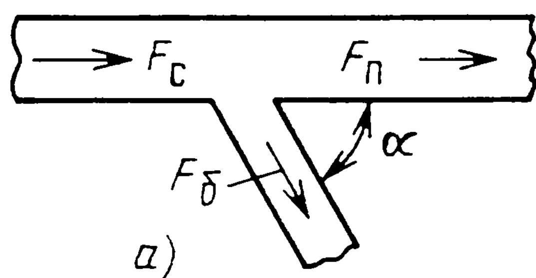
Рис. 16.41. Схема плавного поворота с направляющими листами

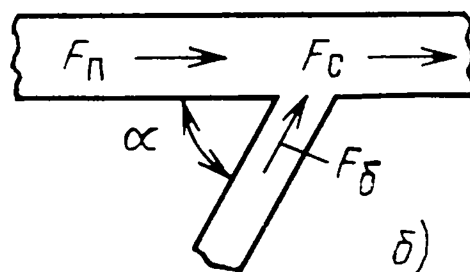
Рис. 16.42. Схема расстановки лопаток при повороте потока:

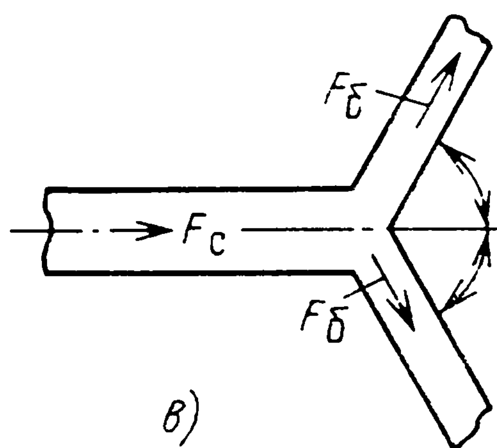
а, б — профилированные и непрофилированные лопатки











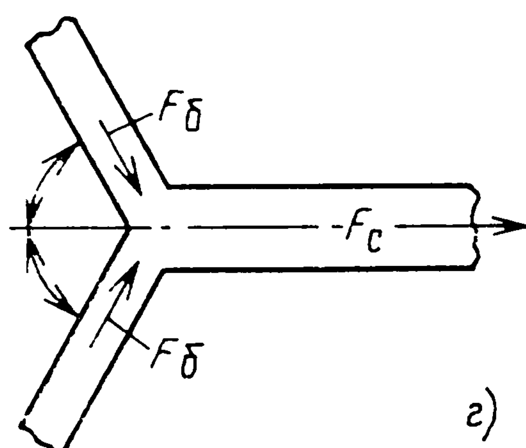


Рис. 16.43. Схемы тройников:

а, в — раздающие (приточные); *б, г* — собирающие (вытяжные)

циям: 1) $F_п=F_с$ и 2) $F_б+F_п=F_с$. Ниже приводятся расчетные графики только для конструкции первого типа.

Коэффициенты сопротивления для потока, проходящего с поворотом (бокового ответвления), и для потока, проходящего напрямик (прохода), приведенные на графиках, отнесены к скоростям потока в сборном канале; они соответственно обозначаются $\zeta_{с\,б}$ и $\zeta_{с\,п}$. Все коэффициенты сопротивления тройников даются в зависимости от отношения площадей сечений бокового

ответвления и проходного канала $F_б/F_п$ и отношения расходов жидкости по боковому ответвлению и суммарного (в сборном рукаве) $Q_б/Q_с$.

Коэффициенты сопротивления собирающих тройников с углами ответвления 90, 60, 45 и 30° приведены на рис. 16.44, а коэффициенты сопротивления боковых ответвлений раздающих тройников на рис. 16.45.

Значения коэффициента сопротивления прохода для раздающих тройников со всеми углами ответвления $\alpha=15\div90°$ в зависимости от отношения скоростей потоков в проходном канале и в сборном рукаве показаны на

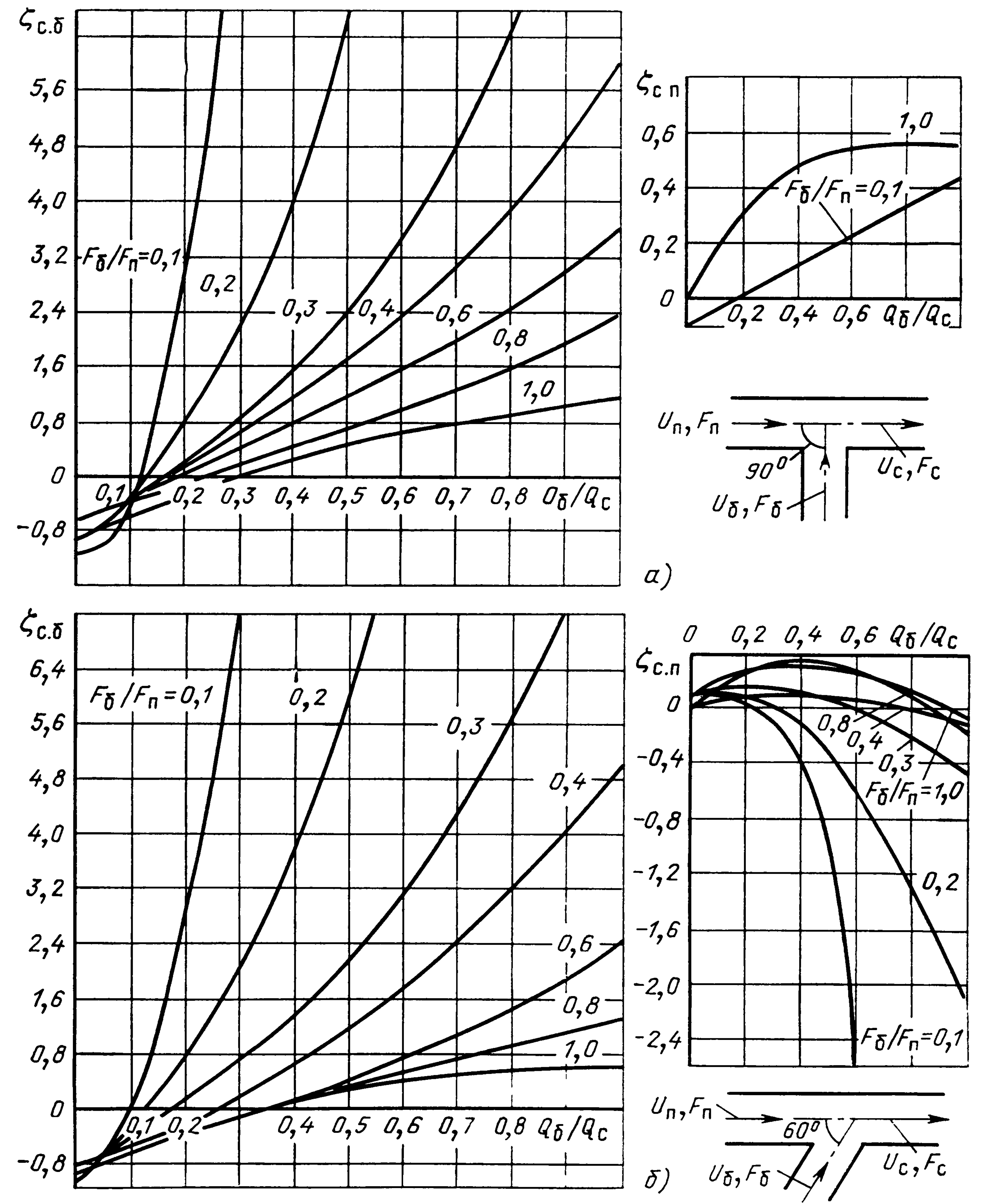


Рис. 16.44,*а*, *б*

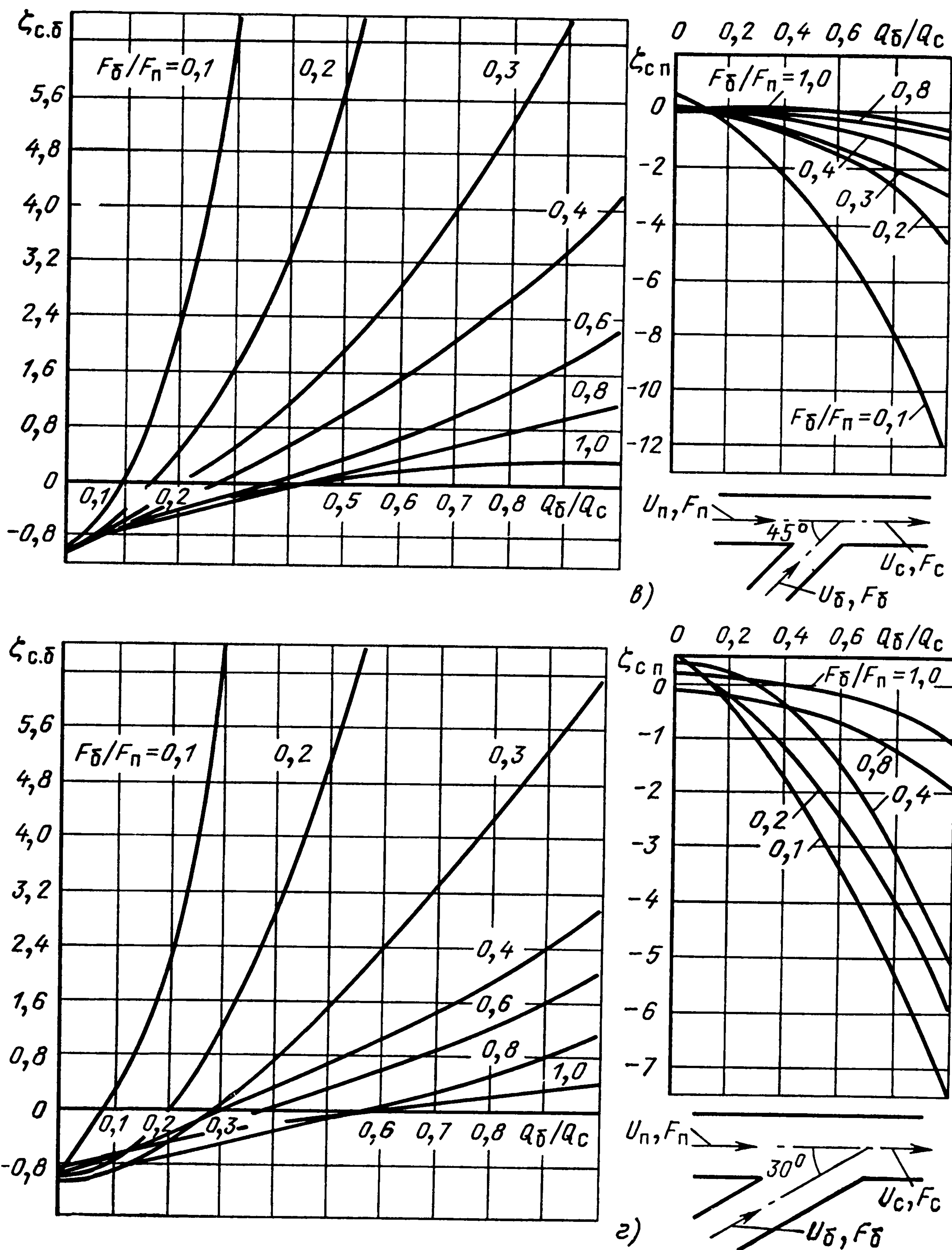


Рис. 16.44. Коэффициенты сопротивления бокового ответвления $\zeta_{с.б}$ и прохода $\zeta_{с.п}$ собирающего тройника при разных углах ответвления:
а — 90°; *б* — 60°; *в* — 45°; *г* — 30°

рис. 16.46, кривая *1*. В этом случае коэффициент сопротивления не зависит от отношения сечения каналов. На этом же рисунке приведены значения коэффициента сопротивления прохода для раздающих тройников другой конструкции — при $F_с = F_п + F_б$ — кривые *2* и *3*.

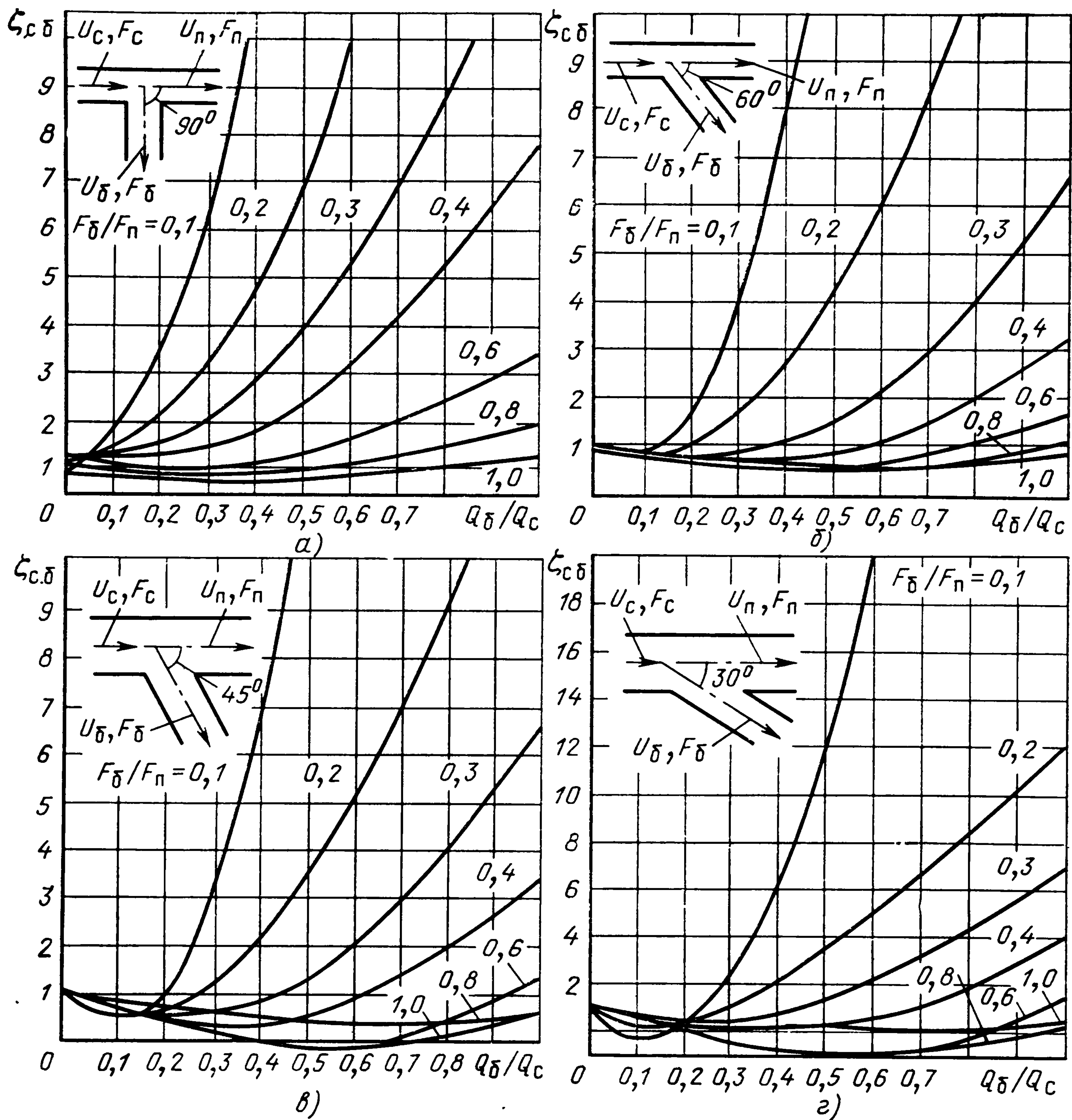


Рис. 16.45. Коэффициенты сопротивления бокового ответвления раздающего тройника при разных углах ответвления:

а — 90°; *б* — 60°; *в* — 45°; *г* — 30°

Закругление кромок ответвлений или незначительное расширение входных сечений заметно уменьшает коэффициенты сопротивления тройников — см. [7.3].

При расчете сопротивления симметричных тройников их условно разделяют на два самостоятельных поворота, причем сечение общего канала принимается разделенным продольной перегородкой пропорционально расходам через каждый из рукавов. Сопротивление тройника по каждому из потоков рассчитывается как для соответствующего резкого поворота.

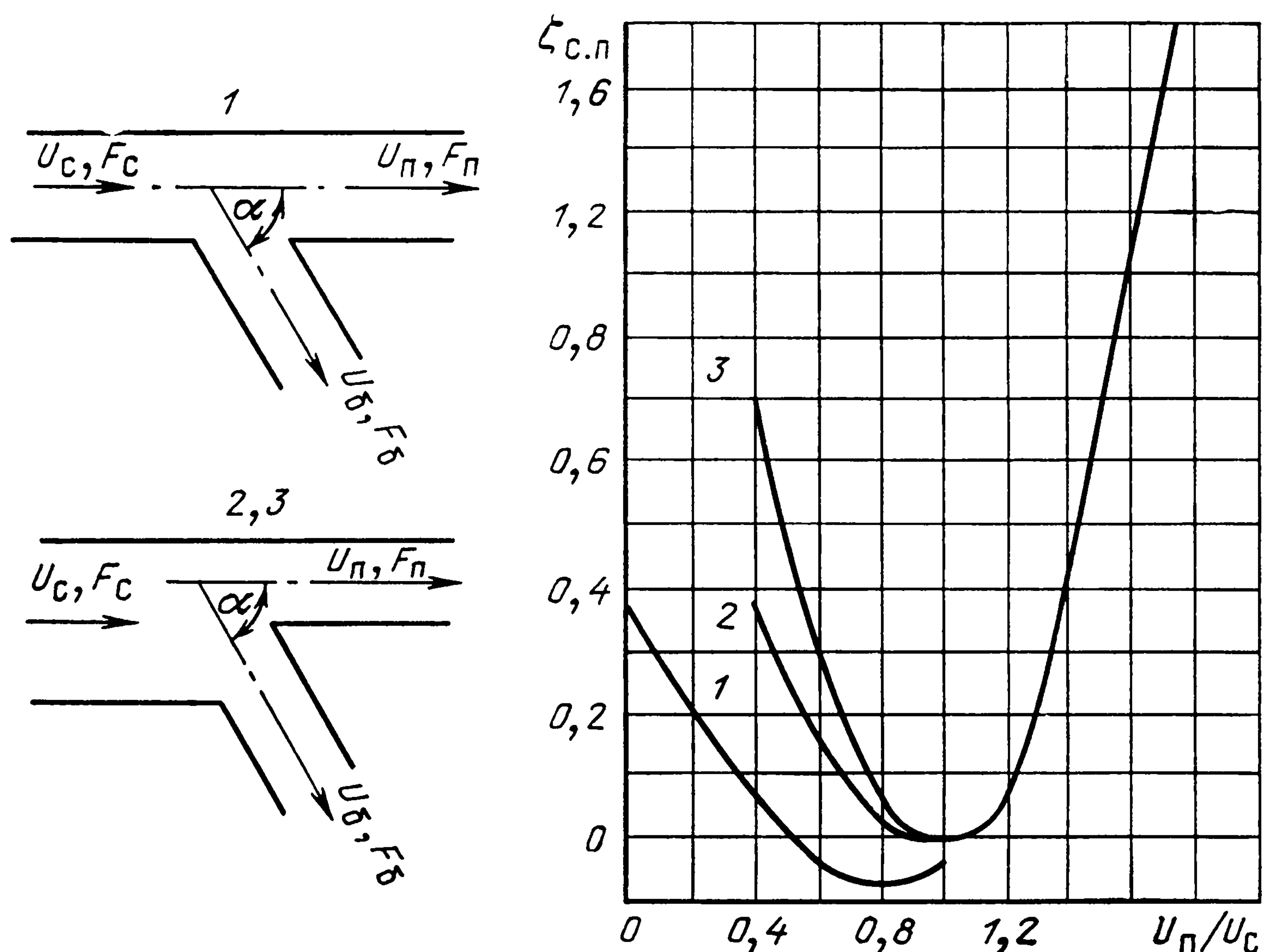


Рис. 16.46. Коэффициенты сопротивления прохода раздающих тройников: 1 — $F_б+F_п>F_с$; $F_п=F_с$; $15°\leqslant\alpha\leqslant90°$; 2, 3 — $F_б+F_п=F_с$; 2 — $15°\leqslant\alpha\leqslant60°$; 3 — $\alpha=90°$

16.10. СОПРОТИВЛЕНИЕ ПРИ ВНЕШНЕМ ОБТЕКАНИИ НЕКОТОРЫХ ТЕЛ

Сопротивление тела обтекающему потоку (лобовое сопротивление) вызывается разностью давлений по обе стороны тела (по потоку) и напряжениями трения. Расчет силы лобового сопротивления ведется по формуле

$$P=cFU_0^2\rho/2, \qquad (16.10.1)$$

где c — коэффициент лобового сопротивления тела; F — площадь проекции тела на плоскость, поперечную движению; U_0 — скорость набегающего потока.

Падение давления потока, обтекающего тело, определяется по формуле (16.9.5), в которую также подставляется скорость набегающего потока. Коэффициент сопротивления в формуле (16.9.5)

$$\zeta=c\frac{F}{F_0}\,\frac{1}{(1-F/F_0)^3}, \qquad (16.10.2)$$

где F_0 — площадь сечения канала, в который помещено обтекаемое тело. В общем случае $c=f(\mathrm{Re})$. Если влияние трения мало, то зависимость сопротивления от числа Re практически отсутствует и коэффициент сопротивления определяется только формой тела.

Таблица 16.9. **Коэффициенты лобового сопротивления для различных тел**

Название	Схема	Re	c	Параметр
Плоскопараллельное обтекание (тело с концов ограничено стенками канала)				
1. Круговой цилиндр		>5·10⁵	0,3—0,4	
		<2·10⁵	1,2	
Проволока			1,1	
2. Пластинка с краями, закругленными по дуге окружности		5·10⁵	0,78	$D/t=$
		2·10⁶	0,66	$=0,0333$
3. Клинообразная пластинка		5·10⁵	0,53	$D_1/t=$ $=0,0417$
		2·10⁶	0,46	$D_2/t=$ $=0,025$
4. Профили различной толщины		1·10⁶	0,193	$D/t=$ $=0,053$
			0,096	0,125
			0,080	0,197

Название	Схема	Re	c	Параметр
5. Профилированная проволока		$3\cdot 10^3$— —10^4	0,3—0,4	—
6. Профилированная стальная труба (каплеобразный профиль)		$>5\cdot 10^4$	0,2 0,1	D/t=0,5 0,33
Пространственное обтекание (тело не соприкасается со стенками канала)				
7. Удлиненный эллипсоид		$>10^5$	0,05—0,1	D/f=5/9
8. Сплющенный эллипсоид		$<4,5\cdot 10^5$ $>5,5\cdot 10^5$	0,6	D/t=4/3
9. Две круглые пластины друг за другом		—	1,16 0,93 0,85 1,11 1,63	l/D= 0 1,0 1,5 2,0 3,0

Название	Схема	Re	c	Параметр
10. Круговой цилиндр, обтекаемый параллельно образующей		—	0,91 0,85 0,87 0,99	$l/D=1{,}0$ 2 4 7
11. Круговой цилиндр, обтекаемый перпендикулярно образующей		$8{,}8\cdot10^4$	0,63 0,68 0,74 0,82 0,98 1,20	$l/D=1{,}0$ 2 5,0 10,0 40 ∞
12. Прямоугольник поперек потока		—	1,16 1,16 1,19 1,29 1,40 2,01	$a/t=1{,}0$ 2,0 4,0 10,0 18,0 ∞
13. Полушар (без ограничивающей плоскости)		$5\cdot10^5$	0,34 1,42	Выпуклый Вогнутый
14. Конус (с плоскостью основания)		$2{,}7\cdot10^5$	0,61 0,35	$\alpha=60°$ $\alpha=30°$

При движении тела, частично погруженного в капельную жидкость, на поверхности последней (границе раздела фаз) образуются волны, вследствие чего возникает так называемое волновое сопротивление.

В общем случае волновое движение происходит под действием силы тяжести и капиллярных сил (при обтекании твердых тел последние обычно не учитываются). В связи с этим коэффициент сопротивления зависит также и от критерия Фруда: $c=f(\mathrm{Re}, \mathrm{Fr})$, где $\mathrm{Fr}=U_0^2/(gl)$.

Значения коэффициентов лобового сопротивления для различных тел приводятся в табл. 16.9 [7.3], где $\mathrm{Re}=U_0d/\nu$, а для клинообразной пластинки (п. 3) и прямоугольника (поз. 12) $\mathrm{Re}=U_0t/\nu$. Зависимость коэффициента сопротивления некоторых тел от числа Re по данным Прандтля дается ниже.

Для круглой пластины, поставленной поперек потока, при $\mathrm{Re}=U_0D/\nu$ от $4\cdot10^3$ до $1\cdot10^6$ коэффициент $c=1{,}1\div1{,}12$.

Для малых чисел Re:

Re	80	20	5	2
c	1,5	2,4	5,6	11,5

При числах $\mathrm{Re}<0{,}5$ имеет место зависимость

$$c=20{,}4\mathrm{Re}^{-1}. \quad (16.10.3)$$

Зависимость коэффициента лобового сопротивления от Re для обтекаемого перпендикулярно образующей круглого цилиндра практически бесконечной длины ($L/D\geqslant100$) или ограниченного с обоих концов параллельными стенками имеет вид

$\mathrm{Re}=U_0D/\nu$	0,1	1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6
c	58	10	2,6	1,45	0,98	1,12	1,23	0,35

Для очень малых чисел Re справедлив закон Ламба

$$c=8\pi/\mathrm{Re}(2-\ln\mathrm{Re}). \quad (16.10.4)$$

Коэффициент сопротивления обтекаемого перпендикулярно образующей цилиндра с $L/D=5$ определяется по данным, приведенным ниже:

Re	10^3	10^4	10^5	10^6
c	0,67	0,73	0,75	0,37

Коэффициент сопротивления шара зависит от Re следующим образом:

Re	0,1	1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6
c	245	28	4,4	1,10	0,46	0,42	0,49	0,14

При числах $\mathrm{Re}<2$ для шара справедлив закон Стокса:

$$c=24\mathrm{Re}^{-1}. \quad (16.10.5)$$

16.11. СОПРОТИВЛЕНИЕ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ

Расчет падения давления при течении в каналах парожидкостных и газожидкостных смесей, когда $U'_0 D/\nu' > 2000$, ведется по приведенным выше формулам с введением к соответствующим значениям $\zeta_{тр}$ и ζ поправочного множителя:

$$\varepsilon \approx 1 + (1 - \rho''/\rho')(U'_0/U''_0 + \rho''/\rho')^{-1}.$$

Здесь U'_0 — приведенная скорость жидкости, т. е. объемный расход жидкости, отнесенный к полной площади поперечного сечения канала; U''_0 — то же для газового (парового) компонента смеси.

Подробнее см. [12.10].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1.1. **Биркгоф Г.** Гидродинамика. Методы. Факты. Подобие. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.

1.2. **Бриджмен П. В.** Анализ размерностей. М.-Л.: ОНТИ, ГТТИ, 1934.

1.3. **Гухман А. А.** Введение в теорию подобия. 2-е изд. М.: Высшая школа, 1973.

1.4. **Каулинг Т.** Магнитная гидродинамика. М.: Изд-во иностр. лит., 1959.

1.5. **Кирпичев М. В., Михеев М. А.** Моделирование тепловых устройств. М.: Изд-во АН СССР, 1936.

1.6. **Кутателадзе С. С.** Анализ подобия и физические модели. Новосибирск: Наука, 1986.

1.7. **Кутателадзе С. С.** Основы теории теплообмена. 5-е изд. М.: Атомиздат, 1979.

1.8. **Лойцянский Л. Г.** Механика жидкости и газа. 3-е изд. М.: Наука, 1970.

1.9. **Лыков А. В.** Тепломассообмен. (Справочник). М.: Энергия, 1972.

1.10. **Планк М.** Теория теплового излучения. Л.-М.: ОНТИ, ГРОТЛ, 1935.

1.11. **Тирский Г. А.** Определение эффективных коэффициентов диффузии в ламинарном многокомпонентном пограничном слое// Докл. АН СССР, 1964. Т. 155, № 6. С. 1278—1281.

1.12. **Франк-Каменецкий Д. А.** Диффузия и теплопередача в химической кинетике. 2-е изд. М.: Наука, 1967.

1.13. **Handbook** of Heat Transfer Fundamentals; Sd. W. M. Rosenow, J P. Hartnett, E. N. Ganič, sec edit., N. — Y.; Mc Grow — Hill Book Company. 1985. — 1374 p.

2.1. **Варшавский Г. А.** Исследование некоторых задач теплопроводности при коэффициенте теплопроводности, зависящем от температуры// Журнал прикладной механики и технической физики. 1961. № 36. С. 3—5.

2.2. **Иоффе И. А.** О стационарном температурном поле в полуограниченном массиве с внутренними источниками тепла// Журнал технической физики, 1958. Т. 28. № 5. С. 1084—1088

2.3. **Карасина Э. С.** Теплообмен в пучках труб с поперечными ребрами// Изв. ВТИ. 1952. № 12. С. 12—16.

2.4. **Ройзен Л. И., Дулькин И. Н.** Тепловой расчет оребренных поверхностей. М.: Энергия, 1977.

2.5. **Сандер А. А.** Тепловой расчет трубопроводов, замоноличенных в плиту// Изв. вузов, Строительство и архитектура. 1965. № 12. С. 101—112.

2.6. **Шубин Е. П.** Новый метод подсчета тепловых потерь нескольких труб, уложенных в грунт// Изв. ВТИ. 1934. № 8. С. 42—50.

3.1. **Беляев Н. М., Рядно А. А.** Методы теории теплопроводности. М.: Высшая школа, 1982. Ч. 1.

3.2. **Карслоу Г., Егер Д.** Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964.

3.3. **Коздоба Л. А.** Решения нелинейных задач теплопроводности. Киев: Наукова думка, 1976.

3.4. **Кондратьев Г. М.** Регулярный тепловой режим. М.: ГИТТЛ, 1954.

3.5. **Лыков А. В.** Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967.

3.6. **Пехович А. И., Жидких В. М.** Расчеты теплового режима твердых тел. 2-е изд. перераб. и доп. Л.: Энергия, 1976.

3.7. **Саломатов В. В.** Методы расчета нелинейных процессов теплового переноса. Томск: Изд-во Томского университета. Ч. I, 1976. Ч. II, 1978.

3.8. **Шашков А. Г.** Системно-структурный анализ процесса теплообмена и его применение. М.: Энергоатомиздат, 1983.

4.1. **Дыбан Е. П., Эпик Э. Я.** Тепломассообмен и гидродинамика турбулизированных потоков. Киев: Наукова думка, 1985.

4.2. **Зысина-Моложен Л. М., Зысин Л. В., Поляк М. П.** Теплообмен в турбомашинах. Л.: Машиностроение, 1974.

4.3. **Иевлев В. М.** Турбулентные движения высокотемпературных сплошных сред. М.: Наука, 1975.

4.4. **Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И.** Турбулентный пограничный слой сжимаемого газа. Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1962.

4.5. **Левченко В. Я., Володин А. Г., Гапонов С. А.** Характеристики устойчивости пограничных слоев. Новосибирск: Наука, 1975.

4.6. **Монин А. С., Яглом А. М.** Статистическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Наука, 1967.

4.7. **Ротта И. К.** Турбулентный пограничный слой в несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1967.

4.8. **Турбулентность:** принципы и применение// Под ред. У. Фроста, Т. Моулдена. Пер. с англ. М.: Мир, 1980.

4.9. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя. Пер. с нем. М.: Наука, 1974.

5.1. **Блум Э. Я., Михайлов Ю. А., Озолс Р. Я.** Тепло- и массообмен в магнитном поле. Рига: Зинатне, 1980.

5.2. **Жидкометаллические** теплоносители/ В. М. Боришанский, С. С. Кутателадзе, И. И. Новиков, О. С. Федынский// Изд. 3-е. М.: Атомиздат, 1976

5.3. **Вулис Л. А., Генис А. Л., Фоменко Б. А.** Теория и расчет магнитогидродинамических течений. М.: Атомиздат, 1971.

5.4. **Петухов Б. С.** Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. М.: Энергия, 1967.

5.5. **Повх И. Л., Капуста А. Б., Чекин Б. В.** Магнитная гидродинамика в металлургии. М.: Металлургия, 1974.

5.6. **Тарг С. М.** Основные задачи теории ламинарных течений. М.: ГИТТЛ, 1948.

6.1. **Дорренс У. Х.** Гиперзвуковые течения вязкого газа: Пер. с англ./ Под ред. А. А. Дородницына. М.: Мир, 1966.

6.2. **Михеев М. А.** Основы теплопередачи. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1956.

7 1. **Вулис Л. А., Фоменко Б. А.** О переходных режимах течения в магнитной гидродинамике// Магнитная гидродинамика. 1966. № 1. С. 74—84.

7.2 **Жукаускас А. А.** Конвективный перенос в теплообменниках. М.: Наука, 1982.

7 3. **Идельчик И. Е.** Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение, 1975.

7 4. **Ковнер Д. С., Красильников Е. Ю.** Экспериментальное исследование турбулентного течения электропроводной жидкости в трубе в продольном магнитном поле// ДАН СССР, 1965. Т. 163, № 5. С. 1096—1099.

7.5. **Петухов Б. С., Генин Л. Г., Ковалев С. А.** Теплообмен в ядерных энергетических установках. М.: Атомиздат, 1974.

8.1. **Брэдшоу П.** Сложные турбулентные течения (обзор)// Теоретические основы инженерных расчетов. 1975. Т. 97. № 2. С. 101—111.

8.2. **Волчков Э. П.** Пристенные газовые завесы. Новосибирск: Наука, 1983.

8.3. **Ерошенко В. М., Зайчик Л. И.** Гидродинамика и массообмен на проницаемых поверхностях. М.: Наука, 1984.

8.4. **Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И.** Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергия, 1972. 2-е изд. М.: Энергоатомиздат, 1985.

8.5. **Тепломассообмен** при повышенной внешней турбулентности в зависимости от интенсивности поперечного потока вещества/ Б. П. Миронов, В. Н. Васечкин, В. Н. Мамонов, Н. И. Ярыгина// Тепломассообмен-VI. Т. 1. Ч. 2. Минск, 1980. С. 155—166.

8.6. **Патанкар С., Сполдинг Д.** Тепло- и массообмен в пограничных слоях. Пер. с англ./ Под ред. А. В. Лыкова. М.: Энергия, 1971.

8.7. **Федяевский К. К., Гиневский А. С., Колесников А. В.** Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1973.

9.1. **Антуфьев В. М., Белецкий Г. С.** Теплоотдача и аэродинамические сопротивления трубчатых поверхностей в поперечном потоке. М.: Машгиз, 1948.

9.2. **Аэров М. Э., Тодес О. М.** Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным и кипящим зернистым слоем. Л.: Химия, 1968.

9.3. **Аэродинамический** расчет котельных установок (нормативный метод). 3-е изд. Л.: Энергия, 1977.

9.4. **Процессы** тепло- и массопереноса в кипящем слое./ А. П. Баскаков, Б. В. Берг, А. Ф. Рыжков, Н. Ф. Филипповский// М.: Металлургия, 1978.

9.5. **Берман Л. Д.** Испарительное охлаждение циркуляционной воды. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1957.

9.6. **Теплообмен** в псевдоожиженных слоях/ В. А. Бородуля, В. Л. Ганжа, Ю. С. Теплицкий, Ю. Г. Епанов// ИФЖ, 1985. Т. 49. № 4. С. 621—626.

9.7. **Гольдштик М. А.** Процессы переноса в зернистом слое. Новосибирск: Институт теплофизики СО АН СССР. 1984.

10.1. **Бояринцев Д. И.** Теплопередача через жидкостные и газовые прослойки// ЖТФ. 1950. Т. 20. Вып. 9. С. 1084—1097.

10.2. **Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.** Конвективная устойчивость несжимаемых жидкостей. М.: Наука, 1972.

10.3. **Мартыненко О. Г., Соковишин Ю. А.** Свободно-конвективный теплообмен. Справочник. Минск: Наука и техника, 1982.

10.4. **Остроумов Г. А.** Свободная конвекция в условиях внутренней задачи. М.-Л.: Гостехиздат, 1952.

10.5. **Kutateladse S. S., Berdnikov V. S.** Structure of thermogravitational convection in flat varously oriented layers of liquid and on a vertical wall// J Heat Mass Transfer. 1984. Vol. 27. N 9. P. 1595—1611.

10.6. **Kutateladse S. S., Kirdyashkin A. G., Ivakin V. P.** Turbulent natural convection on a vertical plate and in a vertical layer// Int. J. Heat Mass Transfer. 1972. Vol. 15. N 2. P. 193—202.

11.1. **Гогонин И. И., Сосунов В. И.** Обобщение экспериментальных данных при конденсации неподвижного пара на пакетах горизонтальных труб// Теор. основы хим. технол. 1984. Т. 18, № 1. С. 56—61.

11.2. **Ивановский М. Н., Сорокин В. П., Субботин В. И.** Испарение и конденсация металлов. М.: Атомиздат, 1976.

11.3. **Исаченко В. П.** Теплообмен при конденсации. М.: Энергия, 1977.

11.4. **Кутателадзе С. С.** Теплопередача при конденсации и кипении. 2-е изд. М.-Л.: Машгиз, 1952.

11.5. **Кутателадзе С. С., Накоряков В. Е.** Тепломассообмен и волны в газожидкостных системах. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1984.

11.6. **Михалевич А. А.** Математическое моделирование массо- и теплопереноса при конденсации. Минск: Наука и техника, 1982.

11.7. **Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г., Шрейбер И. Р.** Распространение волн в газо- и парожидкостных средах. Новосибирск: Институт теплофизики СО АН СССР, 1983.

11.8. **Тананайко Ю. М., Воронцов Е. Г.** Методы расчета и исследования пленочных процессов. Киев: Техника, 1975.

12.1. **Вопросы** физики кипения/ Под ред. И. Т. Аладьева. М.: Мир, 1964.

12.2. **Гидравлический** расчет котельных агрегатов. Нормативный метод/ Под ред. В. А. Локшина, Д. Ф. Петерсона, А. Л. Шварца. М.: Энергия, 1978.

12.3. **Григорьев В. А., Павлов Ю. М., Аметистов Е. В.** Кипение криогенных жидкостей. М.: Энергия, 1977.

12.4. **Двайер О.** Теплообмен при кипении жидких металлов. М.: Мир, 1980.

12.5. **Делайе Дж., Гио М., Ритмюллер М.** Теплообмен и гидродинамика в атомной и тепловой энергетике. М.: Энергоатомиздат, 1984.

12.6. **Дейч М. Е., Филиппов Г. А.** Газодинамика двухфазных сред. М.: Энергоатомиздат, 1981.

12.7. **Дорощук В. Е.** Кризисы теплообмена при кипении в трубах. — 2-е изд. М.: Энергоатомиздат, 1983.

12.8. **Кириллов П. Л., Юрьев Ю. С., Бобков В. П.** Справочник по теплогидравлическим расчетам (ядерные реакторы, теплообменники, парогенераторы). М.: Энергоатомиздат, 1984.

12.9. **Кириченко Ю. А., Русанов К. В.** Теплообмен в гелии-I в условиях свободного движения. Киев: Наукова думка, 1983.

12.10. **Кутателадзе С. С., Стырикович М. А.** Гидродинамика газожидкостных систем. М.: Энергия, 1976.

12.11. **Кутепов А. М., Стерман Л. С., Стюшин Н. Г.** Гидродинамика и теплообмен при парообразовании. М.: Высшая школа, 1983.

12.12. **Рекомендации** по расчету кризиса теплоотдачи при кипении воды в равномернообогреваемых круглых трубах. М., 1980/ Препринт/ АН СССР. Институт высоких температур. № 1—57.

12.13. **Скрипов В. П.** Метастабильная жидкость. М.: Наука, 1972.

12.14. **Стырикович М. А., Полонский В. С., Циклаури Г. В.** Тепломассообмен и гидродинамика в двухфазных потоках атомных электрических станций. М.: Наука, 1982.

12.15. **Теплообмен** при кипении металлов в условиях свободной конвекции/ В. И. Субботин, Д. Н. Сорокин, Д. М. Овечкин, А. П. Кудрявцев. М.: Наука, 1969.

12.16. **Толубинский В. И.** Теплообмен при кипении. Киев: Наукова думка, 1980.

13.1. **Методы** расчета сопряженных задач теплообмена/ Э. К. Калинин, Г. А. Дрейцер, В. В. Костюк, И. И. Берлин. М.: Машгиз., 1983.

13.2. **Нестационарный** теплообмен/ В. К. Кошкин, Э. К. Калинин, Г. А. Дрейцер, С. А. Ярхо. М.: Машиностроение, 1973.

13.3. **Кузнецов Ю. Н., Белоусов В. П.** Численное решение задачи о нестационарном теплообмене при турбулентном течении жидкости в трубе// Теплофизика высоких температур. 1970. Т. 8. № 6. С. 1218—1227.

13.4. **Лабунцов Д. А., Зудин Ю. Б.** Процессы теплообмена с периодической интенсивностью. М.: Энергоатомиздат, 1984.

14.1. **Алексеев Б. В., Гришин А. М.** Физическая газодинамика реагирующих сред. М.: Высшая школа, 1985.

14.2. **Жуков М. Ф., Коротеев А. С., Урюков Б. А.** Прикладная динамика термической плазмы. Новосибирск: Наука, 1975.

14.3. **Кошмаров Ю. А., Рыжов Ю. А.** Прикладная динамика разреженного газа. М.: Машиностроение, 1977.

14.4. **Нестеренко В. Б., Тверковкин Б. Е.** Теплообмен в ядерных реакторах с диссоциирующим теплоносителем. Минск: Наука и техника, 1980.

14.5. **Огибалов П. М., Мирзаджан-заде А. Х.** Механика физических процессов. М.: Изд. МГУ, 1976.

14.6. **Фертман В. Е.** Магнитные жидкости — естественная конвекция и теплообмен. Минск: Наука и техника, 1978.

14.7. **Шульман З. П.** Конвективный тепломассообмен реологически сложных систем. М.: Энергия, 1975.

15.1. **Адрианов В. Н.** Основы радиационного и сложного теплообмена. М.: Энергия, 1972.

15.2. **Блох А. Г.** Теплообмен в топках паровых котлов. Л.: Энергоатомиздат, 1984.

15.3. **Брамсон М. А.** Справочные таблицы по инфракрасному излучению нагретых тел. М.: Наука, 1964.

15.4. **Гурвич А. М.** Теплообмен в топках паровых котлов. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1950.

15.5. **Гурвич А. М., Митор В. В.** Излучение дымовых газов// Теплоэнергетика. 1955. № 12. С. 28—31.

15.6. **Гурвич А. М., Митор В. В., Терентьев В. Д.** Излучение светящегося пламени// Теплоэнергетика, 1956. № 7. С. 35—39.

15.7. **Дубровский И. Е., Компанеец В. В., Шемякин П. А.** Об учете влияния на теплообмен характера температурных полей в поперечных сечениях топки// Теплоэнергетика. 1984. № 2. С. 58—61.

15.8. **Зигель Р., Хауэлл Дж.** Теплообмен излучением. Пер. с англ./ Под ред. Б. А. Хрусталева. М.: Мир, 1975.

15.9. **Излучательные** свойства твердых материалов/ Под ред. А. Е. Шейндлина. — М.: Энергия, 1974.

15.10. **Кутателадзе С. С.** Основы теории теплообмена. 5-е изд. М.: Атомиздат, 1979.

15.11. **Лисиенко В. Г.** Интенсификация теплообмена в пламенных печах. М.: Металлургия, 1979.

15.12. **Оцисик М. Н.** Сложный теплообмен. Пер. с англ./ Под ред. Н. А. Анфимова. М.: Мир, 1976.

15.13. **Поляк Г. Л.** Анализ теплообмена излучением между диффузными поверхностями методом сальдо// Журн. техн. физ. 1935. № 5. Вып. 3. С. 436—466.

15.14. **Рубцов Н. А.** Теплообмен излучением в сплошных средах. Новосибирск: Наука, 1984.

15.15. **Рубцов Н. А., Емельянов А. А., Пономарев Н. Н.** Исследование показателя поглощения плавленой окиси алюминия при высоких температурах// ТВТ. 1984. Т. 22. № 2. С. 294—298.

15.16. **Спэрроу А. Е., Сесс Р. Д.** Теплообмен излучением. Пер. с англ./ Под ред. А. Г. Блоха. Л.: Энергия. Ленингр. отд-ние. 1971.

15.17. **Таблицы** физических величин. М.: Атомиздат, 1976. С. 646—647.

15.18. **Тепловой** расчет котельных агрегатов. Нормативный метод. М.. Энергия, 1973.

15.19. **Физико-химические** свойства окислов. (Справочник)/ Под ред. Г. В. Самсонова. М.: Металлургия, 1978.

15.20. **Handbook** of infrared radiation from combustion gases/ Fd. R. Goulard, A. Tompson. Washington, 1973. 486 p. (Scientific and Technical Information Office NASA).

15.21. **Hottel H. C., Egbert R. B.** Radiant heat transmissions, from water vapor// Trans. Amer. Inst. Chem. Engng, 1942. Vol. 38, N 3. P. 531.

15.22. **Hottel H. C., Mangelsdorf H. G.** Heat transmissions by radiation from non — luminous gases Experimental study of carbon dioxide and water vapor// Trans. ASME, 1941. Vol. 63, N 4. P. 297.

16.1. **Антуфьев В. М.** Эффективность различных форм конвективных поверхностей нагрева. Л.: Энергия. Ленингр. отд-ние. 1966.

16.2. **Воронин Г. И., Дубровский Е. В.** Эффективные теплообменники. М.: Машиностроение, 1973.

16.3. **Вульман Ф. А., Хорьков Н. С.** Тепловые расчеты на ЭВМ теплоэнергетических установок. М.: Энергия, 1973.

16.4. **Теплообмен** и гидродинамика в каналах сложной формы/ Ю. И. Данилов, Б. В. Дзюбенко, Г. А. Дрейцер, Л. А. Ашмантас. М.: Машиностроение, 1986.

16.5. **Дульнев Г. Н.** Тепло- и массообмен в радиоэлектронной аппаратуре. М.: Высшая школа, 1984.

16.6. **Электродуговые** генераторы с межэлектродными вставками/ М. Ф. Жуков, А. С. Аньшаков, И. М. Засыпкин и др. Новосибирск: Наука, 1981.

16.7. **Приэлектродные** процессы в дуговых разрядах/ М. Ф. Жуков, Н. П. Козлов, А. В. Пустогаров и др. Новосибирск: Наука, 1982.

16.8. **Ивановский М. Н., Сорокин В. П., Ягодкин И. В.** Физические основы тепловых труб. М : Атомиздат, 1978.

16.9. **Ивановский М. Н., Сорокин В. П., Ягодкин И. В.** Технологические основы тепловых труб. М.: Атомиздат, 1980.

16.10. **Калинин Э. К., Дрейцер Г. А., Ярхо С. А.** Интенсификация теплообмена в каналах. М.: Машиностроение, 1981.

16.11. **Кошкин В. К., Калинин Э. К.** Теплообменные аппараты и теплоносители. М.: Машиностроение, 1971.

16.12. **Конструирование** ядерных реакторов/ Под ред. Н. А. Доллежаля. М.: Энергоиздат, 1982.

16.13. **Маргулова Т. Х.** Атомные электрические станции. М.: Высшая школа, 1978.

16.14. **Мигай В. К.** Повышение эффективности теплообменников. Л.: Энергия. Ленингр. отд-ние. 1980.

16.15. **Попырин Л. С.** Математическое моделирование и оптимизация теплоэнергетических установок. М.: Энергия, 1978.

16.16. **Теория** электрической дуги в условиях вынужденного теплообмена/ Отв. ред. М. Ф. Жуков. Новосибирск: Наука, 1977; Экспериментальные исследования плазмотронов. То же; Свойства низкотемпературной плазмы и методы ее диагностики. То же.

16.17. **Тимофеевский Л. С.** Математическая модель действительных процессов тепломассопереноса в горизонтальном пленочном абсорбере// Повышение эффективности холодильных машин. 1982. С. 60—77.

16.18. **Трошенькин Б. А.** Циркуляционные и пленочные испарители. Киев: Наукова думка, 1985.

16.19. **Филиппов И. Ф.** Основы теплообмена в электрических машинах. Л.: Энергия, 1974.

16.20. **Электродуговые** плазмотроны: Рекламный проспект. 3-е изд , доп. Новосибирск: Институт теплофизики, СО АН СССР, 1980.

16.21. **Якоб М.** Вопросы теплопередачи. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.

16.22. **А. с. 336489.** Гофрированная вставка для пластинчатого теплообменника/ Г. И. Воронин, Е. В. Дубровский// БИ. 1972. № 14.

16.23. **А. с. 473044.** Гофрированная вставка для пластинчатого теплообменника/ Е. В. Дубровский// БИ. 1975. № 21.

16.24. **А. с. 568829.** Трубчатый спиральный теплообменник/ О. К. Красникова, В. В. Усанов, В. Г. Пронько и др.// БИ. 1977. № 30.

16.25. **А. с. 612142.** Теплообменная труба/ И. З. Аронов, И. М. Варфоломеев, В. И. Гомон и др. БИ. 1978. № 23.

16.26. **А. с. 731265.** Теплообменная труба/ Э. Е. Калинин, Г. А. Драйцер, С. Г. Закиров и др. БИ. 1980. № 16.

16.27. **А. с. 1.022.765.** Устройство для изготовления ленты с гофрами, расположенными в шахматном порядке/ Е. В. Дубровский, В. П. Дунаев, А. И. Кузин. БИ. 1983. № 22.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 3
От автора 4
Основные принятые обозначения 6

Глава первая. **Уравнения переноса энергии и массы; фундаментальные числа подобия** 9

1.1. Три механизма переноса теплоты 9
1.2. Теплоотдача и теплопередача 9
1.3. Уравнения термогазодинамики 10
1.4. Уравнения диффузии 12
1.5. Уравнения электродинамики 13
1.6. Законы теплового излучения черного тела 14
1.7. Краевые условия к уравнениям теплопроводности и гидрогазодинамики 15
1.8. Физическое подобие 17
1.9. Анализ размерностей 18
1.10. Анализ развитых физико-математических моделей 19
1.11. Внутренние масштабы процессов 21
1.12. Фундаментальные числа подобия 22

Глава вторая. **Стационарный тепловой поток в неподвижной среде** 26

2.1. Уравнение стационарной теплопроводности 26
2.2. Плоская стенка 27
2.3. Цилиндрическая стенка 27
2.4. Сферическая стенка 28
2.5. Одиночный горизонтальный цилиндрический трубопровод в полуограниченном массиве 28
2.6. Два горизонтальных цилиндра в полуограниченном массиве . 29
2.7. Ряд труб в массиве 30
2.8. Термическое сопротивление тел различных конфигураций . . 31
2.9. Отвод теплоты по ребрам и стержням 31
2.10. Теплопроводность в канонических телах с равнораспределенными внутренними источниками теплоты 52

Глава третья. **Теплопроводность в неподвижных средах при нестационарном режиме** 53

3.1. Общие сведения о нестационарной теплопроводности в изотропных средах . . . 53
3.2. Полуограниченное тело . . . 54
3.3. Неограниченная пластина . . . 56
3.4. Цилиндр бесконечной длины . . . 63
3.5. Шар . . . 69
3.6. Цилиндр конечной длины . . . 73
3.7. Пластина конечных размеров (параллелепипед) . . . 74
3.8. Тепловые волны . . . 74
3.9. Нестационарное температурное поле при наличии мгновенных источников теплоты . . . 75
3.10. Регулярный тепловой режим . . . 76
3.11. Прогрев и охлаждение подземного трубопровода . . . 77
3.12. Теплопроводность при плавлении и затвердевании . . . 78

Глава четвертая. **Ламинарные и турбулентные течения** . . . 79

4.1. Три режима течения . . . 79
4.2. Условия устойчивости ламинарных течений . . . 79
4.3. Турбулентные течения . . . 84
4.4. Полуэмпирические модели турбулентности . . . 86
4.5. Пограничный слой с исчезающей вязкостью . . . 87
4.6. Моменты гидродинамических полей и структурные функции 88

Глава пятая. **Стационарное ламинарное течение однородных нерелаксирующих сред в каналах** . . . 89

5.1. Гидродинамическое трение при отсутствии объемных сил . . 89
5.2. Гидродинамическое трение электропроводной жидкости в магнитном поле . . . 92
5.3. Теплоотдача при постоянных физических свойствах среды . . 93
5.4. Влияние неизотермичности на коэффициенты теплоотдачи и гидродинамического сопротивления . . . 96
5.5. Теплообмен при наличии внутренних источников теплоты . . 97
5.6. Совместное действие вынужденного течения и термогравитационной конвекции . . . 98
5.7. Теплообмен электропроводной жидкости в магнитном поле 100

Глава шестая. **Стационарное ламинарное течение однородных нерелаксирующих сред при внешнем обтекании тел** . . . 100

6.1. Пограничный слой . . . 100
6.2. Дифференциальные уравнения и интегральные соотношения импульсов и энергии . . . 101
6.3. Аппроксимация профилей скоростей течения в пограничном слое 104
6.4. Продольное обтекание непроницаемой пластины . . . 105
6.5. Влияние продольного градиента давления . . . 106
6.6. Обтекание проницаемой пластины при переносе вещества через нее . . . 107
6.7. Отсос вещества из пограничного слоя . . . 110

6.8. Обтекание сферы 111
6.9. Термогравитационная конвекция 112
6.10. Влияние магнитного поля на течение электропроводной жидкости 113

Глава седьмая **Турбулентное течение в каналах** 114

7.1. Гидродинамическое сопротивление при отсутствии объемных сил 114
7.2. Гидродинамическое сопротивление при течении проводящей жидкости в магнитном поле 116
7.3. Теплоотдача в гладкой круглой трубе 117
7.4. Теплоотдача в кольцевом канале 119
7.5. Каналы сложной формы 121
7.6. Теплообмен в шероховатых каналах 122

Глава восьмая. **Турбулентный пограничный слой** 122

8.1. Обтекание гладкой непроницаемой пластины несжимаемой жидкостью 122
8.2. Аппроксимация профилей касательных напряжений и тепловых потоков 124
8.3. Пограничный слой газа 125
8.4. Предельные законы трения и теплообмена в пограничном слое газа 126
8.5. Распределения температур и скоростей в турбулентном ядре пограничного слоя газа 128
8 6. Относительные законы трения и теплообмена в пограничном слое газа при конечных числах Рейнольдса 129
8.7. Частные решения интегральных соотношений импульсов и энергии 131
8 8. Течение с продольным градиентом давления 133
8.9. Пристенные газовые завесы 141
8.10. Влияние турбулентности внешнего потока 147

Глава девятая **Обтекание сфер и цилиндров** 148

9 1. Одиночная сфера 148
9.2. Поперечно обтекаемый протяженный цилиндр 150
9.3. Поперечное обтекание пакетов цилиндров 154
9.4. Пакеты и засыпки сфер 161

Глава десятая. **Свободная тепловая конвекция** 170

10.1. Обтекание поверхности в неограниченном пространстве . . 170
10.2. Конвекция в слоях текучей среды 172
10.3. Конвекция в замкнутых объемах 173
10.4. Конвекция на оребренных поверхностях 174
10.5. Смешанная конвекция 175

Глава одиннадцатая. **Жидкие пленки и струи. Конденсация пара** 176

11.1. Свободное стекание жидкости по смачиваемой поверхности 176
11.2. Испарительное охлаждение 179
11.3. Пленочная конденсация чистого сухого насыщенного пара 181
11.4. Капельная конденсация 188
11.5. Конденсация спокойного пара на струях «собственной» жидкости 189
11.6. Влияние неконденсирующихся газов 191

Глава двенадцатая. **Газожидкостные смеси** 192

12.1. Структуры 192
12.2. Расчетные параметры газожидкостного потока 193
12.3. Одиночные пузыри 194
12.4. Барботаж 196
12.5. Кипение при свободной конвекции чистой насыщенной жидкости 197
12.6. Кризисы теплообмена при кипении в большом объеме насыщенной жидкости 200
12.7. Кипение в большом объеме жидкости; влияние среднемассовой температуры, скорости течения, размера нагревателя и его материала 201
12.8. Течения в вертикальных трубах 205
12.9. Кипение в вертикальных трубах 210
12.10. Течения в горизонтальных трубах 215
12.11. Акустические и волновые эффекты 217

Глава тринадцатая. **Нестационарная конвекция** 219

13.1. Типы нестационарности конвективного теплообмена . . . 219
13.2 Ламинарные течения 220
13.3. Осциллирующие течения 223
13.4. Турбулентные течения 224
13.5. Кипение 225

Глава четырнадцатая. **Теплоносители с особыми свойствами** 227

14.1. Разреженные газы 227
14.2. Термическая плазма 230
14.3. Жидкие металлы 232
14.4. Химически реагирующие среды 232
14.5. Реологически сложные среды 235
14.6. Магнитные жидкости 236
14.7. Биологические среды 237

Глава пятнадцатая. **Теплообмен излучением** 239

15.1. Основные понятия и определения 239
15 2. Основные закономерности излучения тел 241
15.3. Виды излучения 250

15.4. Теплообмен излучением между двумя абсолютно черными телами, произвольно расположенными в пространстве . . . 251
15.5. Свойства потоков излучения 252
15.6. Теплообмен излучением между двумя реальными телами, произвольно расположенными в пространстве 272
15.7. Теплообмен излучением между n серыми телами, образующими замкнутую излучающую систему 273
15.8. Действие экранов 276
15.9. Уравнение переноса энергии излучения в излучающей и ослабляющей среде 277
15.10. Излучение газов 278
15.11. Излучение запыленных потоков и светящихся пламен . . 283
15.12. Теплообмен в излучающих и ослабляющих средах . . . 286
15.13. Комбинированный теплообмен 290

Глава шестнадцатая. **Элементы теплового и гидравлического расчета аппаратов и устройств** 297

16.1. Теплообменные аппараты 297
16.2. Основные расчетные формулы для аппаратов с поверхностями теплообмена, разделяющими теплоносители 298
16.3. Средняя расчетная разность температур 298
16.4. Коррекции коэффициента теплопередачи 309
16.5. Ход расчета теплопередачи 309
16.6. Поверхности интенсивного теплообмена 314
16.7. Тепловые трубы 322
16.8. Электродуговые плазмогенераторы 323
16.9. Дополнительные сведения о гидродинамических сопротивлениях 328
16.10. Сопротивление при внешнем обтекании некоторых тел . . 348
16.11. Сопротивление при турбулентном течении газожидкостной смеси 353
Список литературы 354

Справочное издание

Кутателадзе Самсон Семенович

Теплопередача и гидродинамическое сопротивление

Зав. редакцией И. В. Волобуева
Редактор В. Д. Виленский
Редактор издательства Т. И. Мушинска
Художественные редакторы В. А. Гозак-Хозак, Г. И. Панфилова
Технический редактор В. В. Хапаева
Корректор И. А. Володяева
ИБ № 1873

Сдано в набор 16.01.89 Подписано в печать 15.12.89 Т-18232
Формат 60Х88 1/16 Бумага типографская №2 Гарнитура литературная
Печать высокая Усл. печ. л 22,54 Усл. кр.-отт. 22,54 Уч.-изд. л. 24,36
Тираж 17 000 экз. Заказ 6637 Цена 1 р 70 к.

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

Ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени МПО «Первая Образцовая типография» Государственного комитета СССР по печати. 113054, Москва, Валовая, 28.

ГОТОВЯТСЯ К ПЕЧАТИ В 1990 г.

следующие справочники:

Блох А. Г., Журавлев Ю. А., Рыжков Л. Н. Теплообмен излучением: Справочник.—М.: Энергоатомиздат, 1990 (III). — 27 л.

Справочник по теплопроводности жидкостей и газов/ Н. Б. Варгафтик, Л. П. Филиппов, А. А. Тарзиманов, Е. Е. Тоцкий. — М.: Энергоатомиздат, 1990 (III). — 32 л.

Чистяков В. С. Краткий справочник по техническим измерениям. — М.: Энергоатомиздат, 1990 (III). — 18 л.

Энергетическое топливо СССР: Справочник/ В. С. Вдовченко, М. И. Мартынова, Н. В. Новицкий, Г. Д. Юшина. — М.: Энергоатомиздат, 1990 (II). — 16,5 л.

Гинзбург—Шик Л. Д., Зарипов М. З. Справочное пособие по технике безопасности. — 2-е изд., перераб. — М.: Энергоатомиздат, 1990 (I). — 11 л.

Никитин Н. В., Гаршин Ю. Ф., Меллер С. Х. Краткий справочник монтажника и ремонтника. — 2-е изд., перераб. — М.: Энергоатомиздат, 1990 (I). — 11 л.

Кострикин Ю. М., Мещерский Н. А., Коровина О. В. Водоподготовка и водный режим энергообъектов низкого и среднего давления: Справочник. — М.: Энергоатомиздат, 1990 (IV). — 33 л.